

apropiados para la interpretación de recientes y futuras observaciones de HeWDs en cúmulos globulares. Específicamente, se han considerado dos valores de metalicidad: $Z = 0.001$ y $Z = 0.0002$. En el caso de $Z = 0.0002$, las masas estelares consideradas fueron 0.199, 0.209, 0.219, 0.225, 0.243, 0.266, 0.280, 0.300, 0.319 M_{\odot} y en el caso de $Z = 0.001$ fueron 0.172, 0.183, 0.197, 0.230, 0.244, 0.300, 0.336, 0.380, 0.390, 0.422, 0.449 M_{\odot} . Todos estos modelos fueron evolucionados desde el final de la etapa de pérdida de masa hasta etapas muy avanzadas de su enfriamiento. La naturaleza binaria de nuestros modelos de HeWD ha sido simulada quitándole masa a un modelo de 1 M_{\odot} en momentos apropiados durante su evolución posterior a la etapa de secuencia principal. Específicamente, para obtener modelos iniciales de pre-HeWD apropiados, las tasas de transferencia de masa fueron obtenidas imponiendo que el radio estelar debe permanecer cercano al radio del lóbulo de Roche. Un tratamiento completamente no-conservativo ha sido adoptado en todos los cálculos y se ha considerado la pérdida de momento angular del sistema por pérdida de masa, radiación de ondas gravitatorias y frenado magnético.

La evolución de nuestros modelos de HeWD ha sido calculada autoconsistentemente con las predicciones de la difusión de elementos y la combustión nuclear. Un tratamiento no-gris de la atmósfera ha sido también incluido. Los modelos de atmósfera están basados en un tratamiento detallado de la microfísica incorporada en el mismo, tal como efectos no-ideales en la ecuación de estado (Hummer & Mihalas, 1988) y la inclusión de las opacidades por líneas (series de Balmer, Lyman y Paschen) y pseudo-continuo. También, una actualización de los datos sobre las opacidades CIA ha sido incorporada en los presentes cálculos. Tal descripción nos permite obtener índices de color y magnitudes en etapas tanto tempranas como tardías de la evolución.

Una característica importante predicha por los presentes cálculos es la existencia de episodios de flash termonucleares en la mayor parte de las secuencias de HeWDs. En parte, este es el resultado de incluir en nuestros cálculos los diferentes procesos de difusión microscópica. Encontramos que cuanto más baja es la metalicidad, más grande es la masa mínima para la ocurrencia de los flashes CNO. Específicamente, para $Z = 0.001$ y $Z = 0.0002$ esta masa límite es $M \approx 0.22$ y $0.26 M_{\odot}$ respectivamente, mientras que para progenitores de metalicidad solar este valor es de $\approx 0.18 M_{\odot}$ (ver capítulo 3). Además, los flashes CNO son menos intensos a medida que el contenido de metales de la estrella es menor y el rango de masas para el cual los flashes ocurren dependen de la inclusión de la difusión en los cálculos evolutivos. También encontramos que la existencia de esta masa límite para la ocurrencia de los flashes CNO inducidos por la difusión produce una dicotomía en las edades de los modelos de HeWD, particularmente notoria para $Z = 0.001$ entre los modelos que sufren y los que no sufren estos flashes. Aquellos modelos que no sufren flashes CNO evolucionan lentamente a lo largo de la rama de enfriamiento por efectos de la combustión nuclear residual del hidrógeno, mientras que en el caso de los modelos que sufren flashes CNO, su evolución en la rama de enfriamiento es rápida debido a que las reacciones nucleares juegan un papel casi despreciable como fuente de energía de la estrella, alcanzando T_{eff} muy bajas en menos de 15 Gyr.

Otro resultado que encontramos en nuestros cálculos es que algunos de nuestros modelos de HeWD experimentan varios episodios de flashes de hidrógeno vía las cadenas protón-protón (PP). Estos flashes de PP, que tienen lugar en etapas más avanzadas de la evolución que los de CNO, son experimentados por todas nuestras secuencias con $Z = 0.0002$. Además, nuestras secuencias de 0.172 y 0.183 M_{\odot} con $Z = 0.001$ también los experimentan, pero a edades muy grandes. Encontramos que estas inestabilidades PP son inducidas por la difusión de elementos que transporta hidrógeno hacia el interior de la estrella donde se enciende de forma inestable. Excepto para los modelos menos masivos ($M \leq 0.25 M_{\odot}$), los flashes de PP tienen lugar entre 2 y 4 Gyr después del final de los episodios de pérdida de masa, y en general cuanto más masiva

la HeWD, antes en su vida estos flashes ocurren.

La evolución de nuestros modelos de HeWD ha sido también analizada en diagramas color-magnitud. Encontramos que los modelos que han sufrido flashes CNO exhiben un turn-off in la mayoría de sus índices de color a $M_V \approx 16$. Este turn-off, que resulta de la fuerte absorción por las opacidades CIA del hidrógeno molecular a bajas temperaturas, es alcanzado bien dentro de los 15 Gyr de vida de la estrella, principalmente por los modelos con $Z = 0.001$. Finalmente, las predicciones de nuestros modelos en los diagramas color-magnitud han sido comparadas con recientes datos observacionales de candidatas a HeWDs en los cúmulos globulares NGC 6397 y 47 Tucanae (Taylor et al., 2001; Edmonds et al., 2001, respectivamente). En relación a esto, encontramos que las tres candidatas más brillantes a HeWDs en NGC 6397 pueden identificarse como HeWDs caracterizadas por masas entre 0.20 y 0.22 M_\odot (por debajo de la masa límite para la ocurrencia de flashes CNO) y edades entre 0.5 y 1.5 Gyr. sin embargo, en el caso de las tres candidatas menos brillantes de este cúmulo, el acuerdo observacional no es tan evidente como en el caso de los objetos más brillantes. En efecto, nuestros modelos parecen ser un poco más masivos que lo requerido por las observaciones. De hecho, nuestro tratamiento de pérdida de masa da origen a un límite mínimo de $\sim 0.2 M_\odot$ para una HeWD remanente de un progenitor de $Z = 0.0002$. Sin embargo, vale la pena mencionar que un valor $\Delta(V - I) \approx 0.1$ en la incerteza total en este índice de color permitiría un buen acuerdo entre las predicciones teóricas y las observaciones. En este sentido, la incerteza en las observaciones en $(V - I)$ para la candidata a HeWD en 47 Tucanae está muy cerca a este valor (ver figura 5.10⁴; las observaciones en ambos cúmulos han sido realizadas con los mismos instrumentos, la WFPC2 del Hubble Space Telescope). Finalmente, la HeWD en 47 Tucanae es particularmente relevante porque la edad de spin-down del púlsar de milisegundo compañero de la HeWD permite obtener una estimación independiente de la edad de la HeWD. Específicamente, la edad del púlsar de 2 Gyr (Edmonds et al., 2001) está en acuerdo con las predicciones de nuestras secuencias de $Z = 0.001$. Además, los datos observacionales para M_V y $U - V$ son consistentes con nuestra secuencia de 0.17 M_\odot .

⁴Hay que mencionar que Townsley & Bildsten (2002) han sugerido que las tres candidatas menos brillantes en NGC 6397 podrían ser variables cataclísmicas involucrando una WD de carbono-oxígeno y una estrella de secuencia principal de baja masa. Sin embargo la evidencia observacional parece no soportar esta hipótesis (Edmonds 2002; comunicación privada).

Capítulo 6

Enanas blancas de carbono-oxígeno. Progenitor de $3 M_{\odot}$

Es probable que la estructura interna de las enanas blancas con núcleos de carbono-oxígeno (COWD) resulte el tipo de estructura estelar menos complicada de modelar, al menos durante la mayor parte de la vida de estas estrellas (la cristalización del interior de estas estrellas a bajas temperaturas efectivas es claramente una excepción a esta afirmación y resulta aún hoy un tema de estudio completamente abierto). Sin embargo, el gran desarrollo de la astrosismología en los últimos años ha proporcionando una herramienta de fundamental importancia para develar los detalles de la estructura interna de las COWDs, demostrando que los modelos de estructura de las COWDs desarrollados en el pasado son generalmente sobre-simplificados. La necesidad de obtener modelos de COWDs lo más detallados posible nos lleva a estudiar la estructura de estos objetos comenzando por la evolución de sus progenitores, partiendo desde la ZAMS y siguiendo su evolución hasta la formación de la COWD. En este capítulo se presentan los resultados correspondientes a una estrella con una masa inicial igual a $3 M_{\odot}$, que da origen a una COWD de $0.56 M_{\odot}$, masa representativa de la mayoría de las COWD.

Los resultados presentados en este capítulo pueden encontrarse en Althaus, Serenelli, Córscico & Benvenuto (2002).

6.1 Introducción

Durante los últimos años, las pulsaciones estelares radiales y particularmente las no-radiales se han convertido en una herramienta poderosa para investigar la estructura interna y la evolución de las estrellas. Gracias al aumento en el grado de sofisticación en las técnicas tanto observacionales como teóricas, la astrosismología ha sido aplicada exitosamente al análisis de los patrones de oscilaciones de numerosas estrellas pulsantes, dentro de las cuales el Sol representa el mejor ejemplo. Con el avance y refinamiento de las observaciones, un gran número de objetos estelares ubicados en diferentes lugares en el HRD han mostrado presentar pulsaciones no-radiales. En efecto, estrellas variables correspondientes de diferentes estadios evolutivos como α Cen, SPB, δ Scuti, β Cephei y enanas blancas variables han sido clasificadas como pulsadores no-radiales (ver, por ejemplo Cox 1980; Unno et al. 1989; Brown & Gilliland 1994; Gautschy & Saio 1995, 1996).

Desde el punto de vista observacional (con la obvia excepción del Sol), las enanas blancas representan una de las mejor establecidas y estudiadas clases de pulsadores no-radiales. Las

enanas blancas pulsantes exhiben variaciones de luminosidad multiperiodicas en tres regiones diferentes del HRD correspondientes a las actualmente llamadas DOV (y PNNV), DBV y DAV (ver, por ejemplo, Winget 1988). De interés particular en el trabajo presentado en esta tesis son las DAVs (COWDs con atmósferas ricas en hidrógeno), también conocidas como estrellas ZZ Ceti, que presentan pulsaciones en la banda de inestabilidad correspondiente al rango de $12500 \geq T_{\text{eff}} \geq 10700$ K. Las periodicidades en sus curvas de luz son explicadas básicamente en términos de modos-g no-radiales de grado armónico bajo ($\ell \leq 2$), producidos por el mecanismo $\kappa - \gamma$ operando en una región de ionización parcial debajo de la superficie estelar (Dolez & Vauclair, 1981; Winget et al., 1982)¹. Los períodos observados en estas estrellas están en el rango 100-1200s y las amplitudes fotométricas alcanzan hasta 0.30mag. Numerosos estudios han sido dedicados al análisis de las características pulsacionales de las DAVs. Entre ellos mencionamos los trabajos de Tassoul, Fontaine & Winget (1990); Brassard et al. (1991, 1992a,b); Bradley & Winget (1994); Gautschy, Ludwig & Freytag (1996); Bradley (1996, 1998, 2001).

Para comprender completamente las propiedades de las oscilaciones de las DAVs y obtener de esta manera la mayor ventaja de la riqueza ofrecida por las observaciones disponibles, se requieren modelos estelares que incluyan una física detallada. En el contexto de estas estrellas pulsantes, la mayor parte de las investigaciones existentes descansan en modelos estelares construidos bajo la suposición de algunas hipótesis simplificadoras. Esto es cierto en particular en cuanto al tratamiento de la distribución de las abundancias químicas en el interior estelar. En este sentido, los perfiles de carbono y oxígeno son usualmente tratados como parámetros libres. Además, la distribución de las abundancias químicas se asume fija durante la evolución a lo largo del dominio de inestabilidad y en algunos casos la aproximación de equilibrio difusivo es empleada para determinar la forma del perfil químico en las regiones de interface. La combustión del hidrógeno es también despreciada en la construcción de los modelos evolutivos empleados para los estudios pulsacionales de las estrellas ZZ Ceti. Esto está justificado solamente si la enana blanca es formada con capas de hidrógeno relativamente delgadas. Sin embargo, si la envoltura de hidrógeno es lo suficientemente masiva, las reacciones nucleares de combustión del hidrógeno constituyen una fuente apreciable de energía aún durante las etapas evolutivas correspondientes al dominio de las estrellas ZZ Ceti (Iben & Tutukov, 1984). Los detalles de la combustión son más complejos cuando la difusión de los elementos es tenida en cuenta. En efecto, los cálculos evolutivos de enanas blancas en los cuales la dependencia temporal de la difusión de elementos es incorporada apropiadamente (Iben & MacDonald, 1986) muestran que la combustión nuclear del hidrógeno a través de las reacciones del ciclo CN juega un rol diferente dependiendo de la masa de la región del buffer de helio entre la envoltura rica en hidrógeno y las capas más internas ricas en helio. Por ejemplo, un flash de hidrógeno inducido por la difusión es esperado si el buffer de helio es suficientemente poco masivo. Cuán masivo resulta el buffer de helio puede depender críticamente de la fase en el ciclo de flashes del shell de helio durante la etapa de pulsos térmicos en la cual la estrella progenitora se aparta de la rama asintótica de las gigantes (AGB) (para más detalles ver D'Antona & Mazzitelli 1990).

La construcción de modelos estelares de enanas blancas DAV apropiadas para estudios pulsacionales en los que las cuestiones mencionadas anteriormente sean incorporadas consistentemente requiere cálculos evolutivos que consideren no sólo la dependencia temporal de la difusión de los elementos químicos sino también un tratamiento detallado de las etapas evolutivas previas a la formación de la enana blanca. El cálculo de dichos modelos estelares es

¹Sin embargo, Brickhill (1991) propone un mecanismo producido por la convección como responsable de la sobre-estabilidad de los modos-g en DAVs (ver también Goldreich & Wu 1999).

el principal objetivo del trabajo presentado en este capítulo. La aplicación principal de los modelos de enana blanca DA presentados aquí será la exploración de sus propiedades pulsacionales, sin embargo tal estudio queda más allá del alcance del presente trabajo, limitándonos a la discusión de los resultados evolutivos y a sus implicaciones para las cantidades principales involucradas en las ecuaciones de pulsaciones adiabáticas.

La evolución de la enana blanca tratada de manera autoconsistente con el formalismo dependiente del tiempo para la difusión de elementos es un aspecto fundamental en el presente trabajo. En la mayor parte de los estudios previos sobre pulsaciones, el equilibrio difusivo en la aproximación de elemento-traza ha sido usada para establecer la forma del perfil químico en la región de transición de composición de los modelos evolutivos (ver Tassoul, Fontaine & Winget 1990; Brassard et al. 1991, 1992a,b; Bradley 1996, 1998, 2001; Bradley & Winget 1994; Montgomery, Metcalfe & Winget 2001). Sin embargo, la aproximación de equilibrio para la difusión no es válida cuando las escalas temporales de la difusión son comparables a las evolutivas. En particular, el equilibrio difusivo en las capas profundas del modelo de enana blanca no es una aproximación adecuada aún a las edades características de la etapa de ZZ Ceti. En efecto, durante tales etapas se encuentra que la difusión modifica la distribución espacial de los elementos, particularmente en las interfaces químicas (ver Iben & MacDonald 1985). Para un tratamiento correcto de las estratificaciones químicas que evolucionan por efectos de la difusión se consideran en estos modelos los procesos de sedimentación gravitatoria y difusión química y térmica siguiendo el tratamiento de Burgers (1969) para gases multicomponentes. La forma de la zona de transición de la composición es muy importante desde el punto de vista de la astrosismología. En particular, contribuye a la forma del término de Ledoux que aparece en la frecuencia de Brunt-Väisälä (Brassard et al., 1991) y juega un rol crítico en el fenómeno de los “modos atrapados” en enanas blancas (ver Tassoul, Fontaine & Winget 1990; Brassard et al. 1992a y referencias ahí citadas).

Otro aspecto importante del presente estudio es que las etapas evolutivas previas a la formación de la enana blanca son calculadas consistentemente. Específicamente, comenzamos nuestros cálculos de un modelo de $3 M_{\odot}$ en la ZAMS y seguimos su evolución durante las etapas de combustión de hidrógeno y helio en el núcleo hasta el extremo de la AGB donde tiene lugar la etapa de pulsos térmicos en el shell de helio. Para obtener perfiles químicos cuya estructura en la región del helio esté relajada (Mazzitelli & D’Antona, 1986), computamos un número razonable de pulsos térmicos después de los cuales el progenitor es forzado a evolucionar hacia su configuración de enana blanca invocando un fuerte episodio de pérdida de masa. Nos concentraremos en la situación particular en la cual el progenitor de enana blanca se aparta de la AGB cuando la combustión de helio estacionaria es el principal soporte de la luminosidad de la estrella, posterior a la ocurrencia del último pulso térmico. No se ha invocado pérdida de masa adicional durante la etapa de nebulosa planetaria o durante las etapas tempranas de evolución a lo largo de la rama de enfriamiento. Esto permite examinar la valor máximo de la masa para el contenido remanente de hidrógeno predicho en el caso particular de la evolución que se presenta en este trabajo. De esta manera podemos estudiar el rol que desempeña la combustión nuclear durante las etapas de enfriamiento.

6.2 Detalles computacionales

Los cálculos han sido realizados empleando el CEELP descrito en el capítulo 2. Algunos detalles, sin embargo, merecen un comentario específico, en particular en relación al tratamiento

del borde del núcleo convectivo de helio y el valor adoptado para el rate de la reacción nuclear $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. Es bien sabido que la determinación experimental de este rate presenta grandes incertezas. Por otro lado esta reacción resulta crucial en la determinación de la composición química final del núcleo. Ha habido diversos intentos de acotar el rate $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ en base a datos astrofísicos. Sin embargo, las fracciones de ^{12}C y ^{16}O producidas en un interior estelar típico dependen no solamente del rate de la reacción sino también del tratamiento dado a la convección. De esta manera, en base a datos astrofísicos no es posible separar ambos efectos y éstos sólo permiten obtener una sección eficaz “efectiva” para la reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, mientras no se cuente con una teoría confiable para la convección. En este trabajo adoptamos para esta reacción el rate dado por Angulo C. et al. (1999), que es aproximadamente un factor 2 más grande que el dado por Caughlan & Fowler (1988). Thielemann, Nomoto & Hashimoto (1996) han realizado un estudio del colapso gravitacional de una supernova y comparado las cantidades predichas de ^{12}C y ^{16}O con las abundancias observadas en SN 1987A y SN 1993J. Ellos encuentran un acuerdo excelente cuando el rate de la reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ es el de Caughlan et al. (1985) y el criterio de Schwarzschild sin overshooting es utilizado para el tratamiento de la convección. Dado que los valores dados para el rate de la reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ por Caughlan et al. (1985) y Angulo C. et al. (1999) son muy parecidos en todo el rango de temperaturas de interés adoptamos, para determinar los bordes convectivos, el criterio de Schwarzschild sin overshooting a lo largo de este trabajo.

En este trabajo seguimos la evolución de una estrella de, inicialmente, $3 M_{\odot}$ comenzando desde la ZAMS (masa representativa de una estrella de masa intermedia, progenitor de COWD). Dado que las estrellas DA alcanzan la banda de inestabilidad cuando su edad de enfriamiento es del orden de algunos centenares de millones de años (el valor preciso depende por supuesto de la masa de la COWD) es razonable suponer que un progenitor de $3 M_{\odot}$ tenga una composición química inicial típica de una estrella de población I (que en este caso asumimos como solar, ver Anders & Grevesse 1989), por lo tanto la metalicidad Z adoptada es $Z = 0.02$ y las abundancias iniciales de hidrógeno y helio son $X = 0.705$ y $Y = 0.275$ respectivamente. La evolución ha sido seguida a masa estelar constante durante las etapas de combustión de hidrógeno y helio en el núcleo estelar hasta el extremo de la AGB, donde ocurren los pulsos térmicos de helio. Para obtener la configuración de enana blanca se ha incorporado en el código de evolución una pérdida de masa artificial. En particular, la pérdida de masa fue considerada después de que el modelo experimentó el 11avo pulso térmico. El valor de la pérdida de masa adoptada es de $10^{-4} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ y fue aplicada a cada modelo estelar a medida que la evolución continuaba. Después de la convergencia de cada nuevo modelo estelar, la masa estelar total es reducida de acuerdo al paso temporal utilizado para el modelo.

Un aspecto importante de este estudio es el tratamiento de la evolución de la distribución de las abundancias químicas causada por los procesos de difusión durante la etapa de enana blanca. Como ya se mencionó, estos procesos incluyen la sedimentación gravitatoria, la difusión química y la térmica y el tratamiento adoptado es para gases multicomponentes presentado por Burgers (1969), evitando de esta manera el uso de la aproximación de elemento-traza, usualmente empleado en los estudios de enanas blancas. Es importante destacar que cuando el progenitor de enana blanca se aparta de la AGB después de los episodios de pérdida de masa, su envoltura está formada por una mezcla de hidrógeno y helio. También en su interior, debajo de una delgada capa casi pura de helio (buffer de helio), hay una región rica en helio y carbono (ver próxima sección); por lo tanto la aproximación de elemento-traza resulta claramente inválida en estas condiciones. En este estudio estamos interesados en la evolución química que ocurre dentro de la estrella, por lo tanto procesos tales como la levitación radiativa y pérdida de masa

durante las etapas de T_{eff} altas al principio de la rama de enfriamiento, que pueden alterar la composición superficial de la estrella (ver Unglaub & Bues 2000 para un estudio detallado de la evolución química superficial de enanas blancas calientes), no han sido considerados. En el contexto de las enanas blancas DA el tratamiento que ha sido empleado ha sido utilizado por Iben & MacDonald (1985, 1986) (sin embargo en esos trabajos no se incluye la difusión térmica). Los detalles concernientes al procedimiento para la solución de las ecuaciones de difusión pueden encontrarse en la sección 3.2. Los elementos considerados en las ecuaciones de difusión son ^1H , ^3He , ^4He , ^{12}C , ^{14}N y ^{16}O . Finalmente, es importante mencionar que las opacidades radiativas durante la etapa de enana blanca han sido calculadas para metalicidades consistentes con las predicciones de la difusión. En particular, en cada punto del modelo estelar, la metalicidad ha sido tomada igual a dos veces la abundancia de los elementos CNO, como sugiere Iben & Tutukov (1986).

