

Evolución de enanas blancas de masas bajas e intermedias

Tesis doctoral de Aldo M. Serenelli

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
Universidad Nacional de La Plata

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y
Tecnológicas - Instituto Astrofísico La Plata

Director: Dr. Leandro G. Althaus

Co-director: Dr. Omar G. Benvenuto

La Plata, 27 de Diciembre de 2002

Agradecimientos

El trabajo realizado en estos cuatro años no hubiera sido posible sin la presencia y guía permanente Leandro Althaus. A él va mi más profundo agradecimiento por haber compartido estos años de trabajo a lo largo de los cuales también se ha desarrollado una hermosa amistad.

Omar Benvenuto ha sabido orientar mi trabajo desde mis últimos años como estudiante. Esta tesis tampoco hubiera sido posible sin su presencia. También quiero hacer extensivo mi agradecimiento a Alejandro Córscico y Jorge Panei, con quienes he compartido muchas tardes placenteras durante estos años.

Me gustaría agradecer particularmente a Rubén Martínez por el soporte técnico brindado y también a Mariano Méndez, Nidia Morrell y Juan Carlos Forte quienes en diversos momentos han ayudado a abrir algunas puertas.

Contenidos

Agradecimientos	1
1 Introducción	1
1.1 Breve reseña histórica	1
1.2 Física general de las enanas blancas	2
1.3 Motivación y objetivos	5
2 El código de evolución estelar	8
2.1 Ecuaciones de estructura y evolución	8
2.2 Tratamiento numérico de las ecuaciones de estructura	10
2.3 Ecuaciones de cambios de composición química	12
2.4 Tratamiento numérico de las ecuaciones de cambio de composición química	13
2.5 Física constitutiva	16
3 Enanas blancas de baja masa I. Progenitores con metalicidad solar	18
3.1 Introducción	18
3.2 Ecuaciones de difusión	20
3.3 Modelos iniciales	22
3.4 Resultados	23
3.4.1 Comparación entre modelos con y sin difusión	23
3.4.2 Evolución durante un flash termonuclear	38
3.5 Discusión y conclusiones	42
4 Enanas blancas de baja masa II. Índices de color	44
4.1 Introducción	44
4.2 Detalles computacionales	45
4.3 Resultados	46
4.4 Conclusiones	56
5 Enanas blancas de baja masa. Progenitores de baja metalicidad	57
5.1 Introducción	57
5.2 Modelos de atmósfera	58
5.3 Modelos iniciales	59
5.4 Resultados	62
5.5 Conclusiones	76

6	Enanas blancas de carbono-oxígeno. Progenitor de $3 M_{\odot}$	79
6.1	Introducción	79
6.2	Detalles computacionales	81
6.3	Resultados evolutivos	83
6.3.1	Progenitor de enana blanca	83
6.3.2	Evolución post-AGB y enana blanca	87
6.4	Cantidades para el análisis de las pulsaciones adiabáticas	95
6.5	Conclusiones	98
7	Enanas blancas de carbono y oxígeno. Progenitor de $7.5 M_{\odot}$	101
7.1	Introducción	101
7.2	Detalles computacionales	101
7.3	Resultados y discusión	105
7.4	Conclusiones	112
	Bibliografía	121

Capítulo 1

Introducción

1.1 Breve reseña histórica

La estructura estelar ha sido objeto de una gran cantidad de estudios desde los trabajos pioneros de Lane, Ritter, Kelvin, Emden y Fowler, en las últimas décadas del siglo XIX y primeras del XX. Estos trabajos iniciales sobre la estructura de las estrellas establecieron claramente que la mera consideración de las estrellas como esferas gaseosas mantenidas en equilibrio hidrostático gracias a su autogravitación no era suficiente para determinar su estructura. En efecto, una presión dada, requerida por la estrella para mantener el peso de sus capas superiores puede obtenerse mediante una innumerable cantidad de combinaciones de temperatura y densidad. Era claro que más condiciones eran necesarias para determinar la estructura estelar. Estas condiciones son la producción y transporte de energía térmica. En 1929, R. Atkinson y F. Houtermans fueron los primeros en mostrar que las reacciones termonucleares proveen la fuente de energía de las estrellas, corolario de las investigaciones de G. Gamow sobre el efecto túnel. En 1938, H. Bethe y Ch. Critchfield describieron por primera vez la cadena de reacciones nucleares, hoy conocidas con el nombre de cadena protón-protón, destacando el rol de las interacciones débiles en la misma. Las bases de la teoría de la estructura y evolución estelar habían sido establecidas.

Desde entonces, gran cantidad de investigaciones se han centrado en el estudio de la estructura y evolución estelar. Una enumeración aquí, aún sólo de las más relevantes, sería demasiado extensa dada la amplitud y diversidad de temas relacionados. Esta tesis está centrada principalmente en un estudio de las estrellas enanas blancas (WDs) y por este motivo, nos limitaremos a mencionar brevemente algunos descubrimientos importantes en relación con estos objetos.