6.3 Resultados evolutivos

6.3.1 Progenitor de enana blanca

En esta sección se describen los resultados obtenidos en relación a la evolución de las etapas previas a la formación de la enana blanca. Estas etapas, que incluyen la evolución desde la secuencia principal hasta la AGB, han sido estudiadas numerosas veces por otros investigadores por lo que la descripción que se presenta aquí se limita aquellas características que son de relevancia inmediata para la formación de la enana blanca. Referimos al lector interesado a los trabajos de Mazzitelli & D'Antona (1986); Vassiliadis & Wood (1993); Blöcker (1995a) para una descripción más detallada de la evolución de estrellas de masas bajas e intermedias. Comenzamos examinando el track evolutivo completo en el HRD que se muestra en la figura 6.1. La simulación numérica para una estrella de, inicialmente, $3 M_{\odot}$ cubre todas las etapas evolutivas desde la ZAMS hasta el dominio de las estrellas ZZ Ceti en la rama de enfriamiento de las enanas blancas. La edad (en unidades de 10^4 años) desde el fin de la pérdida de masa, y la masa de hidrógeno (en unidades de $10^{-4} M_{\odot}$) están indicadas en algunos puntos seleccionados a lo largo del track. Las fases evolutivas correspondientes a la pérdida de masa no se muestran por claridad.

Después de 4.1×10^8 años de evolución y hacia el final de la combustión de helio en el núcleo la primer característica digna de ser comentada es la aparición de una serie de micropulsos (que no deben ser confundidos con los pulsos térmicos que ocurren en la AGB) de baja amplitud en la luminosidad superficial. Tales micropulsos son causados por inestabilidades térmicas en el shell que rodea al núcleo rico en carbono y oxígeno donde el helio se está quemando, las cuales causan que la luminosidad de helio sufra oscilaciones. Específicamente, estos micropulsos ocurren cuando la abundancia por masa central de helio cae por debajo de ≈ 0.001 (y el núcleo convectivo desaparece). La dependencia temporal de la luminosidad superficial L_* y de helio L_{He} (en unidades solares) durante la fase de los micropulsos se muestran en la figura pequeña incorporada en la figura 6.1, donde el tiempo está medido en Myr desde la ZAMS. Un total de 40 micropulsos con un período interpulso de $\approx 3.1 \times 10^5$ años ocurren en esta fase y la amplitud de L_* es a lo sumo de $\Delta \log(L_*/L_{\odot}) = 0.02$. Cabe mencionar que este fenómeno ha sido también encontrado en un modelo estelar de $3 M_{\odot}$ por Mazzitelli & D'Antona (1986). Después del final de los micropulsos la estrella evoluciona hasta que el helio es completamente agotado en el centro. La duración total de la combustión de helio en el núcleo es de unos 1.25×10^8 años.

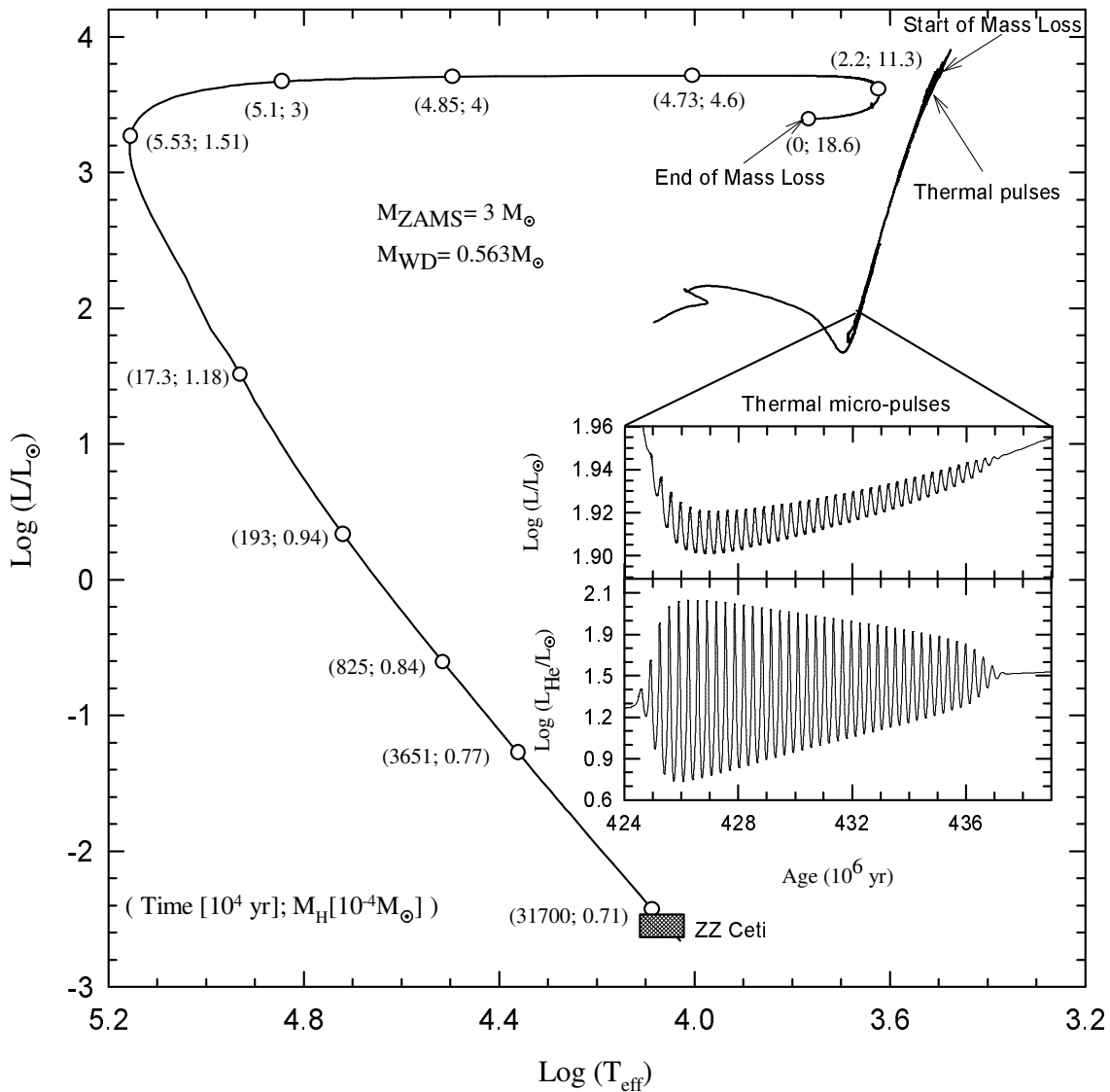


Figura 6.1: Diagrama Hertzsprung-Russell para la evolución del modelo de $3 M_{\odot}$, desde la ZAMS hasta la etapa de enana blanca. Por claridad las etapas evolutivas correspondientes a la pérdida de masa no se muestran. Los números en paréntesis junto a los círculos a lo largo del track indican la edad (en 10^4 años) medida desde el fin de la pérdida de masa y la masa de hidrógeno en las capas externas en unidades de 10^4 años. El dominio de las estrellas ZZ Ceti, correspondiente a la banda de inestabilidad se muestra como una región sombreada. Como resultado de los episodios de pérdida de masa, la masa estelar decrece de $3 M_{\odot}$ a $0.563 M_{\odot}$. Notar que después del fin de la pérdida de masa, la estrella retorna hacia bajas temperaturas efectivas donde se quema una apreciable fracción de su contenido de hidrógeno. Durante esta fase la evolución ocurre lentamente. El gráfico pequeño muestra la evolución de las luminosidades superficial y de combustión del helio (en unidades solares) durante la fase de micropulsos térmicos, hacia el final de la combustión de helio en el núcleo de la estrella.

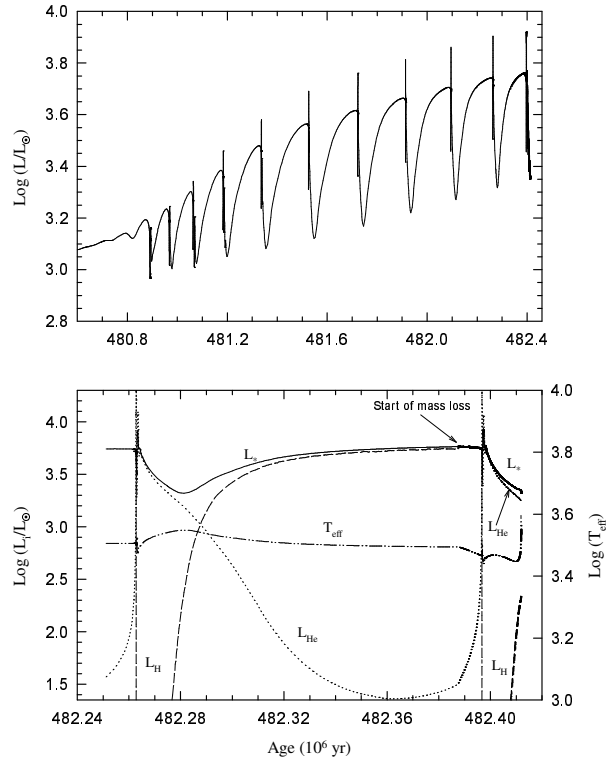


Figura 6.2: Panel superior: evolución de la luminosidad superficial (en unidades solares) durante la fase correspondiente a los pulsos térmicos de helio en el extremo de la AGB. El modelo experimenta 11 pulsos térmicos antes de apartarse de la AGB como resultado de la pérdida de masa. La escala de tiempo está dada en Myr contados desde la ZAMS. Panel inferior: evolución de la luminosidad superficial L_* , luminosidad por combustión del helio L_{He} , luminosidad por combustión del hidrógeno L_H y temperatura efectiva (T_{eff}) durante y entre los pulsos 10mo. y 11avo. Notar que el modelo se aparta de la AGB poco después del pico del 11avo. pulso, cuando la combustión del shell de helio es la fuente de energía dominante.

Después de que el helio es agotado en el centro, dejando una abundancia central de oxígeno de 0.62 por masa, la evolución procede hacia la fase de los pulsos térmicos en el extremo de la AGB, punto en el cual la combustión de helio en el shell se vuelve inestable nuevamente. Es bien sabido que la evolución en la AGB de las estrellas de masa intermedia está caracterizada por flashes en el shell de helio durante los cuales la liberación de energía nuclear aumenta rápidamente. En esta simulación el tiempo transcurrido desde que el helio se agota en el centro hasta el primer pulso térmico es 2.6×10^7 años, cuando la luminosidad superficial excede $\log(L/L_{\odot})=3.2$ por primera vez en su evolución. Después de experimentar 11 pulsos térmicos y considerable pérdida de masa, la masa de la envoltura de hidrógeno es reducida tanto que la estrella no puede mantener una envoltura convectiva extendida y se contrae, apartándose de la AGB, evolucionando hacia temperaturas efectivas altas. Esto tiene lugar cuando la luminosidad de la estrella es soportada por la combustión estacionaria del helio. Las implicaciones de este hecho serán discutidas en la próxima sección, por ahora basta decir que una vez que la pérdida de masa finaliza, el objeto remanente consume una considerable fracción de su hidrógeno remanente

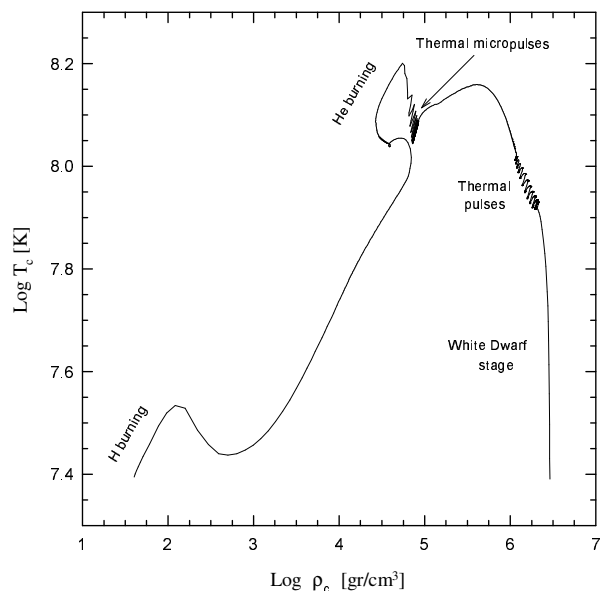


Figura 6.3: Temperatura central versus densidad central correspondiente a la evolución de nuestro modelo desde la ZAMS hasta la etapa de enana blanca. Los episodios relevantes en la evolución de la estrella tales como la combustión central de hidrógeno y helio, micropulsos y pulsos están también indicados.

en una “vuelta hacia el rojo” en el HRD. Durante esta fase la evolución ocurre lentamente². Como resultado de la pérdida de masa la masa total del modelo se reduce hasta $0.563 M_{\odot}$. El remanente alcanza finalmente la rama de enfriamiento de enana blanca. De ahí en adelante la difusión de elementos modifica la distribución de los elementos químicos en las regiones internas de la estrella, aún para los valores de T_{eff} más bajos que se han calculado. Durante la etapa de enfriamiento de la enana blanca, los efectos acoplados de la combustión de hidrógeno y de la difusión de elementos reducen la masa de hidrógeno que queda en las capas externas en un factor de casi 2.

La dependencia temporal de la luminosidad superficial durante la fase de los pulsos térmicos se detalla en el panel superior de la figura 6.2, donde la escala temporal está dada en Myr contados desde la ZAMS. Un total de 11 pulsos térmicos han sido computados antes de que el progenitor de enana blanca se aparta de la AGB. Esta fase de la evolución ha sido estudiada anteriormente por numerosos autores (Schönberner 1979; Iben 1982; Iben & Renzini 1983; Vassiliadis & Wood 1993 entre otros) y referimos al lector a esos estudios para mayores detalles. Sin embargo es interesante mencionar el rol que desempeñan las diferentes luminosidades relevantes en el momento en que el modelo evoluciona apartándose de la AGB hacia el dominio de las enanas blancas. Para esto se muestra en la figura 6.2 (panel inferior) la evolución de la luminosidad superficial L_* , luminosidad por combustión del helio L_{He} y luminosidad por combustión del hidrógeno L_H durante los pulsos 10mo. y 11avo. El apartamiento del modelo de la AGB puede, en principio, ocurrir en diferentes estados durante el pulso dependiendo de

²No hemos considerado pérdida de masa adicional una vez que la estrella alcanza $\log T_{\text{eff}} = 3.8$ por primera vez después de dejar la AGB.

los detalles de la pérdida de masa.

En este trabajo nos concentramos en el caso en que la estrella deja la AGB durante la combustión estable del helio después del 11avo. pulso térmico. De esta manera, la simulación es representativa de aquellos casos en que la estrella deja la AGB temprano en el ciclo de los flashes de helio. La consecuencia para la evolución post-AGB resultante del apartamiento de la AGB en diferentes momentos durante el ciclo de los pulsos ha sido explorado por diversos investigadores (Iben, 1984; Wood & Faulkner, 1986; Blöcker, 1995b). Estos estudios muestran, por ejemplo, que el tiempo de transición desde la AGB a la región de nebulosa planetaria depende fuertemente de la fase en la cual la estrella deja la AGB. En el caso estudiado aquí la combustión del helio contribuye con un 82% a la luminosidad superficial en el momento en que la estrella se aparta de la AGB, cuando la T_{eff} comienza a aumentar. En esos momentos la combustión del hidrógeno está prácticamente detenida.

En la figura 6.3 se muestra, por completitud, el comportamiento de las condiciones centrales de la estrella durante toda la evolución desde la ZAMS hasta la etapa de enana blanca. Los episodios relevantes en la vida de la estrella se indican en la figura. En particular, la respuesta de la región central a la ocurrencia de los micropulsos y pulsos térmicos puede verse claramente. Una vez que el remanente deja la AGB, la evolución procede a densidad prácticamente constante, formando una enana blanca.

6.3.2 Evolución post-AGB y enana blanca

Después del final de la fase de los pulsos térmicos, la estrella remanente se aparta de la AGB a bajas T_{eff} y evoluciona como núcleo de nebulosa planetaria hacia T_{eff} altas. En la figura 6.4 se muestra como función de la T_{eff} la masa de hidrógeno remanente en las capas externas para el modelo post-AGB resultante de $0.563 M_{\odot}$ desde un estadio previo a la finalización de la pérdida de masa hasta el correspondiente al régimen de estrella ZZ Ceti, en la rama de enfriamiento de enana blanca. Hacia el final de la pérdida de masa ($\log T_{\text{eff}} = 3.8$) la contribución de la combustión de helio a la luminosidad total de la estrella se ha reducido a un 55%. En ese momento el modelo experimenta un retorno a la AGB y aumenta su luminosidad hasta alcanzar el máximo valor en el interpulso. Durante esta fase la combustión del helio se vuelve menos importante y el contenido de hidrógeno de las capas externas es reducido, como resultado del aumento de la combustión del hidrógeno, desde $\approx 2 \times 10^{-3} M_{\odot}$ al final de la pérdida de masa hasta $\approx 5 \times 10^{-4} M_{\odot}$ una vez que el remanente reinicia su evolución hacia el azul. Para el momento en el cual la masa de hidrógeno decrece por debajo de $\approx 8 \times 10^{-4} M_{\odot}$, la combustión del helio se vuelve prácticamente nula y la combustión del hidrógeno a través del ciclo CNO pasa a ser la fuente de energía dominante en la estrella. La mayor parte del tiempo de la transición post-AGB transcurre en esta etapa, durante la cual la evolución transcurre lentamente. En efecto, esta etapa dura aproximadamente 46000 años. Es importante notar que la estrella demora 48000 años en alcanzar una T_{eff} de 30000 K, temperatura necesaria para la excitación de la nebulosa planetaria. Este tiempo es demasiado largo para que la nebulosa planetaria sea producida. Estos resultados son similares a los encontrados por Mazzitelli & D'Antona (1986), quienes encuentran que si el apartamiento de la AGB tiene lugar durante la combustión estable del helio, entonces cuando la pérdida de masa es detenida la estrella pasa un tiempo considerable consumiendo la mayor parte de su envoltura de hidrógeno como super gigante roja. Wood & Faulkner (1986) también encuentran tiempos evolutivos largos en la fase post-AGB cuando sus modelos abandonan la AGB temprano en la fase interpulso. Como es bien sabido, el tiempo transcurrido en la fase post-AGB es fuertemente dependiente de la fase

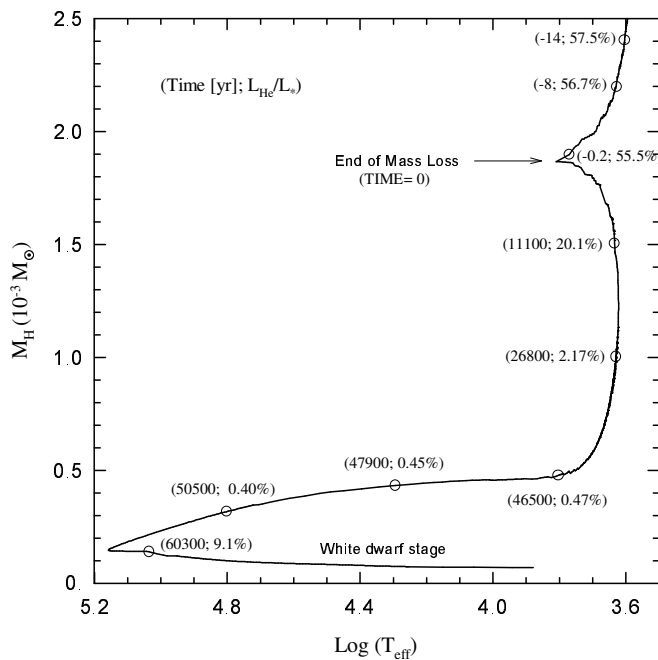


Figura 6.4: Masa de hidrógeno en las capas externas en unidades de 10^{-3} masas solares como función de la T_{eff} para las etapas evolutivas que preceden inmediatamente a la finalización de la pérdida de masa hasta el régimen de enana blanca. Los resultados corresponden al modelo remanente de $0.563 M_{\odot}$. Los números en paréntesis a lo largo de la curva son la edad (en años) contada desde la finalización de la pérdida de masa y el porcentaje de la contribución de la combustión del helio a la luminosidad superficial del modelo. Notar que cuando la pérdida de masa es detenida la estrella retorna hacia bajas T_{eff} donde durante un intervalo de 40000 años la combustión nuclear reduce la masa de hidrógeno en casi un factor de 4. La combustión de helio se vuelve despreciable y el remanente reinicia su evolución hacia T_{eff} altas, alcanzando finalmente la fase de enana blanca con un contenido de hidrógeno de $\approx 1.5 \times 10^{-4} M_{\odot}$. La combustión subsiguiente de hidrógeno reduce la envoltura residual de hidrógeno en un factor 2 adicional antes de alcanzar el dominio de las estrellas ZZ Ceti.

en el ciclo de helio en que la estrella abandona la AGB. En este sentido, si nuestro modelo hubiera sido forzado a dejar la AGB un poco después, durante la fase en que la combustión de hidrógeno representa la contribución principal a la luminosidad superficial (empleando por ejemplo una tasa de pérdida de masa menor), entonces su evolución posterior hubiera sido mucho más rápida (ver Mazzitelli & D'Antona 1986; Wood & Faulkner 1986). Finalmente es importante notar que la masa de hidrógeno es de $\approx 1.5 \times 10^{-4} M_{\odot}$ al entrar en la rama de enfriamiento y es reducida a $\approx 7 \times 10^{-5} M_{\odot}$ en el momento en que la estrella entra en el dominio de las estrellas ZZ Ceti. Debido a que no hemos invocado pérdida de masa adicional durante la fase de nebulosa planetaria o durante las etapas tempranas en la rama de enfriamiento, el valor encontrado para la masa de hidrógeno debe ser considerado como un límite superior. El valor encontrado para la masa de hidrógeno es también dependiente de la metalicidad asumida en el modelo. Un valor menor de la metalicidad produce envolturas finales más masivas para una masa estelar dada (ver por ejemplo Iben & MacDonald 1986). Un resultado equivalente se encuentra en el caso de enanas blancas con núcleos de helio (ver Serenelli, Althaus, Rohrmann & Benvenuto 2002 y resultados del capítulo 5).