En 1914, Adams (1915) descubrió que el espectro de Sirio B correspondía al de una estrella “blanca”. Asignando una temperatura de 8000 K a la misma, y conocida su luminosidad, estimó su radio en 18800 km (unas cuatro veces mayor que el radio aceptado actualmente). Posteriormente, Adams (1925) determinó el corrimiento al rojo gravitatorio de varias líneas espectrales emitidas desde la superficie de Sirio B y utilizando la teoría de relatividad general pudo determinar su cociente M/R . Dado que la masa de Sirio B era conocida gracias al estudio de su órbita, su radio pudo ser determinado. De esta manera se pudo establecer la naturaleza “compacta” de dicho objeto, que dada su temperatura recibió el nombre genérico de enana blanca. En 1926, Fowler (1926) aplicó la entonces recientemente formulada estadística de Fermi-Dirac para explicar la naturaleza de las enanas blancas: identificó la presión que sostiene la estructura de estos objetos con la presión de degeneración de los electrones. En 1930, Chandrasekhar (1931a,b) construyó los primeros modelos realistas de enanas blancas,

incluyendo efectos relativistas en la ecuación de estado. En el curso de estos trabajos descubrió que existe una masa máxima que podía ser soportada por presión de degeneración electrónica, límite conocido como “masa límite de Chandrasekhar” y cuyo valor es aproximadamente de $1.4 M_{\odot}$. El rol de la relatividad general en la modificación de la relación masa-radio para enanas blancas masivas (masas mayores a $\sim 1 M_{\odot}$) fue discutido por primera vez por Kaplan (1949). Schatzman (1956) mostró que la inclusión de los decaimientos beta inversos en la ecuación de estado inducen una inestabilidad dinámica en la estructura de las enanas blancas más masivas que $\sim 1 M_{\odot}$ (que tienen radios menores a $\sim 4 \times 10^3$ km), que no puede ser compensada hasta que virtualmente todos los electrones y protones han sido convertidos en neutrones, es decir, hasta que se forma una estrella de neutrones.

La teoría básica del enfriamiento de las WDs, donde la energía radiada proviene de una disminución de su energía térmica interna (E_{th}), fue desarrollada por Mestel (1952), quien encontró que, bajo ciertas hipótesis (núcleo isotérmico, liberación de energía por compresión despreciable) la ecuación

$$L(t) = -\frac{dE_{\text{th}}}{dt} \quad (1.1)$$

lleva a una simple relación

$$t_{\text{cool}} \propto L^{-5/7} \quad (1.2)$$

entre la edad y la luminosidad de una WD. Sin embargo esta teoría es demasiado simplificada y no incluye procesos físicos de importancia fundamental en la evolución de las WDs. El enfriamiento por neutrinos (L_{ν}) fue incluido por primera vez en los cálculos evolutivos durante la década de 1960 por Chin, Chiu & Stothers (1966); Savedoff, Van Horn & Vila (1969). Un efecto importante en la evolución de las WDs es la cristalización de sus interiores. El calor latente liberado durante este proceso, que da una contribución adicional a la liberación de energía térmica (L_{th}), fue considerado por primera vez por Kovetz & Shaviv (1970); Mestel & Ruderman (1967); Van Horn (1968). Más recientemente, un tratamiento detallado de las capas externas no degeneradas ha incluido también la liberación de energía nuclear (L_{nuc}) (Iben & Tutukov, 1984; Koester & Schönberner, 1986; Mazzitelli & D’Antona, 1986). Además, la liberación de energía gravitatoria (L_g) de las capas superficiales no degeneradas juega también un papel importante en las etapas tempranas y tardías de la evolución de las WDs (D’Antona & Mazzitelli, 1989). De esta manera, actualmente la evolución de las WDs está determinada, desde el punto de vista de las contribuciones energéticas a la misma, por la ecuación más completa

$$L(t) = L_{\text{th}} + L_g + L_{\text{nuc}} + L_{\nu} \quad (1.3)$$

1.2 Física general de las enanas blancas

Las WDs representan el estado final de la evolución de la mayor parte de las estrellas. En efecto, las WDs son el resultado final, en general, de la evolución de estrellas de masas bajas e intermedias ($M \leq 8 M_{\odot}$) tanto en el caso de estrellas aisladas como en sistemas múltiples. Actualmente, la imagen básica que se tiene de la estructura de una enana blanca es en términos generales la siguiente: un núcleo de materia degenerada muy denso (las densidades promedio características son del orden de $\rho \approx 10^6 - 10^7 \text{g cm}^{-3}$) que comprende alrededor del 99% de

la masa total de la estrella, rodeado de una envoltura delgada de materia en condiciones no degeneradas, con densidades mucho menores.

La estructura de las enanas blancas es soportada, en su núcleo, por la presión ejercida por los electrones altamente degenerados (la existencia de las WDs es una confirmación espectacular del principio de exclusión de Pauli). La degeneración interna confiere a estas estrellas propiedades peculiares: la estructura mecánica queda esencialmente separada de la estructura térmica; la altísima conductividad térmica de la materia degenerada produce núcleos prácticamente isotérmicos; existe una relación inversa entre la masa y el radio de estas estrellas, que como límite extremo conduce a la existencia de un valor máximo en la masa que estos objetos pueden tener (masa límite de Chandrasekhar). Las reacciones nucleares juegan un papel secundario como fuente de energía de las enanas blancas. La energía radiada al espacio por las mismas es obtenida principalmente de la energía térmica acumulada en los iones no degenerados de su interior. A lo largo de su evolución la temperatura del núcleo de una enana blanca disminuye desde unos 10^8 K iniciales hasta unos pocos 10^6 K o incluso menos en los momentos en que estos objetos alcanzan luminosidades muy bajas, hacia el final de su evolución. Los efectos de la degeneración electrónica desaparecen en la envoltura de las WDs. Dichas envolturas son extremadamente delgadas (tanto en masa como en radio), sin embargo debido a las altas opacidades que presentan son extremadamente eficientes como reguladoras del flujo de energía emitido por la estrella. El transporte de energía en la envoltura de una WD puede ser tanto radiativo como convectivo, dependiendo de la fase evolutiva de la estrella (básicamente de su temperatura efectiva pero también de los detalles de la composición química externa).