En el contexto de este trabajo es importante la estratificación química interna de la enana

blanca. Por este motivo detallamos a continuación los perfiles químicos del remanente post-AGB. En particular la distribución de las abundancias de carbono y oxígeno del remanente se muestran en la figura 6.5. La parte interna del núcleo de carbono y oxígeno resulta de la combustión del núcleo convectivo de helio y de las etapas posteriores en que el shell de helio se propaga hacia el exterior a medida que es consumido. Notar que este tipo de perfiles es característico, aparte de las diferencias originadas en el empleo de diferentes rates para la reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, de los modelos en que ni semiconvección ni overshooting son considerados. El grado en que estos dos procesos afectan la estratificación química del núcleo es un tema de intenso debate y en la mayor parte de los estudios al respecto el tratamiento dado a estos procesos es muy rudimentario. Aquí preferimos no incluir ninguno de ellos y esto debe ser tenido en cuenta al considerar los resultados aquí presentados. Simplemente mencionaremos que en caso de incluir alguno o los dos procesos en los cálculos se esperan mayores abundancias de oxígeno en el núcleo ya que hacia el final de la etapa de combustión de helio en el núcleo, helio fresco de las capas superiores será transportado hacia el mismo y su combustión ocurrirá preferentemente a través de la reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ en vez de la 3α (ver Mazzitelli & D'Antona (1986) para más detalles). Antes de que la estrella alcance la configuración de enana blanca, un episodio de mezcla ocurre en las regiones centrales de la estrella. En efecto, debido a la forma particular del perfil de abundancias de carbono y oxígeno en $M_r/M_* \approx 0.2$ (líneas delgadas en figura 6.5), se desarrolla una inestabilidad Rayleigh-Taylor que da lugar a una rehomogeneización química de la zona más interna de la estrella (ver Salaris et al. 1997 para un resultado similar). Los perfiles resultantes después de la rehomogeneización se muestran en la misma figura en líneas gruesas y son los adoptados en este trabajo. Rodeando al interior de carbono-oxígeno hay un shell rico en carbono ($\sim 35\%$) y helio ($\sim 60\%$), y una capa exterior a este shell consistente prácticamente de helio puro, llamada buffer de helio. La presencia de carbono en la región rica en helio, por debajo del buffer de helio es resultado de la mezcla convectiva que lo ha transportado, desde la zona rica en carbono, hacia arriba durante el pico del último pulso térmico en la AGB. La masa del buffer de helio es de relevancia en conexión con la evolución subsiguiente del remanente durante la etapa de enana blanca, en particular con la ocurrencia de un flash de hidrógeno inducido por la difusión de elementos. En este sentido, Iben & MacDonald (1986) han encontrado que si la masa del buffer de helio es tan pequeña como $0.001 M_\odot$, entonces un flash de hidrógeno es iniciado como resultado de la difusión química. En nuestro modelo el buffer de helio tiene una masa de $3.4 \times 10^{-4} M_\odot$ cuando la estrella deja la AGB, pero durante la evolución posterior en la cual el modelo retorna a la AGB y gran parte de la envoltura de hidrógeno es quemada, la masa del buffer aumenta hasta $0.0024 M_\odot$ (y hasta $0.003 M_\odot$ al iniciarse la etapa de enana blanca). El buffer de helio resulta entonces demasiado masivo como para que el flash de hidrógeno se produzca. Finalmente mencionemos que el contenido total de helio en la estrella, una vez que la combustión de helio se ha extinguido, es de $0.014 M_\odot$.

La dependencia temporal de la contribución a la luminosidad causada por la combustión del hidrógeno a través de las reacciones de la cadena protón-protón (L_{pp}) y del ciclo CNO (L_{CNO}), de la combustión del helio (L_{He}), pérdidas por neutrinos (L_ν) y la luminosidad superficial (L_*) para el modelo de enana blanca de $0.563 M_\odot$ remanente se muestran en el panel superior de la figura 6.6, desde la etapa post-AGB hasta la luminosidad más baja computada. En el panel inferior se muestran las contribuciones relativas de L_{He} y $L_H = L_{pp} + L_{CNO}$ a la luminosidad superficial de la estrella. Además se muestra el cociente L_{pp}/L_H . Puede verse que al principio el ciclo CNO contribuye apreciablemente a la luminosidad superficial de la estrella. Después de 7×10^3 años de evolución (poco después de que el remanente alcance el punto de mayor T_{eff}), las reacciones del ciclo CNO cesan abruptamente, y el modelo comienza a descender por la

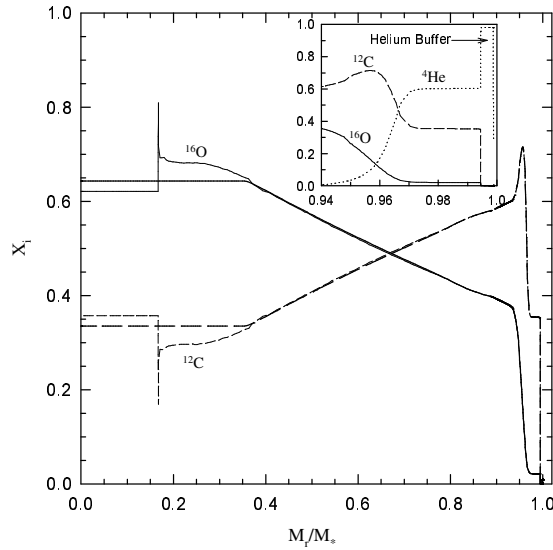


Figura 6.5: Perfiles de abundancia de carbono y oxígeno en el núcleo del remanente de $0.563 M_{\odot}$ enseguida después de la finalización de la pérdida de masa. Las líneas gruesas denotan los perfiles después de la rehomogeneización causada por una inestabilidad de Rayleigh-Taylor que ocurre en la región central de la estrella. Las líneas delgadas muestran los mismos perfiles antes de la rehomogeneización. El gráfico insertado muestra la distribución de abundancias del helio, carbono y oxígeno en las capas externas de la estrella.

rama de enfriamiento, en el dominio de las enanas blancas, cuando la luminosidad superficial comienza a disminuir rápidamente. En ese momento L_{He} contribuye casi tanto como L_H a la luminosidad superficial. De ahí en más, la combustión nuclear juega un rol menor en la evolución de la estrella, que está dominada por las pérdidas por neutrinos y por la liberación de energía gravotérmica. La contribución máxima de la combustión nuclear a la luminosidad superficial durante la fase de enana blanca ocurre en el rango de T_{eff} entre 35000 y 20000 K (desde 5×10^6 a 4×10^7 años de evolución). Durante esta fase de la evolución la combustión nuclear ocurre principalmente a través del ciclo CNO. A una edad de $\approx 10^8$ años la producción de energía por el ciclo CNO cae por debajo de la producida por la cadena protón-protón. En el dominio de las ZZ Ceti es esta cadena de reacciones la única que contribuye apreciablemente como fuente de energía de la estrella. Es interesante destacar que durante esta etapa el cociente luminosidad nuclear/superficial alcanza un máximo local. En el borde azul de la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti la luminosidad nuclear es de alrededor de un 10% de la superficial, mientras que en el borde rojo es de un 5% aproximadamente. A medida que la evolución continua a luminosidades y T_{eff} más bajas la luminosidad nuclear se vuelve prácticamente despreciable.

Una vez que la estrella ha alcanzado la rama de enfriamiento, la distribución de su composición química es fuertemente modificada por los procesos de difusión que actúan durante la evolución de la enana blanca. Para ilustrar esto se puede ver en la figura 6.7 las abundancias por masa de ^1H , ^3He , ^4He , ^{12}C y ^{14}N como función de la fracción de masa externa q ($q = 1 - M_r/M_*$ de modo que el centro de la estrella corresponde a $\log q = 0$) para diferentes momentos en la evolución, caracterizados por valores de $\log L/L_{\odot}$ y $\log T_{\text{eff}}$ (números dados en paréntesis). Además la liberación de energía nuclear ϵ_{nuc} causadas por las combustiones de

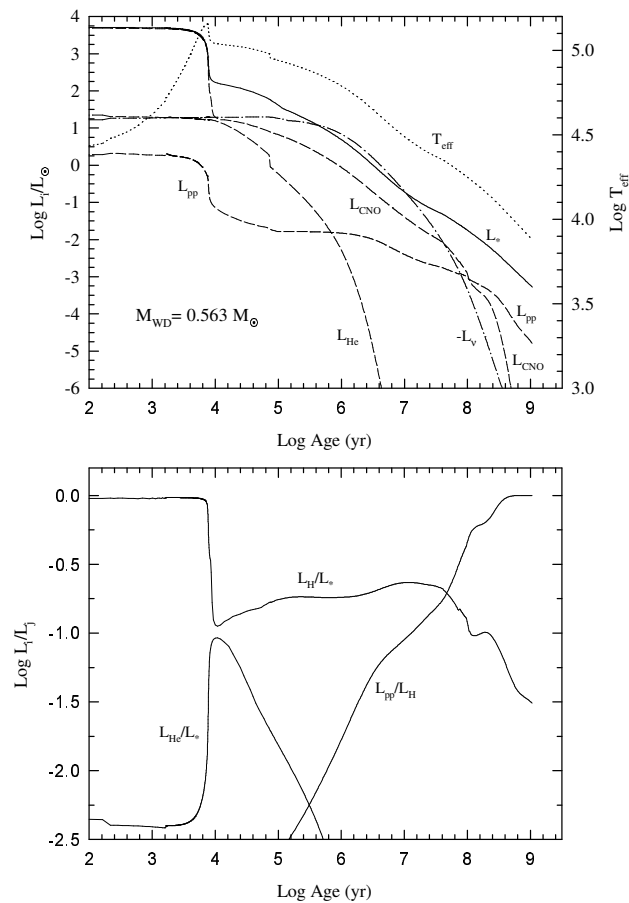


Figura 6.6: El panel superior muestra las diferentes contribuciones a la luminosidad del modelo (en unidades solares) como función del tiempo: luminosidad superficial (L_*), por cadena protón-protón (L_{pp}), por ciclo CNO (L_{CNO}), por combustión del helio (L_{He}) y por pérdida por neutrinos (L_ν). La evolución de la T_{eff} también se muestra. Aquí el punto de edad cero corresponde al momento en que el modelo alcanza el punto donde $\text{log}T_{\text{eff}} = 4.40$. El panel inferior muestra los cocientes de luminosidades. L_H es la luminosidad total por combustión de hidrógeno ($L_H = L_{pp} + L_{CNO}$). Notar que cuando el dominio de las estrellas ZZ Ceti es alcanzado, L_H (que es dominado por L_{pp}) alcanza un máximo, con una contribución a la luminosidad superficial de un 10%.

hidrógeno y helio se muestran también en líneas delgadas. El panel *a* muestra la estratificación química antes de que la estrella alcance el punto de máxima T_{eff} a altas luminosidades. En las capas externas las abundancias corresponden esencialmente a las abundancias iniciales asumidas para el modelo (abundancias solares). En el buffer de helio las abundancias de ^{12}C y ^{14}N reflejan las abundancias resultantes del ciclo CNO, diferentes de las solares, habiéndose transformado casi todo el ^{12}C en ^{14}N . El panel *b* corresponde a un modelo al comienzo de la rama de enfriamiento, 5×10^5 años después de la finalización de la pérdida de masa. Los efectos de la difusión son sólo apreciables en las capas externas, donde la sedimentación gravitatoria hace que los elementos pesados se hundan. Los cambios observados en la zona del buffer de helio se deben principalmente a la combustión nuclear, a través del ciclo CNO en la base de la envoltura de hidrógeno. Cuando la estrella evoluciona a lo largo de la curva de enfriamiento (paneles *c* y *d*), la acción de la sedimentación gravitatoria se hace evidente, dando lugar a envolturas puras de hidrógeno. También es notorio el efecto de la difusión química donde existen gradientes de

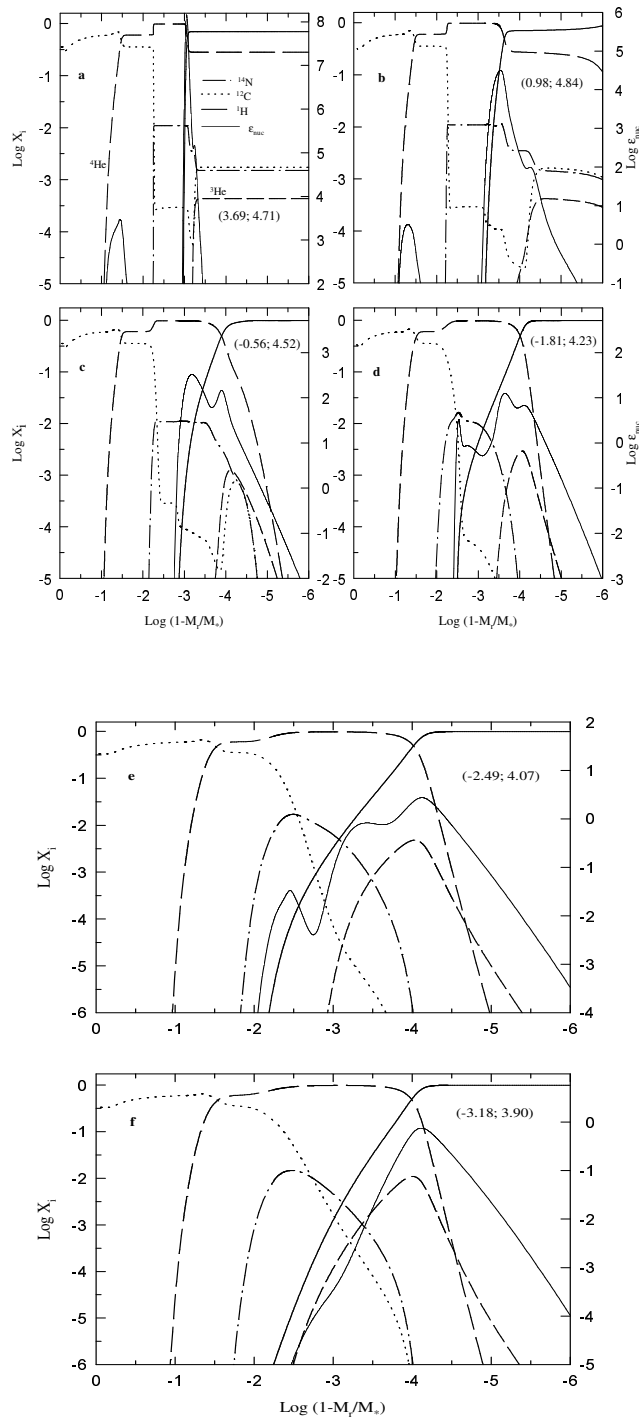


Figura 6.7: Abundancia por masa de ^1H , ^3He , ^4He , ^{12}C y ^{14}N como función de la fracción de masa externa para el modelo de enana blanca en diferentes puntos de su evolución, caracterizados por valores de $\log L/L_\odot$ y $\log T_{\text{eff}}$ (números dados en paréntesis). También se muestra la tasa de liberación de energía nuclear ϵ_{nuc} (en $\text{erg g}^{-1} \text{s}^{-1}$) en línea delgada (la combustión del helio sólo es relevante en los modelos *a* y *b*). El modelo mostrado en *a* corresponde a un punto antes de alcanzar el momento de máxima T_{eff} a altas luminosidades mientras que el mostrado en *f* corresponde al último modelo calculado. En *e* se muestra un modelo correspondiente a la fase de ZZ Ceti. Notar en este modelo la extensión de la cola interna del perfil de hidrógeno, así como la extensión de la zona donde se produce la liberación de energía nuclear. Se aprecia claramente en estos gráficos la influencia de los procesos de difusión en los perfiles de abundancias durante la evolución de la enana blanca.

abundancias grandes. Como resultado de esto puede verse que en el buffer de helio existe una cola de la distribución de hidrógeno a edades más avanzadas (panel *d*) y una de la distribución del carbono en la parte interna del mismo. La cola de hidrógeno que se difunde hacia el interior es la que favorece la liberación de energía nuclear ya que el hidrógeno alcanza de esta manera regiones de temperaturas más elevadas. La estratificación química cuando el modelo alcanza la región de las ZZ Ceti puede verse en el panel *e*, cuando la edad de enfriamiento es de 3×10^8 años. Los perfiles de abundancias han sido notoriamente modificados con respecto a los correspondientes al inicio de la rama de enfriamiento. En particular la estrella está caracterizada por una envoltura pura de hidrógeno de $3.5 \times 10^{-5} M_{\odot}$ más una cola de hidrógeno ancha, que alcanza capas bien dentro de la estrella (la masa total de hidrógeno es $(7 \times 10^{-5} M_{\odot})$). En este momento la cola de hidrógeno alcanza su máxima profundidad. También es notoria la cola de carbono, que se extiende desde el interior de la estrella hacia el buffer de helio. A medida que la estrella se siga enfriando la cola de hidrógeno comienza a retraerse hacia el exterior debido al aumento de la degeneración electrónica, que causa que la difusión química se vuelva menos importante, deteniendo la difusión del hidrógeno. El perfil químico correspondiente al último modelo calculado se muestra en el panel *f*. Comparando los paneles *e* y *f* resulta evidente que, a excepción de las capas más externas, el equilibrio difusivo no ha sido alcanzado en estas etapas. Esto permite afirmar que la aproximación de equilibrio difusivo, usualmente empleada para determinar los perfiles químicos de las enanas blancas DA en los estudios pulsacionales de las mismas no resulta apropiado. Otro punto interesante concerniente a la difusión en la distribución de los elementos está relacionado con la evolución de las abundancias en los perfiles de ^{12}C y ^{14}N en el buffer de helio. Inicialmente (panel *a*) puede verse que en el buffer de helio el ^{14}N es mucho más abundante que el ^{12}C ; sin embargo en las últimas etapas computadas el ^{12}C resulta más abundante que el ^{14}N en casi todo el interior estelar (a excepción de una parte del buffer de helio), aún cuando el ^{12}C ha sido procesado en ^{14}N por la combustión nuclear durante la evolución como enana blanca. Un resultado similar ha sido encontrado por Iben & MacDonald (1986) aunque en sus cálculos el ^{12}C es más abundante que el ^{14}N en el buffer de helio cuando la estrella alcanza el dominio de las ZZ Ceti. Esta diferencia puede deberse en parte a que los cálculos de Iben & MacDonald (1986) no incluyen la difusión térmica. Dado que ésta actúa en la misma dirección que la sedimentación gravitatoria, el no tenerla en cuenta lleva a mayores abundancias de ^{12}C en el buffer de helio. En este contexto, este efecto puede ser responsable de diferencias en la luminosidad por combustión nuclear con respecto al caso en que la difusión térmica es tenida en cuenta. Para verificar esta afirmación se ha realizado un cálculo en el cual la difusión térmica no ha sido tenida en cuenta. En ese caso la abundancia de ^{12}C encontrada en el buffer de helio al comienzo del dominio de las ZZ Ceti es mayor que en el caso que incluye difusión térmica, y además la contribución de la luminosidad nuclear con respecto a la luminosidad superficial alcanza hasta un 20%.

Un aspecto que merece también ser discutido es el efecto de la difusión química en la combustión nuclear. En el caso de un modelo de $Z = 0.001$ ha sido discutido por Iben & MacDonald (1985). La situación para el caso $Z = 0.02$ es cualitativamente similar aunque existen algunas diferencias. La difusión hace que las reacciones del ciclo CNO sean eficientes durante un lapso de tiempo mayor que cuando la difusión no es tenida en cuenta. Esto puede verse en la figura 6.7 mirando la distribución de la energía nuclear generada dentro de la estrella. Debido a la cola de hidrógeno que se difunde hacia adentro en el buffer de helio, y al carbono difundiendo desde adentro hacia el exterior penetrando también en el buffer de helio, la producción de energía nuclear vía las reacciones del ciclo CN son significativas por un largo período de tiempo en la evolución de la enana blanca. La ubicación del máximo de

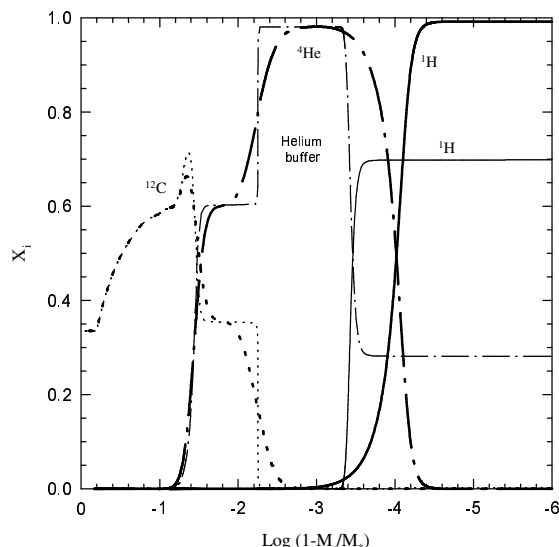


Figura 6.8: Perfiles de abundancia del remanente enana blanca para dos modelos seleccionados justo después del punto de máxima T_{eff} (líneas delgadas) y cerca del comienzo del régimen de ZZ Ceti (líneas gruesas). El efecto de la difusión es claramente notable, en particular nótese cómo los gradientes de abundancias son suavizados por efectos de la difusión química, mientras que la sedimentación gravitatoria produce una envoltura pura de hidrógeno.

ϵ_{CN} se vuelve más profunda a medida que la evolución procede, alcanzando una profundidad máxima de $\approx 1.7 \times 10^{-3} M_{\odot}$ por debajo de la superficie estelar. Notar que a pesar de que la difusión produce abundancias aumentadas de hidrógeno y carbono en el buffer de helio, esto no resulta en un flash termonuclear. Esta situación podría ser diferente si el buffer de helio hubiera sido menos masivo que el obtenido en nuestros cálculos ($0.003 M_{\odot}$). En efecto, Iben & MacDonald (1986) mostraron que un flash de hidrógeno se inicia cuando la estrella se encuentra en la rama de enfriamiento si el buffer de helio es tan pequeño como $0.001 M_{\odot}$, y que éste es evitado cuando si el buffer tiene $0.005 M_{\odot}$. Como se mencionó antes, cuán masivo es el buffer de helio depende (para un progenitor de masa dada) de la fase en el ciclo de los flashes de helio durante los pulsos térmicos en que la estrella deja la AGB. Por lo tanto, el rol de las reacciones nucleares, en particular debido al ciclo CN, depende también del momento en que la estrella deja la AGB. Finalmente, también puede verse en la figura 6.7 que a medida que la estrella se enfría, el rango de masa en el cual ocurre la combustión nuclear del hidrógeno se vuelve más ancho a medida que la cola de la distribución de hidrógeno penetra hacia adentro. Puede verse que el máximo ancho se alcanza en la región de las ZZ Ceti, por lo que la estabilidad de los modos en los modelos de enana blanca DA podría ser afectada por la ocurrencia de combustión nuclear en un rango de masa considerable. En este sentido, hay que mencionar que la combustión nuclear en un shell, a través del mecanismo- ϵ , es responsable de la inestabilidad de los modos-g en modelos de pre-enana blanca (Kawaler et al., 1986; Kawaler, 1988). Sin embargo, los períodos de los modos observados son tan pequeños que no han sido observados en dichas estrellas (Hine & Nather, 1987). De todas formas, nuestros cálculos indican que la combustión de hidrógeno contribuye a lo sumo con un 10% a la luminosidad superficial durante la etapa ZZ Ceti. La combustión nuclear no representa en el caso de nuestros modelos una fuente importante de energía aún para la envoltura de hidrógeno más masiva predicha por la evolución pre-enana blanca. Esto es consecuencia no sólo del hecho de que nuestros cálculos

asumen una metalicidad alta, $Z = 0.02$ (ver Iben & MacDonald 1986), sino que también se debe a la inclusión de la difusión térmica que, como se ha dicho, disminuye la contribución de la combustión del hidrógeno a la luminosidad superficial.

La forma de los perfiles de composición química es un factor clave para determinar los períodos de los modos-g de las estrellas DAV. En la figura 6.8 comparamos la estratificación química de la enana blanca en el dominio de inestabilidad con el correspondiente al comienzo de la rama de enfriamiento. El rol de la difusión es notorio en esta figura. Las casi discontinuidades iniciales, resultantes de los episodios de convección durante la evolución del progenitor en la AGB, son suavizadas notablemente por la difusión. En efecto, la difusión modifica fuertemente la pendiente de los perfiles químicos en las regiones externas de la estrella a lo largo de la rama de enfriamiento. Como es bien sabido, tales regiones resultan críticas para las propiedades pulsacionales de las enanas blancas. En la próxima sección describimos los efectos de estos perfiles en las cantidades principales que entran en las ecuaciones de pulsaciones adiabáticas. Un análisis detallado del espectro pulsacional de las DAV está más allá del alcance de este trabajo y referimos al lector a Córscico, Althaus, Benvenuto & Serenelli (2001, 2002); Córscico (2002).

6.4 Cantidades para el análisis de las pulsaciones adiabáticas

Aquí se describen las características de las variables básicas que son relevantes para el análisis de las pulsaciones adiabáticas. Nos concentramos particularmente en la frecuencia de Brunt-Väisälä (BVF) y el término de Ledoux (B). Para realizar el análisis elegimos nuestro modelo correspondiente a una $T_{\text{eff}} = 12000$ K, dentro de la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti.

En términos generales, la BVF es la frecuencia de oscilación de una porción de fluido estelar estratificada cuando es desplazada verticalmente (radialmente) de su posición de equilibrio, y la flotación actúa como fuerza restauradora. La BVF (N) se define como (Unno et al., 1989):

$$N^2 \equiv g \left(\frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right). \quad (6.1)$$

Como es bien sabido, la forma de la BVF es directamente responsable de las características globales del espectro de períodos en las enanas blancas pulsantes. Puede demostrarse empleando un análisis local (ver por ejemplo Unno et al. 1989) que la condición para modos-g que se propagan (no-evanescentes) es que la frecuencia al cuadrado, σ^2 , debe ser menor que L_ℓ^2 y que N^2 (L_ℓ^2 es la frecuencia acústica de Lamb, la otra frecuencia crítica en las oscilaciones no-radiales de las estrellas). La región del modelo donde esta condición es cumplida es la zona de propagación del modelo (ver diagramas de propagación en, por ejemplo, Cox 1980; Unno et al. 1989). En particular, para enanas blancas, la BVF alcanza valores muy pequeños dentro del núcleo degenerado, excluyendo la posibilidad de propagación de modos-g de orden bajo (períodos cortos). En su lugar, estos modos se propagan en la envoltura de la estrella, y por lo tanto son muy sensibles a los detalles de la estructura de las regiones externas.

Desde el punto de vista computacional, el tratamiento de la BVF en el interior de las estrellas enanas blancas ha sido ampliamente discutido previamente (ver Tassoul, Fontaine & Winget 1990 y en particular Brassard et al. 1991). Estos estudios ilustran los problemas numéricos y errores sistemáticos que resultan del cálculo de la BVF cuando ésta es calculada directamente de su definición (ec. 6.1). Brassard et al. (1991) han mostrado que, en el marco

de sus modelos estelares, el perfil de BVF obtenido de la ec. 6.1 puede llevar a un patrón no realista de períodos de modos-g. Como se menciona en ese artículo, la razón para ello no es el cálculo de las derivadas numéricas, sino el empleo directo de la ec. 6.1 para materia fuertemente degenerada, típica de los interiores de las enanas blancas, que implican la substracción de dos cantidades grandes que son casi iguales lo que produce, además de estructuras espúreas en el perfil de N , un corrimiento global hacia valores mayores de la BVF, particularmente para la parte interna del núcleo. Esto lleva a un aumento de las autofrecuencias de los modos-g o, en otras palabras, a un desplazamiento hacia períodos más cortos. Además, la región de formación del período, caracterizada por las funciones de peso (ver Brassard et al. 1991), es afectada fuertemente.

Para evitar estas dificultades, Brassard et al. (1991) proveen una estrategia computacional apropiada para objetos degenerados, conocida como tratamiento modificado de Ledoux. De acuerdo a estos autores, N^2 en las enanas blancas puede calcularse como

$$N^2 = \frac{g^2 \rho \chi_T}{P \chi_\rho} (\nabla_{ad} - \nabla + B) \quad (6.2)$$

donde χ_T (χ_ρ) denota la derivada parcial logarítmica de la presión con respecto a T (ρ), ∇ y ∇_{ad} son los gradientes de temperatura real y adiabático, respectivamente, y B el término de Ledoux que está dado por

$$B = -\frac{1}{\chi_T} \sum_{i=1}^{n-1} \chi_{X_i} \frac{d \ln X_i}{d \ln P} \quad (6.3)$$

donde X_i es la abundancia por masa de las especies i , n es el número total de especies consideradas y

$$\chi_{X_i} = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln X_i} \right)_{\rho, T, \{X_j \neq i\}} \quad (6.4)$$

Esta formulación tiene la ventaja de evitar los problemas mencionados anteriormente, y al mismo tiempo tiene en cuenta explícitamente la contribución a N^2 de cualquier cambio en la composición en el interior del modelo (zonas de transición química) por medio del término de Ledoux. Brassard et al. (1992a) enfatizan la relevancia del correcto tratamiento de la BVF en las interfaces de composición química en enanas blancas estratificadas, particularmente en conexión con los efectos de resonancia de modos, fenómeno conocido como “modos atrapados”. El tratamiento modificado de Ledoux es empleado en la mayoría de los estudios pulsacionales de enanas blancas. El código de pulsaciones empleado en estos cálculos (Córscico & Benvenuto, 2002) está también basado en esta formulación.

El término de Ledoux B es un ingrediente importante en el cálculo de N^2 . En la mayor parte de los estudios existentes, la forma de B es calculada en base a perfiles químicos tratados en base al equilibrio difusivo en la aproximación elemento-traza (ver, por ejemplo, Tassoul, Fontaine & Winget (1990); Brassard et al. (1991, 1992a,b)). El comportamiento de B es responsable (a través de N^2) de efectos macroscópicos en la distribución de períodos en enanas blancas estratificadas, tales como los modos atrapados y el confinamiento de modos (siguiendo la terminología de Brassard et al. 1992b). En el panel superior de la figura 6.9 se muestran los perfiles de abundancias de las especies químicas más relevantes de nuestros modelos. En el panel central se ilustra el término B correspondiente y en el panel inferior se muestra N^2 . Los perfiles químicos predichos en nuestros cálculos son muy suaves en las interfaces, lo cual da

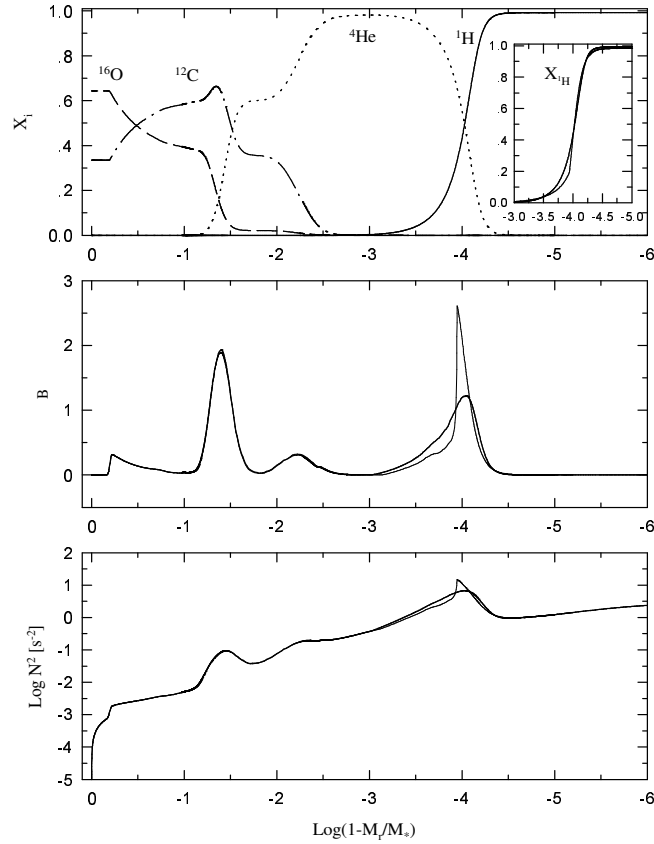


Figura 6.9: Panel superior: perfil químico interno de hidrógeno, helio carbono y oxígeno para un modelo de ZZ Ceti de $0.563 M_{\odot}$ a $T_{\text{eff}} = 12000 \text{ K}$. La interface de hidrógeno-helio se muestra en el gráfico pequeño insertado en el mismo panel, junto con los resultados correspondientes a la aproximación elemento-traza del equilibrio difusivo (línea delgada). Panel central: término de Ledoux B correspondiente. Nuevamente la línea delgada corresponde a la aproximación de equilibrio difusivo. Panel inferior: logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä .

lugar a colas extendidas en la forma de B . También es importante notar que nuestro modelo está caracterizado por una interface química en la que coexisten tres especies químicas con abundancias apreciables: oxígeno, carbono y helio. Esta transición da dos contribuciones a B , una de ellas de magnitud relativamente grande, localizada en $\log q \sim -1.4$, y otra más externa y pequeña en $\log q \sim -2.2$. Esta característica produce una diferencia en comparación a los resultados de otros autores (ver Tassoul, Fontaine & Winget 1990; Brassard et al. 1991, 1992a,b; Bradley 1996). Por último, notar que la contribución de la interface H-He es menor que la correspondiente a la transición O-C-He. Del panel inferior de la figura 6.9 puede verse que cada rasgo de B se refleja en la forma de BVF. Las contribuciones del término de Ledoux se transforman en prominencias extendidas en N^2 . Notar el comportamiento global suave de estas cantidades cuando se emplean modelos evolutivos que incorporan la dependencia temporal en la difusión de los elementos. A los efectos de comparación, se incluyen en la figura los términos B y N^2 calculados de acuerdo al equilibrio difusivo en la aproximación de elemento-traza dada por Tassoul, Fontaine & Winget (1990). El perfil químico resultante en la transición H-He

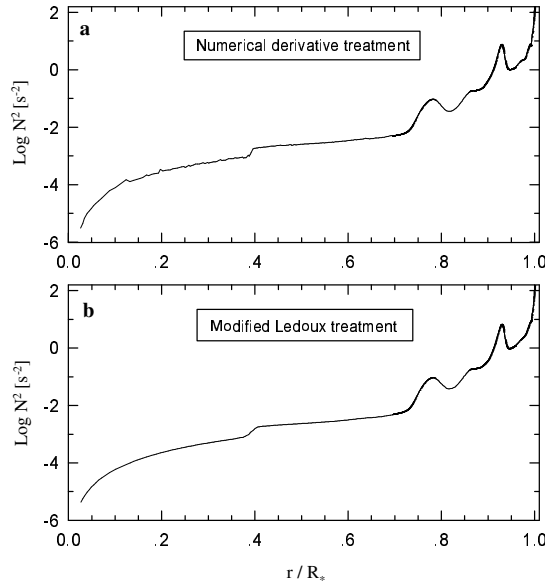


Figura 6.10: (a) Logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä como función del radio estelar usando derivadas numéricas en la ec. 6.5. (b) La misma cantidad pero calculada usando la ec. 6.2. El modelo estelar es el mismo de la figura 6.9.

obtenido mediante esta aproximación se muestra en el panel superior de la figura 6.9 en líneas delgadas. De acuerdo con estudios previos, notar que la aproximación de equilibrio difusivo lleva a un pico pronunciado en el término de Ledoux en la interface química, que se traslada en un pico muy abrupto en esa región en N^2 .

Por completitud, también hemos computado N^2 directamente de la ec. 6.1. Usando la condición de equilibrio hidrostático, la ec. 6.1 puede reescribirse como

$$N^2 = -\frac{g^2 \rho}{P} \left(\frac{d \ln \rho}{d \ln P} - \frac{1}{\Gamma_1} \right). \quad (6.5)$$

La derivada $\frac{d \ln \rho}{d \ln P}$ en esta ecuación ha sido calculada numéricamente empleando un esquema de interpolación apropiado. Este esquema proporciona la derivada primera en los puntos interpolados. El resultado para N^2 se muestra en la figura 6.10 (panel superior) en términos de r/R_* . Por comparación, en el panel inferior de la misma figura se muestra N^2 calculada de acuerdo al tratamiento modificado de Ledoux. Notar que la estrategia empleada para las derivadas numéricas da excelentes resultados, reproduciendo hasta los más finos detalles del perfil de N^2 calculada con la ec. 6.2. Hacia el centro, apenas pueden observarse estructuras muy pequeñas originadas por ruido numérico. En contraste con lo afirmado por Brassard et al. (1991), nuestros cálculos basados en un esquema interpolatorio apropiado proveen un perfil para N^2 confiable en nuestros modelos estelares (ver un resultado similar en Gautschy, Ludwig & Freytag 1996).

6.5 Conclusiones

Se han presentado cálculos evolutivos de estrellas enanas blancas DA. Los cálculos tienen en cuenta la difusión de elementos incluyendo su dependencia temporal, la combustión nuclear y la

historia del progenitor de la enana blanca de manera auto-consistente. La aplicación principal de estos modelos será la exploración de sus propiedades pulsacionales (objetivo fuera del alcance de esta tesis).

Específicamente, seguimos la evolución de una estrella de $3 M_{\odot}$ inicialmente desde la ZAMS hasta el extremo de la AGB. Hacia el final de la combustión del helio en el núcleo la estrella experimenta unos 40 micropulsos de baja amplitud en la luminosidad superficial. Después la evolución continúa hacia la AGB, donde la estrella experimenta los pulsos térmicos principales, causados por inestabilidades en el shell de helio. Después de 11 pulsos térmicos el modelo es forzado a evolucionar hacia la configuración de enana blanca aplicando una fuerte pérdida de masa al modelo. La evolución es seguida hasta el dominio de las ZZ Ceti, en la rama de enfriamiento de las enanas blancas.

Encontramos que si la estrella se aparta de la AGB temprano en el ciclo interpulso, durante la combustión estacionaria de helio, entonces después de la fase de pérdida de masa ($\log T_{\text{eff}} = 3.8$), la estrella retorna al rojo donde la envoltura de hidrógeno es considerablemente reducida por la combustión del mismo en la base de la envoltura. Como resultado no se produce una nebulosa planetaria ya que el remanente necesita ~ 48000 años en alcanzar los 30000K , temperatura necesaria para la excitación de la nebulosa. Esto está de acuerdo con los resultados encontrados por Mazzitelli & D'Antona (1986); Wood & Faulkner (1986). La masa de hidrógeno que queda al comienzo de la rama de enfriamiento de enana blanca es de $\sim 1.5 \times 10^{-4} M_{\odot}$, y es reducida a $7 \times 10^{-5} M_{\odot}$ debido a los efectos combinados de la combustión nuclear y la difusión de elementos para el momento en que la estrella alcanza el dominio de las ZZ Ceti. Debido a que no hemos invocado pérdida de masa adicional durante la fase de núcleo de nebulosa planetaria o durante las fases tempranas en la rama de enfriamiento, el valor de masa dado para la envoltura de hidrógeno debe considerarse como una cota superior. Otra característica de interés es el tamaño del buffer de helio. Éste tiene $\approx 3 \times 10^{-4} M_{\odot}$ cuando la estrella deja la AGB, pero cuando el remanente retorna hacia el rojo, la masa del buffer aumenta hasta $0.0024 M_{\odot}$, el cual es lo suficientemente masivo como para prevenir un flash de hidrógeno inducido por la difusión. De esta manera, concluimos que si la estrella se aparta de la AGB cuando la combustión de helio ocurre de manera estacionaria, no es posible la ocurrencia de una nova auto-inducida como predicen Iben & MacDonald (1986).

De acuerdo con Iben & MacDonald (1985) encontramos que la difusión de elementos modifica fuertemente la distribución de las abundancias químicas durante el enfriamiento de la enana blanca. Las discontinuidades en las distribuciones de abundancias, presentes al comienzo de la rama de enfriamiento, son suavizadas considerablemente por los procesos de difusión al momento en que el dominio de ZZ Ceti es alcanzada. Nuestros cálculos muestran, además, que el equilibrio difusivo no es alcanzado (excepto en las capas externas) cuando la estrella alcanza el dominio de las ZZ Ceti. Durante la fase de ZZ Ceti se observa una evolución apreciable de las abundancias químicas. Con respecto a las reacciones nucleares, encontramos que no representan una fuente importante de energía durante la etapa de enana blanca, como se espera para una estrella progenitora de alta metalicidad. Encontramos también que la difusión térmica disminuye la importancia de las reacciones nucleares.

En cuanto a las cantidades relevantes en el cálculo de las pulsaciones adiabáticas, encontramos que la forma del término de Ledoux es marcadamente diferente del encontrado en estudios previos de pulsaciones de enanas blancas. Esto es debido en parte al efecto de suavizado de los perfiles químicos causado por la difusión de elementos, lo que da lugar a picos menos pronunciados en el término de Ledoux y la frecuencia de Brunt-Väisälä.