La determinación observacional de las masas de las enanas blancas muestra una distribución de masas fuertemente centrada en $\approx 0.6 M_{\odot}$ con colas extendiéndose hasta $\approx 0.15 M_{\odot}$ y $\approx 1.2 M_{\odot}$. Los modelos de evolución estelar y formación de WDs predicen una relación entre la composición química del interior de las mismas y su masa total (existen, sin embargo, escenarios peculiares de formación de WDs que escapan a esta afirmación). Las enanas blancas de baja masa (masas $\leq 0.45 M_{\odot}$) tienen un núcleo prácticamente puro de helio, aquellas con masas entre $0.45 M_{\odot}$ y $1 M_{\odot}$ aproximadamente (rango que incluye a la gran mayoría de las WDs) tienen núcleos formados por carbono y oxígeno (en proporciones no del todo bien determinadas por los modelos actuales), y en el caso de WDs de masas mayores es actualmente aceptado que sus núcleos están compuestos por oxígeno y neón.

Las envolturas de las WDs, como se dijo anteriormente, son las regiones exteriores al núcleo degenerado, y resultan delgadas tanto en radio como en masa. La composición química inicial de las envolturas depende de los detalles del proceso de formación de la WD, pero generalmente están formadas por hidrógeno y/o helio. Las altas gravedades superficiales de las WDs ($\log g_{\text{sup}} \sim 7 - 8$ son valores típicos) hacen de la sedimentación gravitatoria un proceso muy eficiente en las envolturas de estas estrellas. De esta manera, aún cuando la composición inicial de la envoltura consista en una mezcla de hidrógeno y helio (más trazas de metales), la sedimentación gravitatoria lleva a la formación, en escalas de tiempo cortas desde el punto de vista de la evolución estelar, de envolturas casi puras de hidrógeno. Sin embargo, las observaciones muestran una realidad más compleja. Desde el punto de vista espectroscópico, las WDs se clasifican básicamente en dos tipos: DA, con atmósferas casi puras de hidrógeno, y DB con atmósferas ricas en helio (esta última clase incluye aproximadamente al 25% de las WDs conocidas). Existen muchas WDs que presentan peculiaridades en la composición química de sus atmósferas, que no pueden clasificarse como DA o DB. En la tabla 1.1 se presenta el esquema de clasificación espectral más común (Hansen & Kawaler, 1989). Es interesante remarcar también que parece existir una “evolución” en el tipo espectral durante la evolución de las WDs. Es

Table 1.1: Clasificación espectral de estrellas enanas blancas.

Tipo Espectral	Características
DA	Líneas de H, sin He I o metales presentes
DB	Líneas de He solamente, sin H o metales presentes
DC	Espectros continuos sin líneas distinguibles
DO	Líneas intensas de He II; He I o H pueden estar presentes
DZ	Líneas metales solamente, sin H o He
DQ	Rasgos de C

decir, algunas WD DAs pueden transformarse en DBs y viceversa. Los motivos de estos cambios no están del todo claros, pero probablemente una combinación entre la convección que se produce en las envolturas de estas estrellas en ciertos rangos de temperaturas efectivas junto con la sedimentación gravitatoria sea responsable de los cambios en la composición química observada en las envolturas. También es probable que un WD sufra durante su vida episodios de acreción de material interestelar (p.ej. nubes moleculares encontradas mientras la WD se mueve en torno al centro galáctico).

Como se mencionó al comienzo de esta sección, las WDs son el resultado final de la evolución de estrellas con masas menores a $8 M_{\odot}$ aproximadamente. Los procesos que llevan a la formación de las WDs son diversos y dependen, además de la masa inicial de la estrella progenitora, de la configuración en que ésta se encuentra (estrella sola, sistema binario). Describimos brevemente los mecanismos por los cuales, se cree, las WDs pueden ser formadas.

Consideremos primeramente el caso de una estrella aislada. Siguiendo a las etapas de combustión del hidrógeno y del helio en el núcleo de la estrella, la misma evoluciona (en un diagrama Hertzsprung-Russell) ascendiendo a lo largo de la rama asintótica de las gigantes (AGB), mientras la combustión nuclear tiene lugar en shells concéntricos alrededor de un núcleo de carbono-oxígeno inerte. Durante esta etapa la estrella mantiene una envoltura convectiva muy extendida y tiene dimensiones gigantes (radios del orden de cientos de radios solares son típicos en estas etapas), además sufre fuertes episodios de pérdida de masa. En el extremo más luminoso de la AGB, la estrella atraviesa una fase de pulsos térmicos, donde la ocurrencia reiterada de flashes termonucleares en el shell de helio provoca contracciones y expansiones alternadas de la estrella, incrementando la tasa de pérdida de masa. Los pulsos térmicos ocurren repetidamente hasta que por efectos de la pérdida de masa la envoltura se vuelve delgada y no puede mantenerse extendida. La estrella de esta manera se contrae, aleja de la AGB y comienza su evolución como núcleo de nebulosa planetaria, hacia el dominio de las enanas blancas. En este caso la WD resultante tendrá un núcleo compuesto por una mezcla de carbono y oxígeno (COWD) o, en casos extremos, de oxígeno y neón.