Esperamos que las propiedades pulsacionales de los modelos evolutivos presentados en este

trabajo muestren diferencias notorias en comparación con las encontradas en estudios previos. Sin realizar un estudio detallado de las propiedades pulsacionales (tema que escapa a los objetivos de esta tesis), puede especularse en base a estos modelos que la energía cinética de oscilación de algunos modos podrían ser considerablemente afectada como resultado de la forma de la frecuencia de Brunt-Väisälä. Remitimos al lector a Córscico, Althaus, Benvenuto & Serenelli (2001, 2002); Córscico (2002) para un estudio detallado de las propiedades pulsacionales de estos modelos.

Finalmente, cabe mencionar que existen aún muchas incertezas en la teoría de evolución estelar que previenen hacer afirmaciones definitivas acerca de la estratificación química de las enanas blancas. Por ejemplo, el grado en que la semiconvección y el overshooting afectan la estratificación química en el núcleo no es conocido en términos de primeros principios. Por eso, en principio, el perfil de composición química en el núcleo podría ser ligeramente diferente de acuerdo a si estos procesos son tenidos en cuenta o no. Además, la estratificación química en las zonas externas depende del momento en que el progenitor deja la AGB, en particular en cuanto al espesor del buffer de helio. Por último, una pérdida de masa adicional durante la fase de nebulosa planetaria, o durante las primeras etapas en la rama de enfriamiento producirá una disminución adicional del espesor de la envoltura de hidrógeno.

Capítulo 7

Enanas blancas de carbono y oxígeno. Progenitor de $7.5 M_{\odot}$

7.1 Introducción

Desde el punto de vista teórico es sabido que el núcleo de carbono-oxígeno de las WDs desarrolla una fase cristalizada en algún momento de su evolución (Lamb & Van Horn, 1975). Sin embargo, desde el punto de vista observacional, no ha habido una manera de inferir la existencia de WDs con núcleos cristalizados. En este contexto, el estudio de las estrellas ZZ Ceti parece ser el camino más promisorio para determinar si la cristalización ocurre o no en los interiores de estas estrellas y si ocurre en qué grado lo hace. En efecto, el descubrimiento de pulsaciones en la estrella BPM 37093 (Kannan et al., 1992), una estrella ZZ Ceti masiva que debería estar cristalizada en gran medida (Winget et al., 1997), convierte a esta estrella en un objeto que ofrece excelentes perspectivas para obtener cotas observacionales al proceso de cristalización en las WDs. Montgomery & Winget (1999) han explorado en detalle desde el punto de vista teórico los efectos de la cristalización en el patrón de los períodos de las pulsaciones y encuentran que algunos períodos son marcadamente afectados por cambios en la fracción de masa cristalizada de sus modelos.

En vista de lo dicho anteriormente, y también en base a que no existen en la literatura modelos de WDs masivas con núcleos de carbono-oxígeno que hayan sido obtenidos teniendo en cuenta su historia evolutiva previa y que además incluyan la difusión de elementos químicos de manera consistente con los cálculos evolutivos (procesos cuya importancia respecto de las propiedades pulsacionales de las estrellas ZZ Ceti ha sido discutida en el capítulo 6 y con más detalle en Córscico, Althaus, Benvenuto & Serenelli 2001, 2002). Estos modelos permitirán realizar un estudio del espectro pulsacional de las estrellas ZZ Ceti masivas ($\sim 1 M_{\odot}$) que deben encontrarse al menos parcialmente cristalizadas cuando se encuentran en la banda de inestabilidad.

7.2 Detalles computacionales

Los cálculos que se presentan en este capítulo han sido realizados con el CEELP cuyas características generales han sido descritas en el capítulo 2. Para este trabajo sin embargo, se han realizado modificaciones importantes, particularmente en lo que se refiere al tratamiento numérico de los procesos que modifican la composición química en el interior de las estrellas.

En particular, para el presente estudio se ha considerado un esquema dependiente del tiempo para el tratamiento simultáneo de los cambios de composición química debidos a las reacciones nucleares y a procesos de mezcla macroscópicos (convección, semiconvección e inestabilidades salt-finger conocidas también como Rayleigh-Taylor). Estos cambios pueden describirse mediante el sistema de ecuaciones

$$\left(\frac{d\vec{Y}}{dt}\right) = \left(\frac{\partial\vec{Y}}{\partial t}\right)_{\text{nuc}} + \frac{\partial}{\partial M_r} \left[(4\pi r^2 \rho)^2 D \frac{\partial\vec{Y}}{\partial M_r} \right] \quad (7.1)$$

donde el primer término del miembro derecho tiene en cuenta los cambios debidos a las reacciones nucleares y el segundo los cambios por procesos de mezcla. Aquí, \vec{Y} es el vector columna formado por las fracciones número de las especies nucleares consideradas.

Los cambios de abundancias por efectos de las reacciones nucleares están representados por ecuaciones diferenciales no-lineales cuyo tratamiento fue presentado en la sección 2.4 y no lo repetiremos aquí. Baste para nuestros propósitos tener presente que el primer término del miembro derecho de la ecuación 7.1 puede escribirse, una vez hecha la linealización descrita en 2.4, como

$$\left(\frac{\vec{Y}^{n+1} - \vec{Y}^n}{\Delta t}\right)_{\text{nuc}} = -\Gamma \vec{Y}^{n+1} + \vec{\Lambda} \quad (7.2)$$

donde Γ es una matriz de $I \times I$ (donde I es el número total de especies nucleares consideradas) y $\vec{\Lambda}$ un vector columna de dimensión I cuyos elementos están dados básicamente por los rates de las reacciones nucleares consideradas, y los supraíndices denotan el paso temporal de la integración (remitirse a la sección 2.4 o a Arnett & Truran 1969 para más detalles).

Los procesos de mezcla son tratados como procesos difusivos donde el coeficiente de difusión D (igual para todas las especies nucleares consideradas) es calculado a partir de una teoría de convección apropiada (volveremos sobre este punto más adelante). Denotando con subíndices los puntos de la red espacial del modelo estelar, el término difusivo de la ecuación 7.1 puede aproximarse para un tiempo dado $n + 1$ como

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial M_r} \left[(4\pi r^2 \rho)^2 D \frac{\partial\vec{Y}}{\partial M_r} \right] \right\}_j^{n+1} \approx \mathcal{A} \vec{Y}_{j-1}^{n+1} + \mathcal{B} \vec{Y}_j^{n+1} + \mathcal{C} \vec{Y}_{j+1}^{n+1} \quad (7.3)$$

donde \mathcal{A} , \mathcal{B} y \mathcal{C} son matrices múltiples de la identidad de dimensión $I \times I$ cuyos elementos diagonales están dados por

$$a_{ii} = \frac{(4\pi)^2 (\rho^2 r^4 D)_{j-1/2}}{(m_{j-1/2} - m_{j+1/2})(m_{j-1} - m_j)} \quad (7.4)$$

$$c_{ii} = \frac{(4\pi)^2 (\rho^2 r^4 D)_{j+1/2}}{(m_{j-1/2} - m_{j+1/2})(m_j - m_{j+1})} \quad (7.5)$$

$$b_{ii} = -(a_{ii} + c_{ii}). \quad (7.6)$$

donde en todos los casos un $+1/2$ ($-1/2$) en el subíndice denota que la cantidad es evaluada en el punto medio entre la capa j y la capa $j + 1$ ($j - 1$). Estas definiciones para \mathcal{A} , \mathcal{B} y \mathcal{C} son válidas en todas las capas de la región de la estrella afectada por el proceso de mezcla en cuestión, excepto en los bordes de dicha zona. En estos bordes (p.ej. borde externo de un

aproximada de $(16 \times 1500) \times (16 \times 1500)$. Para resolver el sistema de ecuaciones empleamos el método presentado en Iben & MacDonald (1985), que hace uso de la forma particular (tipo tridiagonal) del sistema, y referimos al lector a ese trabajo para más detalles.

Las especies nucleares consideradas en los cálculos aquí presentados son H, D, ^3He , ^4He , ^7Li , ^7Be , ^{12}C , ^{13}C , ^{14}N , ^{15}N , ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O , ^{19}F , ^{20}Ne y ^{22}Ne ligadas entre sí por 34 reacciones nucleares hasta la quema del carbono. Las reacciones nucleares están tomadas de Caughlan & Fowler (1988) y también de Angulo C. et al. (1999).

Como se mencionó al comienzo de esta sección, la convección no es el único mecanismo de mezcla que puede ocurrir en los interiores estelares. En efecto, otros procesos tales como la semiconvección y la inestabilidad salt-finger también pueden tener lugar durante la evolución de las estrellas. Para tener en cuenta estos procesos por medio de la ecuación 7.1, el coeficiente de difusión D debe ser calculado para cada uno de los procesos considerados a partir de una teoría de convección dada. En el presente trabajo se ha incorporado en el CEELP la teoría de convección extendida de la longitud de mezcla para fluidos con gradientes de composición dada por Grossman, Narayan & Arnett (1993) en su aproximación local (Grossman & Taam, 1996). Según este formalismo, en una región de la estrella donde tiene lugar alguno de los procesos de mezcla mencionados, el coeficiente de difusión D está dado por

$$D = \ell\sigma \quad (7.13)$$

donde ℓ es la longitud media de mezcla y σ la velocidad turbulenta del medio. El valor de σ se determina resolviendo simultáneamente las ecuaciones para la velocidad turbulenta y la ecuación de la conservación del flujo de energía (ecuaciones 9 y 17 de Grossman & Taam 1996). La resolución de estas ecuaciones determina también el valor del gradiente de temperatura.

Un punto importante a mencionar es que, como se dijo en la Introducción, estos cálculos incluyen durante la etapa de enana blanca la difusión microscópica de elementos. La implementación de estos procesos en el CEELP ha sido descrita en 3.2 y se incluyen la sedimentación gravitatoria y las difusiones química y térmica para ^1H , ^3He , ^4He , ^{12}C , ^{14}N y ^{16}O .

El objetivo principal de este trabajo es obtener modelos de WDs con núcleos de carbono-oxígeno masivas, apropiados para el estudio pulsacionales de estas estrellas. El progenitor de WD es el resultado de la evolución de estrellas de masas intermedias (en el presente trabajo la masa inicial del modelo es de $7.5 M_{\odot}$) que sufren episodios de pérdida de masa a lo largo de su evolución, particularmente durante su evolución en la AGB. Seguir en detalle la evolución del progenitor de estas WDs es importante ya que la estructura inicial de la WD, cuando ésta entra en la rama de enfriamiento, y en particular los perfiles químicos, está determinada por la evolución previa y en especial durante la etapa de los pulsos térmicos que ocurren en el extremo de la AGB. Siguiendo la formulación dada por Blöcker (1995a) (basada en cálculos dinámicos para atmósferas de estrellas tipo Mira), la tasa de pérdida de masa está dada por la fórmula de Reimers

$$\dot{M} = 4 \times 10^{-13} \eta_R \frac{LR}{M}; \quad [M_{\odot}/\text{yr}] \quad (7.14)$$

a lo largo de la RGB y al comienzo de la evolución a lo largo de la AGB. η_R es un parámetro que se ha considerado igual a 1 en este trabajo, M es la masa de la estrella, R su radio y L su luminosidad. Cuando el período P_0 del modo fundamental de oscilación dado por (Ostlie & Cox, 1986)

$$\log(P_0/d) = -1.92 - 0.73\log M + 1.86\log R \quad (7.15)$$

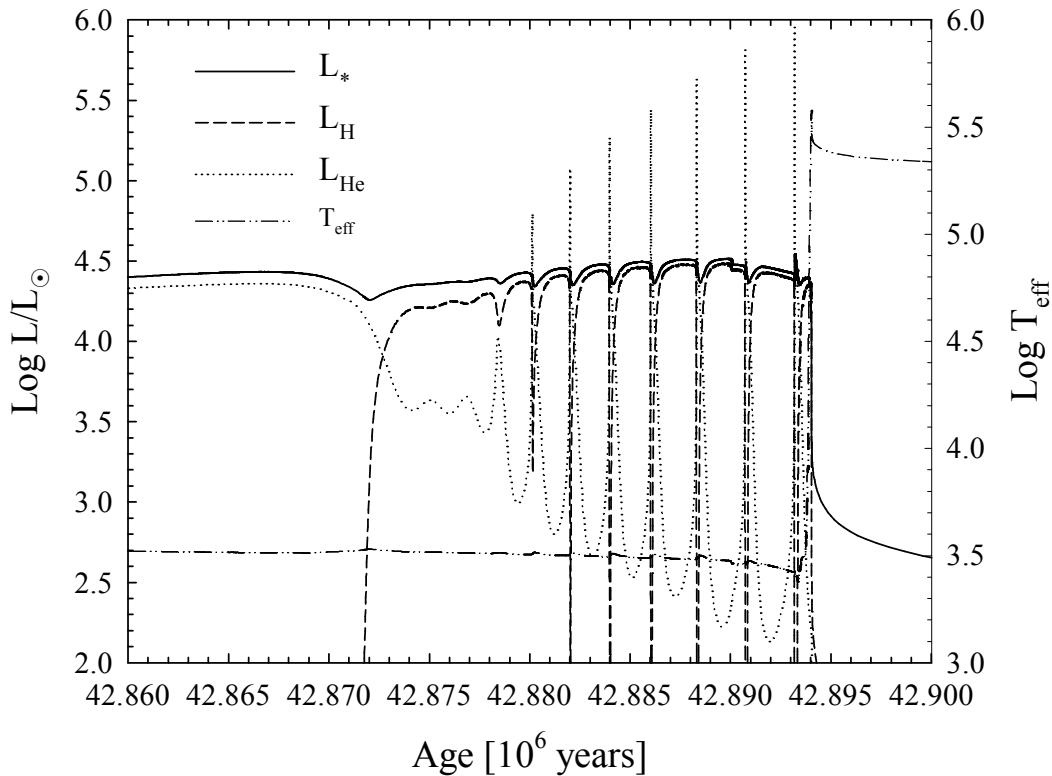


Figura 7.1: Evolución de la luminosidad superficial L_* , luminosidad por combustión del hidrógeno L_H (cadenas protón-protón + ciclo CNO), luminosidad por combustión del helio L_{He} (todas en unidades solares) y temperatura efectiva (T_{eff}) durante la fase que va desde un poco antes de la ocurrencia de los pulsos térmicos hasta que comienza la evolución a lo largo de la rama de enfriamiento de la WD remanente de $0.936 M_{\odot}$. Notar que la estrella deja la AGB (momento que corresponde al aumento de la T_{eff}) cuando la combustión del hidrógeno es la fuente dominante de energía de la estrella.

es mayor que 100d la tasa de pérdida de masa está dada por

$$\dot{M} = 4.83 \times 10^{-9} M^{-2.1} L^{2.7} \dot{M}_R; \quad [M_{\odot}/\text{yr}], \quad (7.16)$$

donde \dot{M}_R es la tasa de pérdida de masa de Reimers dada por la ecuación 7.14.

7.3 Resultados y discusión

En este trabajo se ha considerado la evolución de una estrella de $7.5 M_{\odot}$, con metalicidad $Z = 0.02$, comenzando desde la ZAMS y durante las etapas de combustión del hidrógeno y del helio en el núcleo hasta el extremo de la AGB durante la etapa de los pulsos térmicos. Posteriormente se sigue la evolución de la WD remanente hasta que ésta alcanza la franja de inestabilidad en el dominio de las estrellas ZZ Ceti.

La evolución de estrellas de masas intermedias ha sido estudiada previamente por diversos investigadores (Blöcker, 1995a,b; Domínguez et al., 1999) y referimos al lector a esos trabajos para detalles de la misma. Dado que el objetivo principal de este trabajo es obtener modelos detallados de estrellas ZZ Ceti masivas, nos limitamos aquí a describir brevemente los resultados

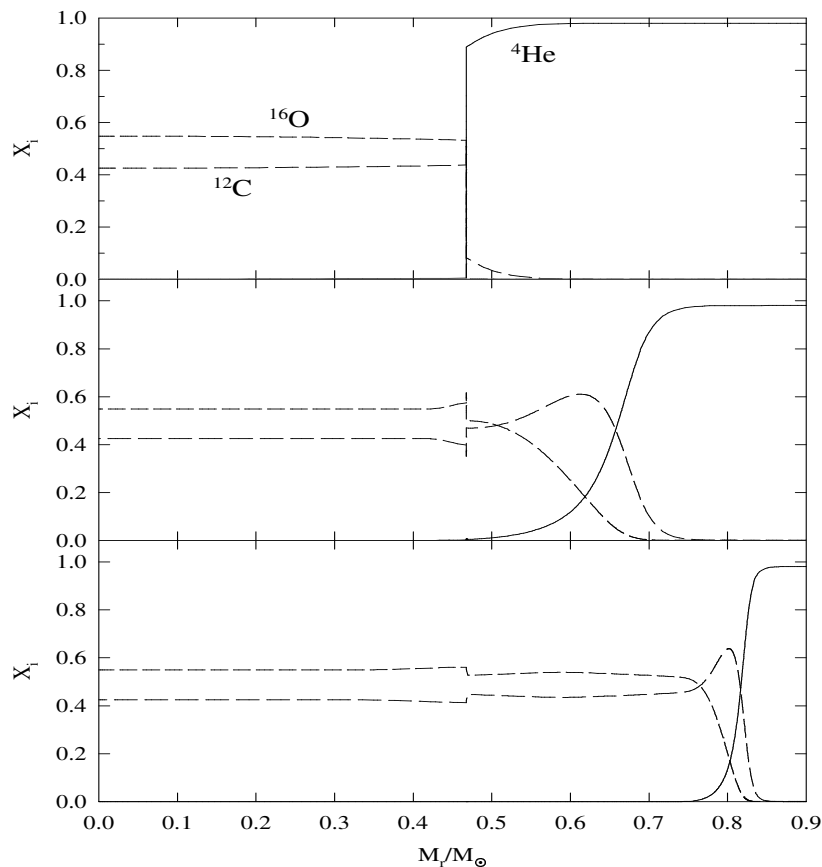


Figura 7.2: Perfiles internos de las abundancias de ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$ y ${}^{16}\text{O}$ para el modelo de $7.5 M_{\odot}$ en tres etapas evolutivas después de la fase de combustión de helio en el núcleo. Se muestran sólo las $0.9 M_{\odot}$ internas del modelo (las partes externas forman la envoltura convectiva y por lo tanto las abundancias de cada especie nuclear son constantes en esa región). En $M_r \approx 0.45 M_{\odot}$ se desarrolla una inestabilidad salt-finger por efectos del gradiente negativo en el peso molecular (panel medio) que lleva a una redistribución de las abundancias del ${}^{12}\text{C}$ y del ${}^{16}\text{O}$ en las regiones más internas del modelo (panel inferior).

de nuestros cálculos correspondientes a las etapas previas que llevan a la formación de estos objetos.

El modelo de $7.5 M_{\odot}$ evoluciona desde la ZAMS hasta la RGB en unos 36 Myr. Cuando el modelo comienza a desarrollar una envoltura convectiva y comienza a ascender por la RGB comienza a aplicarse la pérdida de masa siguiendo el formalismo que especificado en la sección previa. La etapa de combustión del helio nuclear dura 5.8×10^6 años y posteriormente a esta etapa la estrella comienza a ascender por la AGB. A diferencia de los resultados correspondiente al modelo de $3 M_{\odot}$ presentados en el capítulo 6, al finalizar la etapa de combustión del helio nuclear no se producen los micropulsos térmicos.

Cuando el modelo asciende por la AGB y alcanza por primera vez una luminosidad superficial de $\text{Log } L/L_{\odot} \approx 4.45$ comienza la etapa de los pulsos térmicos. La evolución durante esta etapa de la luminosidad superficial L_* , luminosidad por combustión del hidrógeno L_H , luminosidad por combustión del helio L_{He} y temperatura efectiva (T_{eff}) se muestran en la figura 7.1. El período interpulso es de unos $2 - 2.2 \times 10^3$ años y durante esta etapa la masa

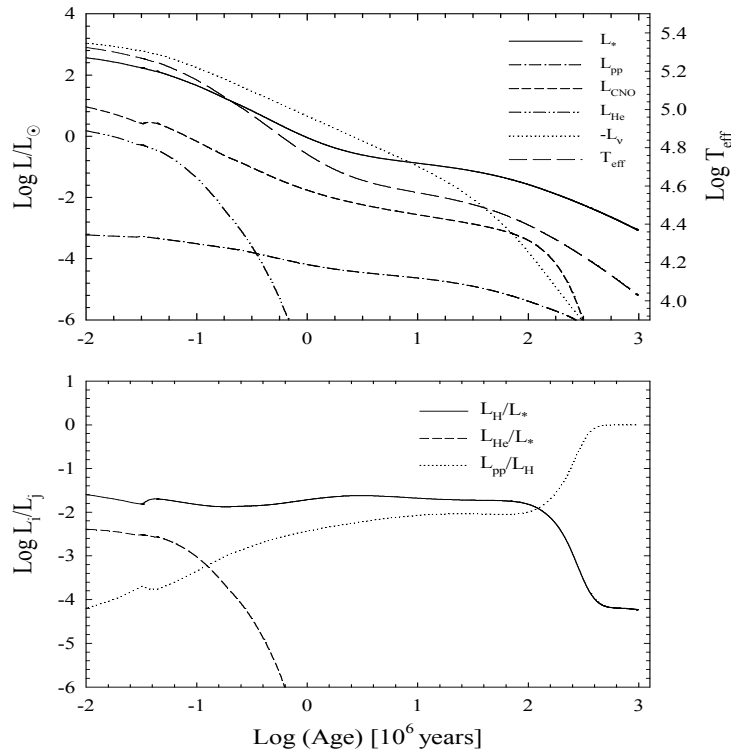


Figura 7.3: El panel superior muestra la evolución en función del tiempo de L_* , L_{pp} , L_{CNO} , L_{He} y L_{ν} (todas en unidades solares) durante la etapa de WD del remanente de $0.936 M_{\odot}$. También se muestra la temperatura efectiva T_{eff} . Aquí el punto de edad cero corresponde al momento en que la pérdida de masa es suprimida. El panel inferior muestra los cocientes de luminosidades. L_H es la luminosidad total por combustión de hidrógeno ($L_H = L_{pp} + L_{CNO}$). La liberación de energía nuclear es prácticamente despreciable como fuente de energía de la WD durante toda su evolución, siendo esto particularmente notable durante la etapa de ZZ Ceti donde apenas contribuye con un 0.01% a la luminosidad de la estrella.

de la estrella se reduce desde unas $6.7 M_{\odot}$ (la pérdida de masa en las etapas previas es bastante reducida) hasta el valor final del remanente, que es de $0.936 M_{\odot}$. Puede verse en esta figura que a medida que el modelo pierde masa evoluciona hacia T_{eff} más bajas y radios más grandes (en términos generales, tener en cuenta las oscilaciones producidas por los pulsos) lo que se traduce en un aumento de la tasa de pérdida de masa, que alcanza valores del orden de $10^{-3.7} M_{\odot}/\text{yr}$. Después del 7mo. pulso la envoltura rica en hidrógeno se vuelve demasiado delgada como para permanecer extendida. La zona convectiva externa desaparece y la estrella evoluciona apartándose de la AGB. Cuando la estrella alcanza una T_{eff} de 8000 K suprimimos la pérdida de masa, en ese momento la masa de la envoltura de hidrógeno es de $5.1 \times 10^{-5} M_{\odot}$. En este caso, el apartamiento de la AGB ocurre cuando la combustión del shell de hidrógeno es la fuente principal de energía de la estrella. Consecuentemente no se observa un retorno de la estrella a la AGB, sino que ésta evoluciona directamente hacia el dominio de las WDs. Al igual que en los resultados presentados en el capítulo 6, no se han invocado episodios de pérdida de masa durante la etapa de núcleo de nebulosa planetaria o etapas calientes en la rama de enfriamiento. De esta manera, el valor de la masa de la envoltura de hidrógeno obtenido en estos cálculos debe considerarse como un límite superior.

En la figura 7.2 se muestra la evolución de la distribución interna de ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$ y ${}^{16}\text{O}$ como

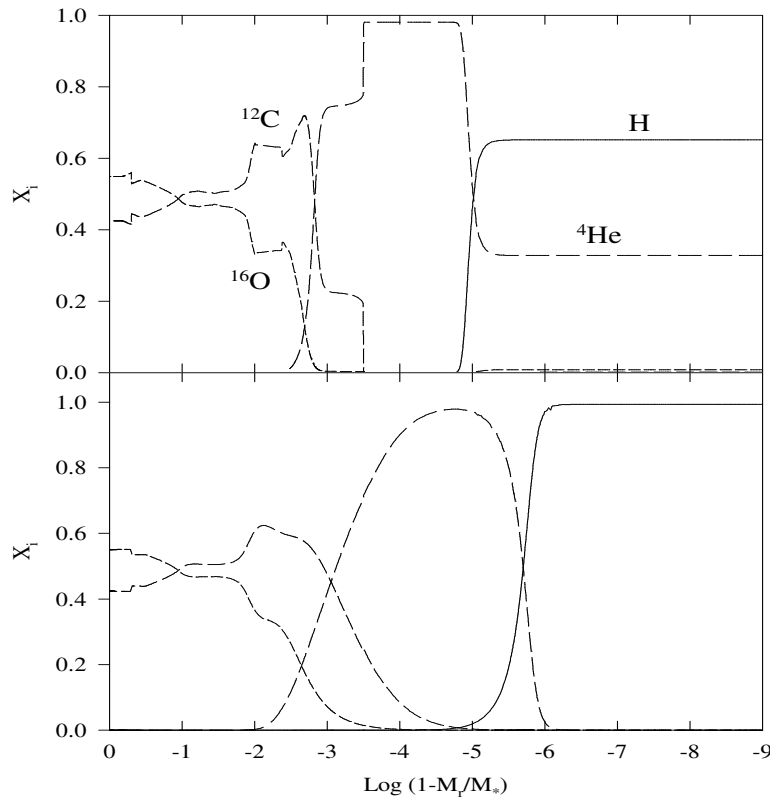


Figura 7.4: Abundancia por masa de ^1H , ^4He , ^{12}C y ^{16}O como función de la fracción de masa externa para la WD remanente de $0.936 M_{\odot}$ al comienzo de la rama de enfriamiento (panel superior) y cerca de la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti (panel inferior). Los modelos están caracterizados por valores $(\log(L/L_{\odot}), \log T_{\text{eff}})$ de $(2.24, 5.27)$ y $(-2.92, 4.06)$ (paneles superior e inferior respectivamente). Claramente, la difusión de elementos modifica notablemente los perfiles químicos.

función de la masa durante etapas posteriores a la combustión del helio en el núcleo de la estrella. El panel superior muestra los perfiles químicos después de 4.19×10^7 años de evolución, cuando el núcleo convectivo desaparece, dejando una abundancia por masa de ^{16}O de 0.55 en el centro. A medida que la evolución continúa, las capas internas de ^4He que rodean la zona que formó previamente el núcleo convectivo de helio son quemadas de manera radiativa dando lugar a un pico en las abundancias de ^{12}C y ^{16}O ubicado en $M_r \approx 0.45 M_{\odot}$. Esto se muestra en el panel medio de la figura 7.2, que corresponde al momento en que el modelo alcanza por primera vez $\log(L/L_{\odot}) = 3.72$ después de 4.25×10^7 años de evolución. En la zona donde el pico se forma, el peso molecular decrece hacia el interior de la estrella, lo que da origen a una estabilidad de tipo salt-finger en el pico de las abundancias de ^{12}C y ^{16}O . La mezcla inducida por esta inestabilidad es responsable de la redistribución de la parte más interna del perfil de ^{12}C y ^{16}O que puede observarse en el panel inferior de la misma figura. Esta redistribución ocurre durante los 3×10^5 años subsiguientes al desarrollo de la inestabilidad. En el mismo panel puede verse también que la masa del núcleo de $^{12}\text{C}/^{16}\text{O}$ se ha incrementado notablemente por efectos de la combustión del shell de helio.

En la figura 7.3 se muestra la evolución en función del tiempo a lo largo de la rama de enfriamiento de la luminosidad superficial, por combustión del hidrógeno vía cadena protón-

protón L_{pp} , por combustión del hidrógeno vía ciclo CNO L_{CNO} , por combustión del helio L_{He} y por pérdidas por neutrinos L_ν y se incluye además la evolución de la T_{eff} . El punto cero para el tiempo corresponde al momento en que se suprimió la pérdida de masa. Durante las primeras etapas evolutivas el enfriamiento de la estrella está dominado por la emisión de neutrinos (debido a la alta temperatura del núcleo degenerado de la WD). La liberación de energía nuclear, dominada hasta unos 300 Myr de evolución por el ciclo CNO, es una fuente mínima de energía para la estrella, contribuyendo con alrededor de un 3% a la energía total radiada por la estrella. Es interesante destacar, sin embargo, que aún cuando la energía nuclear represente una contribución menor a la energía total de que dispone la estrella, si la difusión de elementos no es considerada esto resulta aún más dramático. En efecto, en este último caso la liberación de energía nuclear se vuelve completamente despreciable en sólo menos de 1 Myr (ver Blöcker 1995b para un resultado similar). La diferencia es consecuencia de los efectos de la difusión química que alimenta las capas interiores de la envoltura de la estrella, más calientes, con hidrógeno que se difunde lentamente hacia el interior, manteniendo encendidas las reacciones nucleares por mucho más tiempo que en el caso en que la difusión no es tenida en cuenta. Después de los 300 Myr iniciales el ciclo CNO se apaga totalmente y sólo persiste una liberación de energía nuclear marginal a través de las cadenas protón-protón (panel inferior de la figura 7.3) debido a su menor dependencia con la temperatura. Durante la fase de ZZ Ceti la liberación de energía nuclear es totalmente despreciable.

Una vez que la WD remanente ha alcanzado la rama de enfriamiento, la distribución de la composición química es modificada por efectos de los procesos de difusión. Los cambios producidos en estos perfiles pueden verse en la figura 7.4, en la cual se comparan los perfiles químicos al comienzo de la rama de enfriamiento (panel superior) y durante la etapa de ZZ Ceti (panel inferior). El perfil químico emergente de la fase de los pulsos térmicos durante la evolución en la AGB, está caracterizado por una zona rica tanto en ^4He como en ^{12}C ubicada en $\log(1 - M_r/M_\odot) \approx -3.25$, y por encima una zona casi pura de helio (llamada buffer de helio, ya mencionada en el capítulo 6) de $\approx 2.5 \times 10^{-4} M_\odot$. La masa de hidrógeno que queda en la envoltura de la estrella al comienzo de la rama de enfriamiento es de $\approx 6.2 \times 10^{-6} M_\odot$. Durante el enfriamiento de la WD, la distribución química es profundamente alterada por la difusión de elementos. Los perfiles químicos originados en la AGB son prácticamente borrados por los procesos de difusión, como puede verse mediante una comparación entre ambos paneles de la figura 7.4. En particular, las variaciones muy abruptas de los perfiles al comienzo de la evolución del remanente como WD (casi discontinuos en las zonas que marcan los límites de las regiones convectivas durante la evolución previa) son fuertemente suavizadas por efectos de la difusión cuando la estrella alcanza la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti. Dada la importancia primaria de la estratificación química de la estrella en sus propiedades pulsacionales, los cambios inducidos por la difusión tendrán efectos notorios sobre el espectro pulsacional de estos modelos (ver el capítulo 6 y Córscico, Althaus, Benvenuto & Serenelli 2001, 2002 para el caso de una WD de $0.563 M_\odot$). Notar también que en el modelo existe una interface química que está caracterizada por abundancias apreciables de ^4He , ^{12}C y ^{16}O . Cuando la WD alcanza la etapa de ZZ Ceti, esta interface tiene una extensión considerable por efectos de la difusión. Con respecto a la envoltura de hidrógeno, ha sido reducida hasta $2.3 \times 10^{-6} M_\odot$ por efectos de la combustión residual de hidrógeno cuando la WD alcanza el dominio de las ZZ Ceti.

Finalmente, en relación a la cristalización del interior de la WD, cabe mencionar que nuestro modelo comienza a cristalizarse cuando éste entra en la franja de inestabilidad de las ZZ Ceti, y cuando alcanza el borde rojo de la misma la masa cristalizada abarca aproximadamente un 25% de la masa estelar. Dado que no estamos interesados en estudiar las escalas temporales

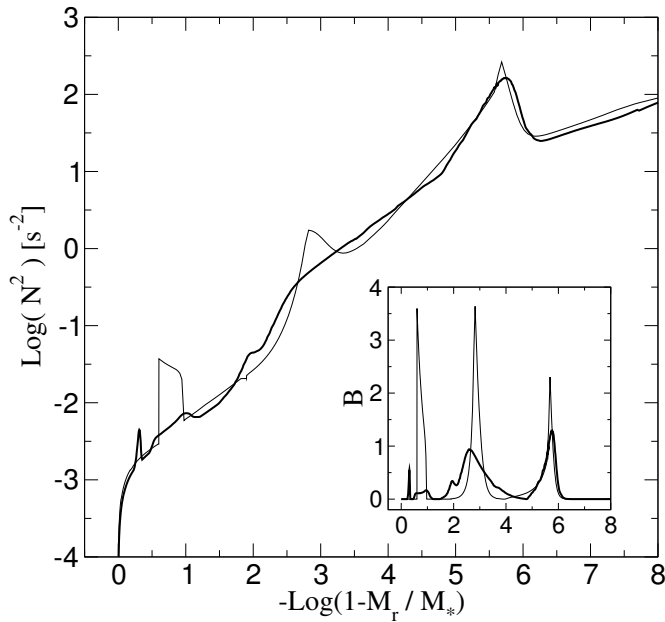


Figura 7.5: Logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä y el término de Ledoux B predichos por nuestros modelos. Los resultados de los modelos de Montgomery & Winget (1999) se muestran en líneas delgadas.

de enfriamiento, no hemos incluido la liberación del calor latente como término adicional de energía.

Al igual que en el caso presentado en el capítulo 6, analizamos las propiedades de la frecuencia de Brunt-Väisälä para el momento en que nuestro modelo entra en la banda de inestabilidad de las WD DA, o ZZ Ceti. Para esto consideremos un modelo correspondiente a una $T_{\text{eff}} \approx 12000$ K. Como es bien sabido, la distribución de abundancias químicas produce características distintivas en la frecuencia de Brunt-Väisälä N que son responsables, en última instancia, de las propiedades pulsacionales de la estrella. En este sentido, se muestra en la figura 7.5 N^2 y también el término de Ledoux B (ver ecuaciones 6.2 y 6.3 para una definición de ambas cantidades). También se incluyen en la misma figura las predicciones de los modelos estelares considerados en Montgomery & Winget (1999)¹ (en líneas delgadas). Notar que los perfiles de B y N^2 dados por nuestros modelos difieren apreciablemente de los dados por Montgomery & Winget (1999). Este comportamiento diferente puede entenderse en parte en base a que estos autores invocan el equilibrio difusivo en la aproximación de elemento-traza para determinar la forma de los perfiles químicos en las zonas de transición de abundancias. Por el contrario, nuestro tratamiento de la difusión predice perfiles químicos suaves lo que lleva a que el comportamiento de los perfiles de B y N no presente características tan marcadas. Como ya se ha mencionado, nuestros modelos predicen la existencia de una región donde ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$ y ${}^{16}\text{O}$ resultan abundantes. Esta zona de transición da dos contribuciones a B , una de ellas está localizada en $\log(1 - M_r/M_*) \approx -2.5$ y la otra de amplitud menor en $\log(1 - M_r/M_*) \approx -2$. Por último es importante notar que la estructura presente en B en las zonas más internas de la estrella es menos pronunciada que en los modelos de Montgomery & Winget (1999). Este efecto es por supuesto debido a la diferente distribución de ${}^{12}\text{C}/{}^{16}\text{O}$ en el núcleo de la WD.

¹La comparación está realizada con un modelo de $0.94 M_{\odot}$ y $T_{\text{eff}} = 12000$ K cedido por el Dr. M. Montgomery

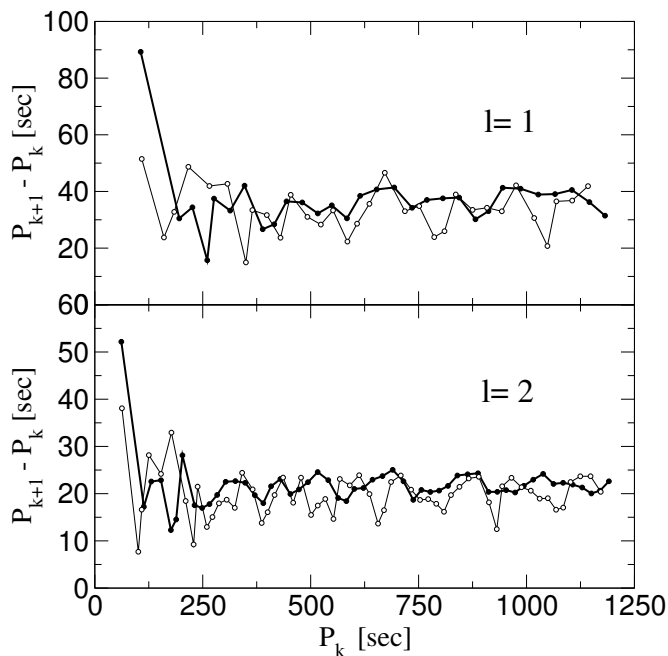


Figura 7.6: Espaciamiento de períodos para $\ell = 1$ (panel superior) y $\ell = 2$ (panel inferior) en términos de los períodos calculados P_k . Los puntos llenos y líneas gruesas corresponden a nuestro modelo. Los puntos vacíos y líneas delgadas corresponden a los modelos de Montgomery & Winget (1999).

Un estudio detallado de las propiedades pulsacionales de estos modelos está más allá de los alcances de esta tesis. Un análisis detallado de las mismas puede encontrarse en Córscico (2002) y nos limitamos aquí a una presentación breve, comentando las implicancias más relevantes que se derivan del mismo. El espectro pulsacional del nuestro modelo fue calculado usando el código de pulsaciones descrito en Córscico, Althaus, Benvenuto & Serenelli (2001). Específicamente se han calculado los modos-g con $\ell = 1, 2$ y 3 para el rango de períodos (P_k , siendo k el orden radial del modo) esperados para las estrellas ZZ Ceti. Hay que mencionar que si bien nuestro modelo se halla parcialmente cristalizado en la banda de inestabilidad, los cálculos pulsacionales se han realizado asumiendo que toda la estrella es fluida. La figura 7.6 muestra el espaciamiento de períodos $\Delta P_k = P_{k+1} - P_k$ para $\ell = 1$ y 2. Las líneas gruesas y puntos llenos muestran los resultados obtenidos con nuestro modelo, mientras que las líneas delgadas y puntos vacíos muestran los correspondientes al modelo de Montgomery & Winget (1999). El aspecto más importante que puede observarse en la figura 7.6 es que el fenómeno de los modos atrapados predicho por nuestro modelo resulta mucho menos notorio, excepto en el caso de los períodos más cortos, en comparación a los resultados de Montgomery & Winget (1999). Creemos que esta diferencia es atribuible a la forma mucho más suave de N^2 que caracteriza a nuestros modelos. El comportamiento más suave de ΔP_k es un resultado no sólo del empleo de perfiles químicos cuya forma evoluciona con el tiempo por efectos de la difusión (efecto particularmente notable en las capas externas, ver Córscico, Althaus, Benvenuto & Serenelli 2001), sino también debido a la composición química del núcleo que se originó durante la evolución del progenitor de WD. Hay que mencionar también que los valores de ΔP_k obtenidos son, en promedio, ligeramente superiores a los hallados por Montgomery & Winget (1999), hecho que se debe a la densidad central menor que caracteriza a nuestro modelo.

7.4 Conclusiones

Las WDs con núcleos de carbono-oxígeno cubren un rango de masas entre ~ 0.5 y $\sim 1.1 M_{\odot}$ aproximadamente². En el caso de las WD cerca del límite superior de este rango, se espera que durante su evolución a través de la franja de inestabilidad de las ZZ Ceti, sus núcleos se hallen parcialmente cristalizados; y esto debe manifestarse en las propiedades pulsacionales de las estrellas ZZ Ceti masivas.

Para obtener modelos apropiados para estudiar las pulsaciones de este tipo de objetos, se ha realizado un cálculo evolutivo de una estrella de $7.5 M_{\odot}$ partiendo desde la ZAMS y a lo largo de las etapas de combustión de hidrógeno y helio en el núcleo, y posteriormente a lo largo de la AGB y finalmente durante la etapa de los pulsos térmicos en el extremo de la misma. Por efectos de la pérdida de masa aplicada, la estrella deja la AGB después de 7 pulsos térmicos, evolucionando rápidamente hacia la configuración de enana blanca. El remanente tiene $0.936 M_{\odot}$ y su enfriamiento está dominado inicialmente por la emisión de neutrinos (mientras su temperatura central es mayor a 50×10^7 K). La liberación de energía nuclear representa una mínima contribución a la energía de que dispone la estrella y en particular durante la etapa de ZZ Ceti es completamente despreciable.

Los perfiles químicos iniciales de la WD remanente corresponden a aquellos resultantes de la evolución de su progenitor. Las abundancias centrales por masa son $X_{12C} = 0.425$, $X_{16O} = 0.55$, $X_{22Ne} = 0.019$ y trazas de las demás especies nucleares. Las interfaces están determinadas principalmente por el último episodio de mezcla convectiva ocurrido durante los pulsos térmicos y son prácticamente discontinuas. La masa de la envoltura de hidrógeno es, al comienzo de la rama de enfriamiento, $6.2 \times 10^{-6} M_{\odot}$. A lo largo de la evolución de la rama de enfriamiento, la difusión de elementos modifica notablemente los perfiles químicos iniciales, y las casi discontinuidades observadas al comienzo son suavizadas de forma notoria. En el momento de alcanzar la fase de ZZ Ceti, la envoltura de hidrógeno ha sido reducida a $2.3 \times 10^{-6} M_{\odot}$ por efectos de la combustión nuclear residual.

Una comparación con las predicciones hechas por modelos que incorporan el equilibrio difusivo, en la aproximación elemento traza, muestra que los efectos de la difusión tienen importantes consecuencias en la forma del término de Ledoux y, en consecuencia, en la frecuencia de Brunt-Väisälä, que presentan un comportamiento mucho más suave en las zonas de transición de composición química. Es importante destacar, así mismo, que existe una región de la estrella caracterizado por una composición donde el ^4He , el ^{12}C y el ^{16}O son comparables en abundancia, por lo que la aproximación de elemento traza resulta inaplicable para determinar la forma de los perfiles químicos. Como ha sido mostrado en el caso de un modelo de $0.563 M_{\odot}$ (Córscico, Althaus, Benvenuto & Serenelli, 2001, 2002), es razonable suponer que las diferencias en la forma del perfil de la frecuencia de Brunt-Väisälä producidos por la inclusión de la difusión de elementos tendrán efectos notorios en el espectro pulsacional de estos objetos, en particular en lo que respecta a los llamados modos atrapados. En efecto, una primera aplicación al estudio del espectro pulsacional realizada con nuestro modelo revela que el efecto de modo atrapados es mucho menos notorio que en el caso en que el equilibrio difusivo es empleado para modelar las interfaces químicas. Este comportamiento más suave en la distribución de los períodos de los modos permite esperar que la señal de la cristalización en el espectro pulsacional de las estrellas ZZ Ceti masivas no quede enmascarada por el “ruido” que introducen los perfiles químicos. Para más detalles referirse a Córscico (2002).