En el caso en que el progenitor se halla en un sistema binario (o múltiple), el mecanismo de formación de una WD dependerá de las características del sistema. Es decir, en aquellos casos en que la órbita sea extremadamente grande, puede considerarse desde el punto de vista de la evolución estelar que la estrella está aislada. Sin embargo, en aquellos casos en que esto no es así, la estrella puede llenar su lóbulo de Roche como resultado de la expansión que sufre durante determinadas etapas evolutivas. En este caso, se producen episodios de pérdida de masa por overflow del lóbulo de Roche. Si estos episodios ocurren cuando la estrella ya atravesó la fase de combustión de helio en su núcleo, la WD remanente tendrá nuevamente un núcleo caracterizado por una mezcla de carbono y oxígeno. Por el contrario, si el overflow del lóbulo de Roche ocurre cuando la estrella tiene todavía un núcleo de helio puede ocurrir (dependiendo de los detalles

orbitales del sistema binario y de la masa inicial del progenitor) que la masa de la estrella progenitora sea reducida por debajo de la masa mínima necesaria para que el helio se encienda en su núcleo ($\sim 0.45 M_{\odot}$) antes de que el helio comience a quemarse. De esta manera resultará una WD remanente de baja masa caracterizada por un núcleo casi puro de helio (HeWD).

Los detalles de los procesos de formación de las WDs son importantes ya que de ellos dependen, no sólo la masa final y la composición química interna de la estrella, sino también las masas de las envolturas de hidrógeno y helio (en el caso de las COWDs). Estas cantidades resultan importantes en la evolución de las WDs. En particular, como se discute extensivamente en esta tesis, el espesor de la envoltura de hidrógeno en las HeWDs resulta clave para determinar las edades de enfriamiento de estas estrellas. En el caso de las COWDs, las propiedades pulsacionales de estas estrellas están en gran medida determinadas por los espesores de las envolturas de hidrógeno y de helio, como así también por la forma de sus interfaces.

1.3 Motivación y objetivos

Los últimos años han visto un desarrollo acelerado de la astronomía observacional. Los telescopios espaciales, y también una nueva generación de telescopios terrestres han producido observaciones de una calidad sin precedentes, arrojando una nueva luz sobre fenómenos previamente conocidos, pero también dando lugar a nuevos descubrimientos. Y las WDs no son una excepción en este sentido.

El interés en el estudio de las WDs ofrece un espectro amplio. Como remanentes más comunes de la evolución estelar, nuestra galaxia debe estar poblada por numerosas WDs, producto de más de 10 Gyr de evolución estelar galáctica. Las enanas blancas más viejas en la vecindad solar son todavía visibles y pueden ser usadas, en conjunto con modelos teóricos de enfriamiento, para estimar la edad del disco galáctico. Observaciones recientes sugieren también la posibilidad de que una población muy vieja de WDs puebla el halo galáctico y puede contribuir apreciablemente a la materia oscura bariónica en la Vía Láctea. Esta población puede usarse para obtener una estimación independiente de la edad del halo. Por otro lado, la detección de secuencias de enfriamiento de enanas blancas en cúmulos estelares (tanto abiertos como globulares) permite obtener una estimación independiente de la edad de los mismos (ver en particular Richer et al. 1998, 1997; von Hippel 1998; von Hippel & Gilmore 2000). Para un detalle de estos temas referimos al lector a Fontaine, Brassard & Bergeron (2001).

Las WDs de baja masa, formadas por núcleos de helio, han sido observadas directamente sólo recientemente, aún cuando su existencia había sido predicha en la década de 1960 como resultado de la evolución binaria de estrellas de baja masa. El estudio de estas estrellas resulta muy interesante ya que el mismo involucra tanto a la teoría de las enanas blancas como así también la evolución de estrellas en sistemas binarios, donde tienen lugar fenómenos sumamente complejos como por ejemplo los episodios de transferencia de masa entre las componentes de los mismos. Además, dado que estas estrellas se encuentran muchas veces en compañía de púlsares de milisegundo, son un instrumento ideal para confrontar con las observaciones los modelos de estos púlsares. Es interesante notar también que las enanas blancas de baja masa están siendo detectadas tanto en el campo galáctico como así también en cúmulos globulares.

La heliosismología es hoy una herramienta fundamental en la comprensión de la estructura del Sol. De una manera equivalente, la astrosismología está brindándose también como un medio inigualable para “mirar” dentro de las estrellas. En efecto, dada la sensibilidad de las propiedades pulsacionales de las estrellas a los detalles de su estructura interna, la comparación

del espectro pulsacional de las WDs y su comparación con modelos teóricos permite obtener información precisa sobre cosas tales como su composición química interna, velocidad de enfriamiento, etc. El conocimiento de la composición interna de las WDs, por ejemplo, permite a su vez estudiar los procesos mediante los cuales estas estrellas son formadas, a través de modelos de evolución estelar. Por otro lado, dado que la velocidad de enfriamiento de las WDs depende de la energía total de que estas estrellas disponen y de los mecanismos mediante los cuales esta energía es disipada (radiación de energía térmica, pérdida por emisión de neutrinos, emisión de otro tipo de partículas tales como los axiones), la astrosismología promete aportar importantes contribuciones a diversos campos de investigación tales como la física de partículas y la cosmología.

El gran desarrollo de las observaciones en cuanto a la cantidad y la calidad de los nuevos datos que éstas aportan, plantea muchas nuevas preguntas e incógnitas y revela que, desde el punto de vista teórico, la estructura y evolución de las enanas blancas es un tema que dista enormemente de ser comprendido en detalle. En base a este convencimiento, el objetivo general de esta tesis es presentar cálculos detallados de la evolución y estructura de estrellas enanas blancas de masas bajas e intermedias.

Desde el punto de vista del estudio de las WDs de baja masa (con núcleos de helio), el interés se centra en obtener modelos de la evolución “completa” de estos objetos, es decir, comenzando con sus progenitores desde la secuencia principal hasta el momento en que se vuelven “invisibles” debido a sus bajas luminosidades superficiales, al final de su evolución.

En el caso de las WDs de masas intermedias (con núcleo de carbono-oxígeno), el principal objetivo buscado es la obtención de modelos detallados de su estructura interna, en particular en lo que hace a la estratificación química interna de las mismas. Esto permitirá desarrollar modelos pulsacionales para estas estrellas en base a modelos más realistas que los usados hasta el momento en las investigaciones sobre este tema, necesarios para una correcta interpretación de las actuales (y futuras) observaciones de enanas blancas pulsantes.

Para alcanzar los objetivos mencionados, es decir, la obtención de modelos de enanas blancas con el mayor detalle posible, se han tenido en cuenta en el cálculo de los modelos presentados en esta tesis diversos procesos físicos generalmente no tenidos en cuenta por considerarse, erróneamente en muchos casos, de importancia secundaria. Una breve mención de los mismos y su importancia se presentan a continuación.

Durante la evolución de las WDs, en particular para las de baja masa, se incluye un tratamiento detallado de la atmósfera de las mismas. Esto permite por un lado un tratamiento realista de las condiciones de borde externas para la resolución de las ecuaciones de estructura y evolución estelar y por otro la obtención de cantidades tales como magnitudes absolutas, índices de color y correcciones bolométricas, que permiten una comparación directa con las observaciones. Asimismo se presenta un análisis pormenorizado de la influencia de los procesos de difusión microscópica en la evolución de las WDs, procesos generalmente despreciados en las investigaciones sobre estas estrellas. La evolución de las WDs con núcleos de helio resulta profundamente afectada por los efectos de la difusión. En esta tesis se muestra que la difusión no es bajo ningún punto de vista un mecanismo físico secundario. Por otro lado, en el caso de enanas blancas de carbono y oxígeno, se muestra cómo los perfiles químicos internos de estos objetos son modelados por efectos de la difusión. Esto tiene importantes implicancias en los espectros pulsacionales de las enanas blancas. Un estudio detallado de las enanas blancas pulsantes está fuera del alcance de esta tesis, sin embargo se presentan algunos primeros resultados de propiedades oscilatorias obtenidos por nuestro grupo de investigación en el marco del modelado evolutivo considerado en esta tesis. Por otro lado, la estructura de las WDs no

puede considerarse como algo aislado de la historia previa de estos objetos, es decir, de los procesos que llevan a su formación. Esto nos lleva a considerar también la evolución previa de los progenitores de las enanas blancas. En este sentido, la evolución de estrellas de baja masa en sistemas binarios, que da origen a enanas blancas de helio, es estudiada en detalle partiendo de modelos de secuencia principal. En el caso de las WDs de masas intermedias, la evolución de sus progenitores a lo largo de la rama asintótica de las gigantes, etapa en la cual los perfiles químicos internos iniciales de las enanas blancas son formados, es también seguida en detalle.

Capítulo 2

El código de evolución estelar

En este capítulo se introducen brevemente las ecuaciones que describen la evolución estelar. Así mismo se presenta de manera resumida el tratamiento numérico empleado para resolver las ecuaciones que describen el problema mediante el uso de un código de evolución estelar. Finalmente hay una descripción de los ingredientes físicos incluidos en el código de evolución (opacidades, tasas de reacciones nucleares, ecuación de estado, tasas de emisión de neutrinos, etc.). Este capítulo es una descripción general, que intenta abarcar aquellas características del código que son comunes a todos los cálculos presentados en la tesis. El modelado de estrellas de diferentes características, sin embargo, involucra la adopción de tratamientos numéricos particulares, como así también la inclusión de mecanismos físicos que pueden ser relevantes en algunos casos y no en otros. Estos detalles particulares serán descriptos oportunamente cuando se presenten los cálculos correspondientes.