²Algunos autores, sin embargo, sugieren posibles escenarios donde estas estrellas podrían formarse con tan bajas como $0.35 M_{\odot}$.

Conclusiones

El trabajo presentado en esta tesis tiene un tronco común, la evolución de estrellas enanas blancas, pero puede dividirse en dos ramas bien diferenciadas tanto por el tipo de objetos estudiados como por los objetivos particulares buscados en cada caso.

La primera de estas ramas es la que corresponde al estudio de las enanas blancas de baja masa, con núcleos de helio (HeWDs). En el caso de estas estrellas el énfasis estuvo puesto en la obtención de modelos evolutivos que cubrieran todo el rango de luminosidades en que estos objetos son (o pueden) ser observados y se buscó además cubrir el rango de masas abarcado por estas estrellas. Los principales resultados se enumeran a continuación.

La evolución binaria que lleva a la formación de las HeWDs predice que estas estrellas son formadas con envolturas de hidrógeno suficientemente gruesas como para soportar una liberación de energía nuclear residual que domine las edades de enfriamiento de estas estrellas. Sin embargo, las edades obtenidas para púlsares de milisegundo a partir de su spin-down (bajo la hipótesis del modelo de dipolo magnético) parecen sugerir³ la necesidad de que muchas de las HeWD tengan envolturas de hidrógeno delgadas en el sentido de que la liberación residual de energía nuclear no resulte importante en el enfriamiento de las HeWDs. En esta tesis se muestra que la inclusión de la difusión de elementos en los cálculos evolutivos de las HeWDs, naturalmente conduce a una resolución de esta aparente paradoja. En efecto, las envolturas inicialmente gruesas de hidrógeno son reducidas durante episodios de flash termonucleares inducidos por la difusión que tienen lugar bien temprano en la evolución de estos objetos, que tienen posteriormente una evolución rápida a lo largo de su curva de enfriamiento. Se ha mostrado también que existe un rango de masas de las HeWDs en el que estos flashes tienen lugar. Fuera de este rango la evolución de las HeWDs está dominada por la combustión nuclear de su envoltura de hidrógeno.

Se mostró que un tratamiento detallado de la atmósfera de las HeWDs es necesario para obtener edades de enfriamiento precisas, ya que la profundidad que alcanza la envoltura convectiva a bajas T_{eff} en los modelos depende del tratamiento dado a la atmósfera.

A bajas T_{eff} , la gran absorción en el infrarrojo inducida por colisiones (CIA) en la atmósfera de las HeWDs es una fuente de opacidades que determina el espectro emergente de estas estrellas. En particular mostramos que cuando la T_{eff} cae por debajo de unos 4000 K, estas estrellas se vuelven azules a medida que se enfrían. Además la evolución por debajo de esta T_{eff} ocurre a una magnitud visual aproximadamente constante. Este

³Es importante mencionar, sin embargo, que la validez del modelo dipolar para determinar las edades de los púlsares mediante su spin-down es cuestionada por diversos investigadores (ver p.ej., Camilo, Thorsett & Kulkarni 1994).

resultado, en combinación con las edades “cortas” de enfriamiento predichas por nuestros modelos que incluyen la difusión de elementos, muestra que muchas HeWDs frías pueden tener, al momento presente, colores “azules”.

Estudiamos también la influencia de la metalicidad Z de los progenitores en la formación y evolución de las HeWDs. Se consideraron modelos con $Z = 0.02$, $Z = 0.001$ y $Z = 0.0002$. Encontramos que el rango de masas en que las HeWDs sufren flashes termonucleares depende de la metalicidad inicial de sus progenitores. Esto es importante a la hora de comparar modelos de enfriamiento con HeWDs observadas en medios donde la metalicidad sea distinta de la solar. En particular esto resulta importante con respecto a las HeWDs observadas recientemente en cúmulos globulares.

La segunda de las ramas mencionadas se refiere a las estrellas enanas blancas con núcleos de carbono-oxígeno (COWDs). En este caso el objetivo era bien distinto ya que se centraba en la obtención de modelos de COWDs detallados en cuanto a su estructura interna, particularmente en relación a su estratificación química. Estos modelos han sido utilizados para estudiar las propiedades pulsacionales de las estrellas DAV, también conocidas como estrellas ZZ Ceti (el estudio de las pulsaciones de estas estrellas, sin embargo, no entra dentro de los objetivos de esta tesis). En relación a estas estrellas, entonces, los resultados principales obtenidos son:

Se consideró la evolución desde la ZAMS hasta la etapa de ZZ Ceti de dos modelos estelares de 3 y 7.5 M_{\odot} . En particular se hizo hincapié en la evolución de estos progenitores de COWD durante la fase de los pulsos térmicos, en el extremo de la AGB, etapa en la cual la parte externa de los perfiles químicos iniciales de la WD remanente son formados. Se obtuvieron WDs remanentes de 0.563 y 0.936 M_{\odot} respectivamente cuya evolución fue seguida hasta la etapa de ZZ Ceti.

Los perfiles químicos iniciales de los remanentes resultan profundamente modificados por los diferentes procesos de difusión. Los perfiles resultantes durante la etapa de ZZ Ceti no muestran las variaciones casi discontinuas que pueden observarse cuando la evolución como WD comienza. Por el contrario, los perfiles resultantes son suaves. Por otro lado, en ambos remanentes se observa una región en la cual la composición química tiene contribuciones apreciables de ^4He , ^{12}C y ^{16}O . Además los perfiles evolucionan por efectos de la difusión aún durante la etapa de ZZ Ceti. Todo esto nos lleva a afirmar que el equilibrio difusivo no resulta una aproximación aceptable para determinar la forma de las interfaces químicas de las estrellas ZZ Ceti. Además, la aproximación de elemento-traza resulta completamente inadecuada ya que hay regiones donde dos y hasta tres especies químicas resultan abundantes. Ambas aproximaciones son usualmente empleadas en cálculos de pulsaciones de WDs.

En el caso del remanente de 0.563 M_{\odot} , la liberación de energía nuclear alcanza un máximo local al comienzo de la etapa de ZZ Ceti, contribuyendo con un 10% a la luminosidad superficial de la estrella. Por el contrario, en el caso del remanente más masivo, la liberación de energía nuclear es despreciable durante toda su evolución.

Los perfiles químicos resultantes, que no presentan variaciones abruptas, dan como resultado que el término de Ledoux tiene un perfil suave en el interior de la estrella, incluso en las interfaces. Esto resulta en una frecuencia de Brunt-Väisälä que tiene también un perfil suave. Estudios pulsacionales realizados con estos modelos muestran que esto tiene

influencia sobre los llamados “modos atrapados”. En efecto, nuestros modelos muestran que este efecto es mucho menos notorio que lo que generalmente se ha presentado en la literatura. Esto tiene importantes implicancias respecto a por qué no todos los modos esperados desde el punto de vista teórico son observados en las estrellas pulsantes. Finalmente, la distribución más suave de períodos que se obtiene al considerar consistentemente la difusión de elementos permite esperar que la señal producida en las pulsaciones por la cristalización en estrellas ZZ Ceti masivas sea detectable y no quede oculta por “ruido” en los períodos inducido por los perfiles químicos.

Apéndice: preguntas y comentarios del jurado

1. Sería conveniente explicitar el criterio utilizado para seleccionar las masas de los modelos calculados.

La elección de las masas de los modelos calculados tiene por objetivo cubrir el rango de masas esperado para estas estrellas. Sin embargo cada valor particular (es decir, por qué $0.169 M_{\odot}$ y no $0.171 M_{\odot}$) resulta de la evolución previa de los mismos, es decir de la historia de pérdida de masa de los mismos, por lo que no son valores “elegidos” ad-hoc.

2. En la página 17 se menciona que el código calcula la tasa de emisión de neutrinos. Las pérdidas de energía por emisión de neutrinos pueden exceder las pérdidas por fotones en algunos casos. No sería conveniente incluir gráficos de L_{ν} vs Edad y L_{ν} vs L , para mostrar cómo evolucionan estas pérdidas?Cuál es la luminosidad media de una enana blanca de baja masa en neutrinos y cuál la de una de CO en las principales etapas de evolución?

Como primer punto, cabe mencionar que las pérdidas de energía por emisión de neutrinos se han incluido siguiendo a Itoh et al. (1996) y su tratamiento incluye los distintos sabores de neutrinos.

En el caso de la evolución de las enanas blancas de baja masa, con núcleos de helio, la emisividad de neutrinos juega un papel despreciable. Para ilustrar esto en la figura A.1 se muestra la evolución temporal de la luminosidad superficial y la correspondiente a la emisividad de neutrinos del modelo de HeWD de $0.449 M_{\odot}$ durante las primeras fases de su evolución. La pérdida de energía por emisión de neutrinos es varios órdenes de magnitud más pequeña que la energía radiada por la estrella. Estas cantidades son comparables solamente en el intervalo $0 < \text{Log Age} < 1$, es decir durante unos 10 Myr, por lo que la emisión de neutrinos resulta despreciable en lo concerniente a la determinación de las edades de enfriamiento de estos objetos. Se muestra el modelo de $0.449 M_{\odot}$ ya que para masas menores la contribución de los neutrinos es aún menor.

En el caso de las enanas blancas con núcleos de carbono-oxígeno, se muestran en las figuras 6.6 y 7.3 de la tesis gráficos similares para los modelos de 0.563 y $0.936 M_{\odot}$. En ambos casos la tasa de energía perdida por emisión de neutrinos excede a la radiada por la estrella en las primeras fases de la evolución de los modelos. Sin embargo la emisividad de neutrinos decae rápidamente cuando el núcleo se enfría, y en unos 100 Myr se vuelve un efecto secundario, prácticamente despreciable. Desde el punto de vista de las pulsaciones de las estrellas tipo ZZ Ceti, la emisión de neutrinos resulta completamente despreciable ya que cuando las estrellas alcanzan la banda de inestabilidad, la temperatura del núcleo de estas estrellas es demasiado baja como para que exista una emisión de neutrinos apreciable.

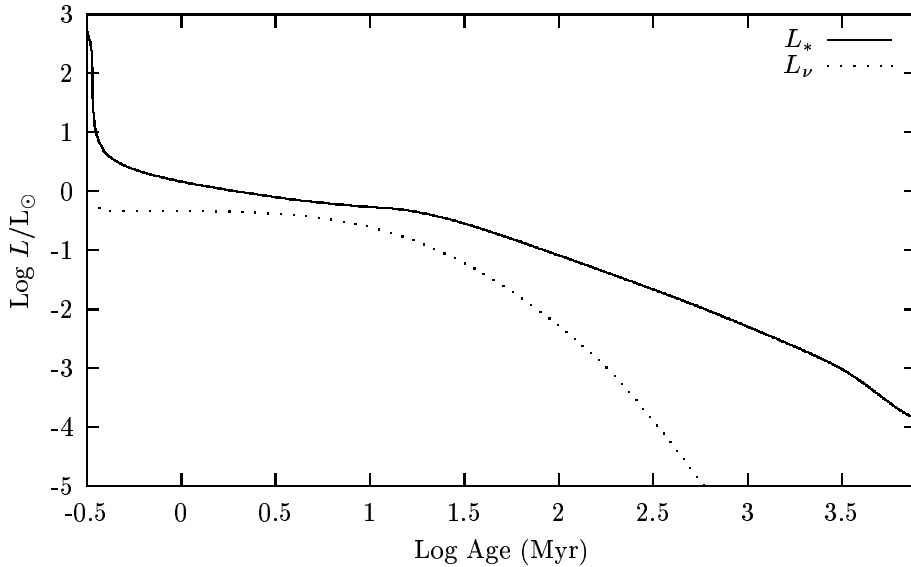


Figura A.1: Luminosidades superficial y por emisión de neutrinos en función de la edad para el modelo de HeWD de $0.449 M_{\odot}$.

Vale la pena mencionar, sin embargo, que desde el punto de vista de las pulsaciones de enanas blancas, los neutrinos pueden resultar importantes en el caso de las enanas blancas DOV. Estas estrellas pulsantes son muy calientes, con temperaturas efectivas del orden de 10^5 K, y temperaturas centrales del orden de $60 - 80 \times 10^6$ K, para las cuales la emisividad de neutrinos es un efecto dominante en la evolución de estos objetos. La evolución temporal de los períodos (\dot{P}) de los distintos modos de pulsación depende de la velocidad de enfriamiento de la enana blanca (que a su vez depende fuertemente de L_{ν} en estas etapas). Por este motivo, la emisión de neutrinos es importante en la determinación de \dot{P} en las DOV. Invertiendo el razonamiento, puede usarse la determinación observacional de \dot{P} para obtener cotas para cantidades tales como, la tasa de emisividad de neutrinos, el momento dipolar magnético de los neutrinos.

3. Las estrellas progenitoras de las enanas blancas suelen tener campos magnéticos. Como el flujo magnético se conserva durante la fase de contracción, la intensidad del campo de la enana blanca resultante puede ser muy elevada. Schmidt & Smith (1995), por ejemplo, dan una lista de 42 enanas blancas para las cuales se han medido campos con $B > 10^4$ G. Por otro lado, medidas del efecto Zeeman muestran que hay enanas blancas con campos magnéticos de miles de MG. En el interior de estas estrellas, B sería del orden de 10^{10} G. Es difícil pensar que esos campos no afecten los fenómenos de difusión, entre otras cosas. Podrías cuantificar de alguna manera la incidencia que podrían tener campos magnéticos fuertes y medios en los resultados que has obtenido? Cumple la presión magnética un rol importante? Puede incluirse este efecto en la teoría?

Las enanas blancas magnéticas tienen campos magnéticos entre 3×10^4 y 10^9 G. Actualmente hay unas 70 estrellas de este tipo conocidas, lo que equivale aproximadamente a un 2% del total de las enanas blancas. De esta manera, la presencia de campos magnéticos de intensidad media o alta queda limitada a un grupo menor de enanas blancas. Es importante remarcar que el

límite inferior para el campo magnético es un límite dado por la detectabilidad de estos campos.

Una cuantificación de la influencia de los campos magnéticos medios e intensos en la difusión de elementos está más allá del alcance de esta tesis. Creo, de hecho, que sería un tema en sí mismo para la realización de una tesis doctoral. En esta tesis se ha despreciado la presencia de campos magnéticos. A continuación se presenta una estimación aproximada de la intensidad a partir de la cual los campos magnéticos pueden tener una influencia apreciable en la difusión.

Supongamos que tenemos un medio formado por dos especies que denominamos 1 y 2 y que podemos identificar con protones y electrones. Debido a que la fuerza gravitatoria sobre los protones es más intensa que sobre los electrones, ésta tiende a separarlos, creando un campo eléctrico E que contrarresta la separación. Supongamos que por unidad de volumen la carga neta es nula ($n_e = n_p$), de esta manera el gradiente de concentración se anula y en equilibrio se tiene:

$$m_p g + eE = m_e g - eE \quad (\text{A.1})$$

de donde

$$E = -\frac{m_p + m_e}{2e} g \approx -\frac{m_p}{2e} g. \quad (\text{A.2})$$

Puede verse que este resultado es consistente con la hipótesis de neutralidad de carga. En efecto,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -4\pi e(n_p - n_e) = -\frac{m_p}{2e} \vec{\nabla} \cdot \vec{g} = \frac{m_p}{2e} G 4\pi n_p m_p \quad (\text{A.3})$$

de donde

$$-\frac{n_p - n_e}{n_p} = \frac{G m_p^2}{2e^2} \sim 4 \times 10^{-37} \quad (\text{A.4})$$

Consideremos ahora un elemento de volumen, la fuerza neta es

$$F = n_p(m_p g + eE) + n_e(m_e g - eE) = n_p \frac{m_p + m_e}{2} g. \quad (\text{A.5})$$

En presencia de un campo magnético, las partículas estarán sujetas también a la fuerza de Lorentz

$$F_B \leq \frac{1}{c} j B \quad (\text{A.6})$$

donde j es la densidad de corriente. Dado que hay un flujo tanto de protones como de electrones, y además carga eléctrica nula, tendremos que

$$j \leq n_p e v \rightarrow F_B \leq \frac{1}{c} n_p e v B \quad (\text{A.7})$$

donde v es la velocidad de los iones. Entonces si $F_B \approx F$ tendremos

$$\frac{1}{c} n_p e v B \approx n_p \frac{m_p + m_e}{2} g \quad (\text{A.8})$$

que lleva a

$$B \approx \frac{m_p + m_e}{2} \frac{c g}{e v} \approx \frac{m_p}{2} \frac{c g}{e v} \quad (\text{A.9})$$

En el caso de una enana blanca, un valor típico de la aceleración de la gravedad es $g = 10^8 \text{cm/s}^2$. La velocidad de la difusión depende fuertemente de la profundidad. Si $q = 1 - m/M_*$, para un valor $\text{Log } q = -10$ y una temperatura efectiva de unos 20000 K, tenemos $v \approx 7 \times 10^{-6} \text{cm/s}$. De esta manera

$$B \approx 7 \times 10^8 \text{gauss.} \tag{A.10}$$

De esta manera, puede verse que la influencia del campo magnético en la difusión resultará despreciable en el caso de las enanas blancas no magnéticas, que como se mencionó anteriormente representan aproximadamente al 98% de las enanas blancas conocidas. Desde ya que esta estimación no pretende ser del todo rigurosa. Una determinación correcta tanto de v como de j implica resolver las ecuaciones de difusión incluyendo consistentemente los efectos del campo magnético. Sin embargo, la estimación hecha de B establece un límite seguro, al menos en cuanto al caso de las enanas blancas no magnéticas que tienen campos magnéticos, al menos, cuatro órdenes de magnitud menores. Además es interesante notar que desde el punto de vista de los resultados presentados en esta tesis, los efectos importantes de la difusión ocurren en regiones de la estrella correspondientes al rango $\text{Log } q \approx -2 - -6$ donde la velocidad de difusión es varios órdenes de magnitud menor que el valor usado más arriba para estimar B .

En relación a la influencia de la presión magnética en la estructura de la estrella, nos limitamos a los casos de enanas blancas no magnéticas, es decir a aquellos casos en que B es a lo sumo del orden de $3 \times 10^4 \text{gauss}$. La presión magnética será del orden de

$$P_{\text{mag}} = \frac{1}{8\pi} B^2 \approx 10^9 - 10^{10} \text{din cm}^{-2} \tag{A.11}$$

donde el valor mayor corresponde a regiones más internas de la estrella. Por otro lado, tomando por ejemplo un modelo de la secuencia de enana blanca de helio de $0.243 M_{\odot}$, correspondiente a una $T_{\text{eff}} = 20000 \text{K}$, la presión alcanza valores del orden de $10^{13} \text{din cm}^{-2}$ para $\text{Log } q \approx -8$ y crece hasta $10^{22-23} \text{din cm}^{-2}$ hacia el centro de la estrella. Estos valores muestran con claridad que la presión magnética no juega un papel importante en la determinación de la estructura de las enanas blancas no magnéticas. No puede descartarse, sin embargo, que los campos magnéticos sean importantes en las regiones más externas de la estrella (envoltura y atmósfera), en particular durante aquellas etapas en que se desarrolle una región convectiva.

4. Claramente dices en la página 8 que te limitas a situaciones con simetría esférica. Los efectos de la rotación son considerados despreciables en el análisis de la difusión. Las enanas blancas, sin embargo, rotan y se deforman. De nuevo, sería deseable algún tipo de análisis o comentario sobre como estos efectos pueden afectar los resultados obtenidos. Uno siempre parte de simplificaciones a la hora de modelar, pero siempre también es conveniente discutir esas simplificaciones y cuál es el grado de error que introducen o las razones que tenemos para pensar que esos errores pueden ser despreciables. Esto es particularmente importante cuando se hacen o proponen comparaciones directas con las observaciones.

Las enanas blancas son rotadores lentos. Los períodos característicos son al menos del orden de horas. Este hecho observacional resulta muy interesante desde el punto de vista de la evolución previa, que conduce a la formación de las enanas blancas. Tomemos por ejemplo el caso del Sol. Si la evolución del Sol llevara a la formación de una enana blanca sin pérdida de momento angular, la enana blanca resultante tendría un período de unos 2.5 minutos. Esto sugiere que gran parte del momento angular del progenitor de la enana blanca es perdido

durante su evolución, durante las fases de pérdida de masa. Consideremos una enana blanca con un período de unos 20000 s y un radio de 10000 km. Entonces, la aceleración centrífuga en la superficie es de unos 100 cm/s^2 , que comparada a la aceleración de la gravedad de unos 10^8 cm/s^2 , muestra que desde el punto de vista de la estructura de la estrella, la rotación juega un papel despreciable.

Sin embargo, la rotación induce circulación de corrientes que pueden a su vez inducir procesos de mezcla. Tassoul & Tassoul (1983, ApJ, 267, 334), encuentran que para una enana blanca de $0.8 M_{\odot}$ con $L = 10^{-2} L_{\odot}$ las escalas temporales para la mezcla por circulación de corrientes es mayor al tiempo de Hubble. Sin embargo, estos autores estimaron que la escala temporal para alcanzar una solución estacionaria es de unos 10^{10} años, mayor que la edad característica de enfriamiento. De esta manera no puede descartarse que la rotación tenga una influencia en las regiones superficiales de las enanas blancas, en particular de las muy calientes.