Los cálculos de evolución estelar presentados en esta tesis han sido realizados considerando a las estrellas como objetos esféricos. Esta hipótesis limita el estudio de una variedad de fenómenos muy interesantes. Sólo por enumerar algunos de ellos pueden mencionarse la distribución de momento angular en el interior estelar, la mezcla de composición química debido a corrientes meridionales, la influencia de campos magnéticos en la estructura estelar, etc. Sin embargo, los estudios teóricos y las simulaciones numéricas de estructura y evolución estelar bajo la hipótesis de simetría esférica han mostrado a lo largo de los años ser una excelente aproximación en la gran mayoría de los casos gracias a los numerosos éxitos en el estudio de las estrellas. A continuación se presentan las ecuaciones que determinan el estudio de la evolución y estructura estelar en la aproximación de simetría esférica y también una descripción de los métodos numéricos empleados en el código evolutivo para la resolución de dichas ecuaciones.

2.1 Ecuaciones de estructura y evolución

Las ecuaciones básicas que determinan la estructura y evolución estelar son bien conocidas y no es necesario hacer una descripción pormenorizada de ellas en esta tesis. Sin embargo, vale la pena presentar una breve discusión de algunos puntos importantes. Considerando la masa interna m como variable independiente (variable lagrangiana) las ecuaciones son (Kippenhahn & Weigert, 1990)

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} - \frac{1}{4\pi r^4} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_{\text{nuc}} - \epsilon_{\nu} - c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla \quad (2.4)$$

Las cantidades involucradas en estas ecuaciones son: m es la variable masa (independiente), t el tiempo, $r = r(m, t)$ la distancia desde el centro de la estrella, $P = P(m, t)$ es la presión, $l = l(m, t)$ es la luminosidad, $T = T(m, t)$ la temperatura, ρ es la densidad de masa, ϵ_{nuc} la liberación de energía nuclear por unidad de masa y de tiempo, ϵ_{ν} la pérdida de energía por emisión de neutrinos por unidad de masa y de tiempo, c_P el calor específico a presión constante por unidad de masa, $\delta = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P$ y $\nabla = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)$ el gradiente adimensional de temperatura. Además G es la constante de gravitación universal, c la velocidad de la luz en el vacío, a la constante de densidad de radiación y t el tiempo.

Las tres primeras ecuaciones expresan leyes físicas bien conocidas: la conservación de la masa, la ecuación de movimiento y la conservación de la energía respectivamente. La cuarta ecuación determina el transporte de energía dentro del interior estelar.

Consideremos la ecuación de movimiento (2.2). El segundo término del miembro derecho es proporcional a la aceleración del elemento de masa considerado y es relevante cuando la estructura estelar no se encuentra en equilibrio hidrostático. Sin embargo, frente a perturbaciones pequeñas del equilibrio hidrostático, la estructura estelar se reajusta para reestablecer el equilibrio en una escala de tiempo del orden de

$$\tau_{\text{hydr}} \approx \left(\frac{R^3}{GM} \right)^{1/2}. \quad (2.5)$$

En el caso del Sol esta escala de tiempo es del orden de decenas de minutos, para estrellas gigantes ($M \approx M_{\odot}$, $R \approx 100R_{\odot}$) esta escala resulta ser del orden de días, y en enanas blancas del orden de segundos. En cualquiera de los casos mencionados, y que son representativos de aquéllos que nos interesan en esta tesis, la escala de tiempo hidrostática τ_{hydr} resulta mucho más corta que las escalas de tiempo en las cuales se producen cambios en la estructura estelar. Esto permite realizar una importante simplificación en las ecuaciones de estructura porque el término de aceleración en la ecuación (2.2) resulta despreciable, por lo que esta ecuación puede ser aproximada por la de equilibrio hidrostático

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}, \quad (2.6)$$

que es la que ha sido utilizada en todos los cálculos presentados en esta tesis en lugar de la ec. 2.2.

En la ecuación de transporte de energía (2.4) una cantidad fundamental es ∇ , que determina la estratificación de la temperatura en el interior estelar. Cuando el transporte de energía ocurre

por radiación o conducción, ∇ debe ser reemplazado por el gradiente radiativo ∇_{rad} , definido por

$$\nabla_{rad} = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa l P}{mr^4}. \quad (2.7)$$

donde κ es la opacidad radiativa y/o conductiva. En el caso en que el transporte de energía ocurre por convección, ∇ debe obtenerse a partir de una teoría apropiada de convección. En el caso de las zonas más internas de una estrella la convección, en caso de estar presente, es prácticamente adiabática, de modo que $\nabla = \nabla_{ad}$ en un excelente grado de aproximación. Sin embargo en otras condiciones, como por ejemplo la zona convectiva externa de una gigante roja, hay un apreciable grado de superadiabaticidad y por lo tanto ∇ se aparta apreciablemente de ∇_{ad} . En estos casos debe recurrirse indefectiblemente a una teoría de convección no adiabática (p.ej. teoría de la longitud de mezcla (MLT)).

Resumiendo, el conjunto de ecuaciones que determinan la estructura y también la evolución estelar que ha sido empleado en los cálculos presentados en esta tesis es

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu - c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla \quad \text{donde} \quad \nabla = \begin{cases} \nabla_{rad} & (\text{trans.radiativo/conductivo}) \\ \nabla_{conv} & (\text{trans.convectivo}) \end{cases} \quad (2.11)$$

El conjunto de ecuaciones (2.8-2.11), junto con las ecuaciones que describen los cambios en la composición química (y que son descritas en la sección 2.3) son las determinan la evolución y estructura estelar.

2.2 Tratamiento numérico de las ecuaciones de estructura

El código de evolución estelar (CEELP) empleado para esta tesis ha sido desarrollado completamente en el Observatorio de La Plata. Originalmente desarrollado por el Dr. Omar Benvenuto y posteriormente adaptado para el estudio de estrellas enanas blancas por el Dr. Leandro Althaus, ha sido utilizado previamente en numerosos trabajos de evolución estelar, particularmente en cálculos evolutivos de enanas blancas (Althaus & Benvenuto, 1997, 1998; Benvenuto & Althaus, 1998; Althaus & Benvenuto, 2000).

El método empleado para la resolución del sistema de ecuaciones de estructura (2.8-2.11) está basado en un esquema tipo Henyey. Este esquema es el más difundido en los códigos de evolución estelar y para una descripción exhaustiva sobre el mismo referimos al lector a Kippenhahn, Weigert & Hofmeister (1967). La implementación de este esquema en el CEELP es a través de una linealización implícita del sistema de ecuaciones y el sistema algebraico resultante se resuelve entonces iterativamente (método Newton-Raphson). Dado que este esquema es prácticamente el estándar en los códigos de evolución estelar, solamente se mencionarán algunas características particulares del tratamiento de las ecuaciones de estructura en el CEELP.

Las ecuaciones de estructura en su forma (2.8-2.11) responden a la elección de una variable lagrangiana como variable independiente. La elección implementada en el CEELP es tomar como variable independiente a la masa fraccionaria $m_r = m/M_*$, donde M_* es la masa total de la estrella. Entonces, la resolución de las ecuaciones de estructura permite obtener las cantidades de estructura $T = T(m_r)$, $P = P(m_r)$, $r = r(m_r)$ y $l = l(m_r)$ a un tiempo dado. Vale la pena remarcar que las demás cantidades que aparecen en las ecs.(2.8-2.11) son funciones de T , P , r , l y de la composición química, que representaremos genéricamente como X_i . Es decir que, dada una composición química, las ecuaciones de estructura representan un sistema de ecuaciones bien determinado. La evolución temporal de la composición química X_i se describirá en detalle en la sección siguiente. Por ahora asumamos que X_i es conocida de modo que sólo debemos preocuparnos por T , P , r y l .

La estabilidad de los cálculos numéricos es mejorada de manera notable si se realizan cambios de variables apropiados. En el CEELP el cambio de variables implementado es el siguiente

$$\xi = \ln(1 - m_r/M_*) \quad (2.12)$$

$$\theta = \ln T/T_o \quad T_o \equiv 10^6 \text{ K} \quad (2.13)$$

$$p = \ln P/P_o \quad P_o \equiv 10^{15} \text{ din cm}^{-2} \quad (2.14)$$

$$x = \ln r/r_o \quad r_o \equiv 10^{10} \text{ cm} \quad (2.15)$$

$$\lambda = l/\Lambda L_o \quad L_o \equiv 10^{33} \text{ erg s}^{-1}. \quad (2.16)$$

De esta manera ξ es la variable independiente usada en el CEELP y θ , p , x , λ son las variables dependientes. T_o , P_o , r_o y L_o son factores de escala. La cantidad Λ es también un factor de escala que se reajusta automáticamente durante el cálculo de modo de mantener el valor absoluto de λ por debajo de 10. Es interesante notar que el cambio de variable que se adopte en el caso de la luminosidad debe permitir la existencia de valores negativos de esta cantidad. Esto es físicamente posible por ejemplo en los casos en que la estrella es enfriada por la emisión de neutrinos (ver ec. 2.10), o en regiones por debajo de un shell donde la combustión nuclear ocurre de manera violenta, lo que da lugar a un gradiente de temperatura negativo, es decir que la temperatura no necesariamente aumenta hacia el centro de la estrella y existe un flujo de energía hacia el interior de la misma.

El cambio logarítmico de variables para T , P y r ofrece una ventaja muy importante desde el punto de vista numérico. Para ejemplificarla consideremos la temperatura T . Con un supraíndice n denotamos las cantidades referidas a un instante de tiempo t y por $n+1$ las correspondientes al paso temporal siguiente ($t + \Delta t$). Entonces

$$T^{(n+1)} = T^{(n)} + \Delta T = T^{(n)} \left(1 + \frac{\Delta T}{T^{(n)}} \right), \quad (2.17)$$

de manera que si introducimos el cambio de variable (2.13) resulta

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T^{(n)}} \right) = \theta^{(n)} + \ln(1 + u_\theta). \quad (2.18)$$

Durante el proceso iterativo la variable que se itera es entonces la diferencia $u_\theta = \frac{\Delta T}{T^{(n)}}$ en vez de $\theta^{(n+1)}$ (de un modo análogo se introducen u_x y u_p) lo cual resulta muy ventajoso para evaluar derivadas temporales. Las únicas derivadas de este tipo que aparecen son las derivadas

temporales de la temperatura y la presión en la ecuación de la luminosidad (2.10). Siguiendo con el ejemplo de la temperatura tenemos

$$\frac{\partial T}{\partial t} = T_o \frac{\partial}{\partial t} \exp \theta = T_o \exp \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (2.19)$$

y al linealizar la derivada temporal resulta

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx T_o \exp \theta \left(\frac{\theta^{(n+1)} - \theta^{(n)}}{\Delta t} \right). \quad (2.20)$$