Es interesante mencionar que se conocen algunas enanas blancas con períodos de rotación del orden de minutos, pero estas enanas blancas presentan también campos magnéticos intensos, por lo que quedan fuera del alcance de los resultados presentados en esta tesis.

5. En la página 4 hablas de convección en la envoltura. Qué inestabilidades podrían producir convección en estas envolturas? Las ecuaciones 2.8-2.11 desprecian la convección en la ecuación de movimiento, pero lo incluyen en la ecuación de energía. Debe pensarse que estas ecuaciones provienen de una suerte de modelo de campo medio? O sea, con un promediado sobre escalas espaciales y temporales más cortas que las de interés?

La convección en las envolturas de las enanas blancas juega un papel muy importante en el enfriamiento de las mismas. Un ejemplo de esto, en el caso de las enanas blancas de baja masa se discute en el capítulo 5. En los casos relevantes en esta tesis la envoltura de las enanas blancas (de hidrógeno prácticamente puro) se vuelve inestable debido al aumento de la opacidad asociado con la ionización parcial del hidrógeno. Esto conduce a que el gradiente radiativo sea mayor que el gradiente adiabático, dando como resultado que el material resulta dinámicamente inestable.

En el problema global de la estructura estelar cantidades tales como presión, densidad, temperatura, etc. deben considerarse como funciones promediadas sobre superficies de radio constante. Sin embargo, estas cantidades no son exactamente constantes sobre estas superficies, sino que presentan ciertas fluctuaciones. Estas fluctuaciones, que tendrán una distribución estadística sobre la superficie, pueden crecer y dar lugar a movimientos macroscópicos locales no esféricos que tendrán también una distribución estadística sobre la superficie. En las ecuaciones básicas de la estructura estelar, la suposición de simetría esférica puede mantenerse interpretando las variables como promedios apropiados sobre estas superficies concéntricas.

Desde el punto de vista de la ecuación de energía, el movimiento macroscópico producido por la convección representa una contribución despreciable a la energía: las velocidades involucradas en los movimientos convectivos son del orden de $1-100 \text{ m s}^{-1}$, mientras que la velocidad térmica de los núcleos y electrones es siempre varios órdenes de magnitud mayor.

Bibliografía

- Adams W. S., 1915, *Publication of the Astronomical Society of the Pacific*, **27**, 236
- Adams W. S., 1925, *Proceedings of the National Academy of Sciences of USA*, **11**, 382. Erratum: *Observatory*, **49**, 88
- Alberts F., Savonije G. J., van den Heuvel E. P. J., Pols O. R., 1996, *Nature*, **380**, 676
- Alcock C., Illarionov A., 1980, *The Astrophysical Journal*, **235**, 541
- Alexander D. R., Ferguson J. W., 1994, *The Astrophysical Journal*, **437**, 879
- Althaus L. G., Benvenuto O. G., 1997, *The Astrophysical Journal*, **477**, 313
- Althaus L. G., Benvenuto O. G., 1998, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **296**, 206
- Althaus L. G., Benvenuto O. G., 2000, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **317**, 952
- Althaus L. G., Serenelli A. M., Benvenuto O. G., 2001a, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **323**, 471
- Althaus L. G., Serenelli A. M., Benvenuto O. G., 2001a, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **324**, 617
- Althaus L. G., Serenelli A. M., Benvenuto O. G., 2001a, *The Astrophysical Journal*, **554**, 1110
- Althaus L. G., Serenelli A. M., Córscico A. H., Benvenuto O. G., 2002a, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **330**, 685
- Anders E., Grevesse N., 1989, *Geochim. Cosmochim. Acta*, **53**, 197
- Anderson S. F., Margon B., Deutsch E. W., Downes R. A., Allen R. G., 1997, *The Astrophysical Journal*, **482**, L69
- Angulo C., et al., 1999, *Nucl. Phys. A*, **656**, 3
- Anthony-Twarog B. J., Twarog B. A., 2000, *The Astronomical Journal*, **120**, 3111
- Arnett D., Truran J., 1969, *The Astrophysical Journal*, **157**, 1369
- Arnett D., 1996, *Supernovae and Nucleosynthesis*, Princeton University Press, Princeton
- Benvenuto O. G., Althaus L. G., 1998, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **293**, 177
- Bergeron P., Leggett S. K., Ruiz M. T., 2001, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **133**, 413
- Bergeron P., Ruiz M. T., Leggett S. K., 1997, *The Astrophysical Journal Supplement Series*,

108, 339

- Bergeron P., Saffer R. A., Liebert J., 1992, *The Astrophysical Journal*, **394**, 228
- Bergeron P., Saumon D., Wesemael F., 1995, *The Astrophysical Journal*, **443**, 764
- Bergeron P., Wesemael F., Beauchamp A., 1995, *Publication of the Astronomical Society of the Pacific*, **107**, 1047
- Bergeron P., Wesemael F., Fontaine G., 1992, *The Astrophysical Journal*, **387**, 288
- Bessell M. S., 1990, *Publication of the Astronomical Society of the Pacific*, **102**, 1181
- Bessell M. S., Brett J. M., 1988, *Publication of the Astronomical Society of the Pacific*, **100**, 1134
- Blöcker T., 1995a, *Astronomy & Astrophysics*, **297**, 727
- Blöcker T., 1995b, *Astronomy & Astrophysics*, **299**, 755
- Borysow A., Jorgensen U. G., Fu Y., 2001, *JQSRT*, **68**, 235
- Borysow A., Jorgensen U. G., Zheng C., 1997, *Astronomy & Astrophysics*, **324**, 185
- Bradley P. A., 1996, *The Astrophysical Journal*, **468**, 350
- Bradley P. A., 1998, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **116**, 307
- Bradley P. A., 2001, *The Astrophysical Journal*, **552**, 326
- Bradley P. A., Winget D. E., 1994, *The Astrophysical Journal*, **430**, 850
- Bragaglia A., Renzini A., Bergeron P., 1995, *The Astrophysical Journal*, **443**, 735
- Brassard P., Fontaine G., Wesemael F., Kawaler S. D., Tassoul M., 1991, *The Astrophysical Journal*, **367**, 601
- Brassard P., Fontaine G., Wesemael F., Hansen C. J., 1992a, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **80**, 369
- Brassard P., Fontaine G., Wesemael F., Tassoul M., 1992b, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **81**, 747
- Brickhill A. J., 1991, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **251**, 673
- Brown T.M., Gilliland R. L., 1994, *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, **32**, 37
- Burderi L., D'Antona F., Burgay M., 2002, *The Astrophysical Journal*, **574**, 325
- Burgers J.M., 1969, *Flow Equations for Composite Gases*, Academic, New York
- Callanan P. J., Garnavich P. M., Koester D., 1998, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **298**, 211
- Camilo F., Thorsett, Kulkarni S. R., 1994, *The Astrophysical Journal*, **412**, 215
- Castellani M., Castellani V., 1993, *The Astrophysical Journal*, **407**, 649
- Caughlan G. R., Fowler W. A., 1988, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **36**, 411
- Caughlan G. R., Fowler W. A., Harris M. J., Zimmermann B. A., 1985, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **32**, 197
- Chandrasekhar S., 1931a, *Phil. Magazine*, **11**, 592

- BIBLIOGRAFIA 123
- Chandrasekhar S., 1931b, *The Astrophysical Journal*, **74**, 81
- Chandrasekhar S., 1939, *An Introduction to the Study of Stellar Structure*, Cambridge University Press, Cambridge
- Chin C. W., Chiu H. Y., Stothers R., 1966, *Ann. Phys.*, **39**, 280
- Clayton D. D., 1968, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, The University of Chicago Press, Chicago
- Cool A. M., Grindlay J. E., Cohn H. N., Lugger P. M., Baily C. D., 1998, *The Astrophysical Journal*, **508**, L75
- Córsico A. H., 2002, *Tesis doctoral*, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata, La Plata
- Córsico A. H., Althaus L. G., Benvenuto O. G., Serenelli A. M., 2001, *Astronomy & Astrophysics*, **380**, L17
- Córsico A. H., Althaus L. G., Benvenuto O. G., Serenelli A. M., 2001, *Astronomy & Astrophysics*, **387**, 531
- Córsico A. H., Benvenuto O. G., 2002, *Astrophysics and Space Science*, **279**, 281
- Cox J. P., 1980, *Theory of Stellar Pulsations*, Princeton University Press, Princeton, NJ
- D'Antona F., Mazzitelli I., 1989, *The Astrophysical Journal*, **347**, 934
- D'Antona F., Mazzitelli I., 1990, *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, **28**, 139
- Danziger I. J., Baade D., Della Valle M., 1993, *Astronomy & Astrophysics*, **276**, 382
- Däppen W., Anderson L., Mihalas D., 1987, *The Astrophysical Journal*, **319**, 195
- Dolez N., Vauclair G., 1981, *Astronomy & Astrophysics*, **102**, 375
- Domínguez I., Chieffi A., Lamongi M., Straniero O., 1999, *The Astrophysical Journal*, **524**, 226
- Driebe T., Blöcker T., Schönberner D., Herwig F., 1999, *Astronomy & Astrophysics*, **350**, 89
- Driebe T., Schönberner D., Blöcker T., Herwig F., 1998, *Astronomy & Astrophysics*, **339**, 123
- Dupuis J., Fontaine G., Pelletier C., Wesemael F., 1992, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **82**, 505
- Edmonds P. D., Gilliland R. L., Heinke C. O., Grindlay J. E., Camilo F., 2001, *The Astrophysical Journal*, **557**, L57
- Edmonds P. D., Grindlay J., Cool A., Cohn H., Lugger P., Baily C., 1999, *The Astrophysical Journal*, **516**, 250
- Eggleton P. P., 1983, *The Astrophysical Journal*, **268**, 368
- Fontaine G., Brassard P., Bergeron P., 2001, *Publication of the Astronomical Society of the Pacific*, **113**, 409
- Fontaine G., Michaud G., 1979, *The Astrophysical Journal*, **231**, 826
- Gautschy A., Ludwig H., Freytag B., 1996, *Astronomy & Astrophysics*, **311**, 493
- Gautschy A., Saio H., 1995, *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, **33**, 75

- BIBLIOGRAPHIA 124
- Gautschy A., Saio H., 1996, *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, **34**, 551
- Goldreich P., Wu Y., 1999, *The Astrophysical Journal*, **511**, 904
- Grossman S. A., Narayan R., Arnett D., 1993, *The Astrophysical Journal*, **407**, 284
- Grossman S. A., Taam R. E., 1996, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **283**, 1165
- Gustafsson M., Frommhold L., 2001, *The Astrophysical Journal*, **546**, 1168
- Fowler R. H., 1926, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **87**, 114
- Hansen B. M. S., 1998, *Nature*, **394**, 860
- Hansen B. M. S., 1999, *The Astrophysical Journal*, **520**, 680
- Hansen B. M. S., Kawaler S. D., 1989, *Stellar interiors*, Springer, New York
- Hansen B. M. S., Phinney E. S., 1998, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **294**, 557
- Hansen B. M. S., Phinney E. S., 1998b, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **294**, 569
- Harris H. C., Dahn C. C., Vrba F. J., Henden A. A., Liebert J., Schmidt G. D., Reid I. N., 1999, *The Astrophysical Journal*, **524**, 1000
- Hine B. P., Nather R. E., 1987 en Philip A. G. D., Hayes D. S., Liebert J., eds, *Proc. IAU Colloq. 95. The second COnf. on Faint BLue Stars*. L. Davis Press, p. 627
- Holtzman J. A., Burrows C. J., Casertano S., Hester J. J., Trauger J. T., Watson A. M., Worthey G., 1995, *Publication of the Astronomical Society of the Pacific*, **107**, 1065
- Hubbard W. B., Lampe M., 1969, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **18**, 297
- Hummer D. G., Mihalas D., 1988, *The Astrophysical Journal*, **331**, 794
- Iben I. Jr., 1982, *The Astrophysical Journal*, **260**, 821
- Iben I. Jr., 1984, *The Astrophysical Journal*, **277**, 354
- Iben I. Jr., Livio M., 1993, *Publication of the Astronomical Society of the Pacific*, **105**, 1373
- Iben I. Jr., MacDonald J., 1985, *The Astrophysical Journal*, **296**, 540
- Iben I. Jr., MacDonald J., 1986, *The Astrophysical Journal*, **301**, 164
- Iben I. Jr., Renzini A., 1983, *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, **21**, 271
- Iben I. Jr., Tutukov A. V., 1984, *The Astrophysical Journal*, **282**, 615
- Iben I. Jr., Tutukov A. V., 1986, *The Astrophysical Journal*, **311**, 742
- Iben I. Jr., Tutukov A. V., Yungelson L., 1997, *The Astrophysical Journal*, **475**, 291
- Iglesias C. A., Rogers F. J., 1996, *The Astrophysical Journal*, **464**, 943
- Irwin A. W., 1981, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **45**, 261
- Itoh N., Hayashi H., Nishikawa, A., Kohyama Y., 1996, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **102**, 411
- Itoh N., Mitake S., Iyetomi H., Ichimaru S., 1983, *The Astrophysical Journal*, **273**, 774

- Jorgensen U. G., Hammer D., Borysow A., Falckesgaard J., 2000, *Astronomy & Astrophysics*, **361**, 283
- Kanaan a., Kepler S. O., Giovannini O., Díaz M., 1992, *The Astrophysical Journal*, **390**, L89
- Kaplan S. A. 1949 *Naukovy Zapiski* 15109
- Kaspi V. M., Taylor J. H., Ryba M. F., 1994, *The Astrophysical Journal*, **428**, 713
- Kawaler S. D., 1988, *The Astrophysical Journal*, **334**, 220
- Kawaler S. D., Winget D. E., Hanes C. J., Iben I. Jr., 1986, *The Astrophysical Journal*, **306**, L41
- Kippenhahn R., Kohl K., Weigert A., 1967, *Z. Astrophys*, **66**, 58
- Kippenhahn R., Thomas H.-C., Weigert A., 1968, *Z. Astrophys*, **69**, 265
- Kippenhahn R. & Weigert A., 1990, *Stellar Structure and Evolution*, Springer Verlag, Berlin
- Kippenhahn R., Weigert A., Hofmeister E., 1967, *Methods of Computational Physics* 7, Interscience, New York
- Koester D., Schönberner D., 1986, *Astronomy & Astrophysics*, **154**, 125
- Kovetz A., Shaviv G., 1970, *Astronomy & Astrophysics*, **8**, 398
- Kurucz R. L., 1979, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **40**, 1
- Lamb D. Q., Van Horn H. M., 1975, *The Astrophysical Journal*, **200**, 306
- Landau L. D., Lifshitz E. M., 1971, *Classical theory of fields*, Pergamon Press, Oxford
- Landsman W., Aparicio J., Bergeron P., Di Stefano R., Stecher T.P., 1997, *The Astrophysical Journal*, **481**, L93
- Lorimer D. R., Festin L., Lyne A. G., Nicastro L., 1995, *Nature*, **376**, 393
- Lundgren S. C., Cordes J. M., Foster R. S., Wolszczan A., Camilo F., 1996, *The Astrophysical Journal*, **458**, L33
- Magni G., Mazzitelli I., 1979, *Astronomy & Astrophysics*, **72**, 134
- Marsh T. R., 1995, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **275**, L1
- Marsh T. R., Dhillon V. S. & Duck S. R., 1995, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **275**, 828
- Maxted P. F. L., Marsh T. R., Moran C. H. J., Zan Z., 2000, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **314**, 334
- Mazzitelli I., D'Antona F., 1986, *The Astrophysical Journal*, **308**, 706
- Mestel L., 1952, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **112**, 583
- Mestel L., Ruderman M. A., 1967, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **136**, 27
- Montgomery M. H., Metcalfe T. S., Winget D. E., 2001, *The Astrophysical Journal*, **548**, L53
- Montgomery M. H., Winget D. E., 1999, *The Astrophysical Journal*, **526**, 976
- Moran C., Marsh T. R., Bragaglia A., 1997, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*,

288, 538

- Muchmore D., 1984, *The Astrophysical Journal*, **278**, 769
- Neale L., Tennyson J., 1995, *The Astrophysical Journal*, **454**, L169
- Orosz J. A., Wade R. A., Harlow J. J. B., Thorstensen J. R., Taylor C. J., Eracleous M., 1999, *The Astronomical Journal*, **117**, 1598
- Ostlie D., Cox A. N., 1986, *The Astrophysical Journal*, **311**, 864
- Paquette C., Pelletier C., Fontaine G., Michaud G., 1986a, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **61**, 177
- Paquette C., Pelletier C., Fontaine G., Michaud G., 1986b, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **61**, 197
- Podsiadlowski Ph., Joss P. C., Hsu J. J. L., 1992, *The Astrophysical Journal*, **391**, 246
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., 1986, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, Cambridge
- Richer H. B., Falhman G. G., Rosvick J., Ibata R. A., 1998, *The Astrophysical Journal*, **504**, L91
- Richer H. B. et al., 1997, *The Astrophysical Journal*, **484**, 741
- Ritter H., 1988, *Astronomy & Astrophysics*, **202**, 93
- Rohrmann R. D., 2001, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **323**, 699
- Rohrmann R. D., Serenelli A. M., Althaus L. G., Benvenuto O. G., 2002, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **335**, 499
- Saffer R. A., Livio M., Yungelson L. R., 1998, *The Astrophysical Journal*, **504**, 392
- Salaris M., Domínguez I., García-Berro E., Hernanz M., Isern J., Mochkovitch R., 1997, *The Astrophysical Journal*, **486**, 413
- Salaris M., García-Berro E., Hernanz M., Isern J., Saumon D., 2000, *The Astrophysical Journal*, **544**, 1036
- Sarna M. J., Ergma E., Antipova J., 2000, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **316**, 84
- Saumon D., Bergeron P., Lunine J. I., Hubbard W. B., Burrows A., 1994, *The Astrophysical Journal*, **424**, 333
- Saumon D., Jacobson S. B., 1999, *The Astrophysical Journal*, **511**, L107
- Sauval A. J., Tatum J. B., 1984, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **56**, 193
- Savedoff M. P., Van Horn H. M., Vila S. C., 1969, *The Astrophysical Journal*, **155**, 221
- Schatzman E., 1956, *Astron. Zhur.*, **33**, 800
- Schatzman E., 1958, *White Dwarfs*, North-Holland, Amsterdam
- Schönberner D., Driebe T., Blöcker T., 2000, *Astronomy & Astrophysics*, **356**, 929
- Schönberner D., 1979, *Astronomy & Astrophysics*, **79**, 108
- Serenelli A. M., Althaus L. G., Rohrmann R. D., Benvenuto O. G., 2001, *Monthly Notices of*

- the Royal Astronomical Society*, **325**, 607
- Serenelli A. M., Althaus L. G., Rohrmann R. D., Benvenuto O. G., 2002, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **en prensa**, astro-ph/0208408
- Tauris T. M., Savonije G. J., 1999, *Astronomy & Astrophysics*, **350**, 928
- Tassoul M., Fontaine G., Winget D. E., 1990, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **72**, 335
- Taylor J. M., Grindlay J. E., Edmonds P. D., Cool A. M., 2001, *The Astrophysical Journal*, **553**, L169
- Thielemann F. K., Nomoto K., Hashimoto M., 1996, *The Astrophysical Journal*, **460**, 408
- Townsley D. M. & Bildsten L., 2002, *The Astrophysical Journal*, **565**, L35
- Unglaub K., Bues I., 2000, *Astronomy & Astrophysics*, **359**, 1042
- Unno W., Osaki Y., Ando H., Saio H., Shibahashi H., 1989, *Nonradial Oscillations of Stars*, 2nd edn., Tokio University Press, Tokyo
- Van Horn H. M., 1968, *The Astrophysical Journal*, **151**, 227
- van Kerkwijk M. H., Bell J. F., Kaspi V. M., Kulkarni S. R., 2000, *The Astrophysical Journal*, **530**, L37
- van Kerkwijk M. H., Bergeron P., Kulkarni S. R., 1996, *The Astrophysical Journal*, **467**, L89
- van Straten W., Bailes M., Britton M., Kulkarni S. R., Anderson S. B., Manchester R. N., Sarkissian J., 2001, *Nature*, **412**, 158
- Vassiliadis E. & Wood P. R., 1993, *The Astrophysical Journal*, **413**, 641
- von Hippel T., 1998, *The Astronomical Journal*, **115**, 1536
- von Hippel T., Gilmore G., 2000, *The Astronomical Journal*, **120**, 1384
- Webbink R. F., 1975, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **171**, 555
- Winget D. E., Kepler S. O., Kanaan A., Montgomery M. H., Giovannini O., 1997, *The Astrophysical Journal*, **487**, L191
- Winget D. E., Van Horn H. M., Tassoul M., Hansen C. J., Fontaine G., Carroll B. W., 1982, *The Astrophysical Journal*, **252**, L65
- Winget D. E., 1988, in Christensen-Dalsgaard E. J., Frnadsen S., eds, *Proc. IAU Symp. 123, Advances in Helio- and Asteroseismology*, Reidel, Dordrecht, p.305
- Wood P. R., Faulkner D. J., 1986, *The Astrophysical Journal*, **307**, 659
- Zoccali M., 2001, *The Astrophysical Journal*, **553**, 733