Sin embargo, usando (2.18) esta derivada puede reescribirse como

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx T_o \exp \theta \frac{\ln(1 + u_\theta)}{\Delta t}. \quad (2.21)$$

La gran ventaja de introducir las variables logarítmicas y usar u_θ , u_p y u_x como variables a ser iteradas (como se sugiere en Kippenhahn, Weigert & Hofmeister 1967), es que permite evaluar las derivadas temporales como se muestra en la ecuación (2.21), es decir, sin tener que efectuar la resta de dos cantidades que pueden ser muy parecidas (como en 2.20). Esto último puede llevar a errores de redondeo que pueden afectar la convergencia global de la integración llegando a imposibilitar el cálculo de ciertas etapas evolutivas dificultosas desde el punto de vista numérico (p.ej. los pulsos térmicos en la rama asintótica de las gigantes). Los cambios de variable implementados son finalmente junto con las ecuaciones (2.12-2.16) son

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + \ln(1 + u_\theta) \quad (2.22)$$

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} + \ln(1 + u_p) \quad (2.23)$$

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \ln(1 + u_x) \quad (2.24)$$

$$l^{(n+1)} = l^{(n)} + u_l \quad (2.25)$$

de manera que las cantidades calculadas durante el proceso iterativo son u_θ , u_p , u_x y u_l .

2.3 Ecuaciones de cambios de composición química

Esquemáticamente, si n_i es el número de partículas por unidad de volumen de la especie i , el cambio de la composición química en un elemento de masa dado puede escribirse como

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{nuc} + \left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{mix}, \quad i = 1, \dots, I \quad (2.26)$$

donde el primer término del miembro derecho representa el cambio producido como resultado de las reacciones nucleares, y el segundo el cambio producido por diferentes mecanismos de mezcla: convección, semiconvección, difusión microscópica, inestabilidad Rayleigh-Taylor. Por cada especie química relevante hay una ecuación (2.26) y todas están acopladas entre sí, es decir que en realidad (2.26) representa un sistema de I ecuaciones diferenciales acopladas (I es el número total de especies nucleares consideradas).

Consideremos primero el término debido a las reacciones nucleares. Una especie nuclear dada puede ser creada y destruida a través de numerosas reacciones nucleares con otras especies. Si $\langle v\sigma \rangle_{ij}$ denota la tasa de reacciones nucleares por par de partículas entre las especies i y j ,

y $\langle v\sigma \rangle_{kl}$ la correspondiente a las reacciones entre partículas k y l que producen partículas i tenemos

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{nuc} = -\sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,l} \langle v\sigma \rangle_{kl} n_k n_l \quad (2.27)$$

La primera sumatoria da cuenta de las reacciones que destruyen partículas de la especie i , mientras que la segunda lo hace de las reacciones que crean partículas de esta especie. Debe tenerse en mente que ésta es una representación esquemática, ya que las reacciones nucleares no involucran necesariamente dos especies diferentes, sin embargo es suficiente para ilustrar el esquema empleado para la solución del sistema de ecuaciones 2.26 (para más detalles ver Arnett 1996).

La segunda sumatoria en la ecuación (2.26) representa una variedad muy amplia de procesos de mezcla que pueden modificar la composición química en una zona de la estrella, de los cuales el más conocido es sin duda la convección. Es interesante notar, sin embargo, que los diferentes procesos de mezcla pueden modelarse como procesos de difusión de la composición química con coeficientes de difusión apropiados para cada proceso. Entonces, asumiendo simetría esférica, podemos escribir

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{mix} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{mix} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) \quad (2.28)$$

donde D_{mix} representa el coeficiente de difusión determinado por el mecanismo de mezcla considerado. Es importante notar que debido a la linealidad de estas ecuaciones con respecto a D_{mix} , si dos a más mecanismos de mezcla operan simultáneamente sus efectos pueden ser sumados directamente definiendo $D_{mix} = \sum_{proc} D_{proc}$.

La ecuación (2.26) que determina la evolución temporal de la composición química queda reescrita entonces como

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,l} \langle v\sigma \rangle_{kl} n_k n_l + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{mix} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) \quad i = 1, \dots, I \quad (2.29)$$

y junto con el conjunto de ecuaciones (2.8-2.11) son las ecuaciones que determinan el problema de la estructura y evolución estelar.

2.4 Tratamiento numérico de las ecuaciones de cambio de composición química

Los cambios de la composición química en un modelo estelar, dados por el conjunto de ecuaciones (2.29), no son tratados en los códigos de evolución estelar de manera completamente autoconsistente con los cambios en la estructura estelar. En efecto, como se dijo en la sección 2.2, en el momento de integrar las ecuaciones de estructura en un paso temporal la composición química se supone conocida. Una vez obtenidas T , P , r y l al tiempo $n + 1$ se avanza la composición química mediante la integración de las ecuaciones (2.29) al nuevo tiempo $(n + 2)$. Luego se avanzan las cantidades de estructura y así sucesivamente. Esquemáticamente, el mecanismo se ilustra en la figura 2.1. La resolución simultánea de las ecuaciones de estructura y de composición química implica un enorme costo computacional y no aparece como imprescindible (aunque sí deseable) si el paso temporal se mantiene suficientemente pequeño como

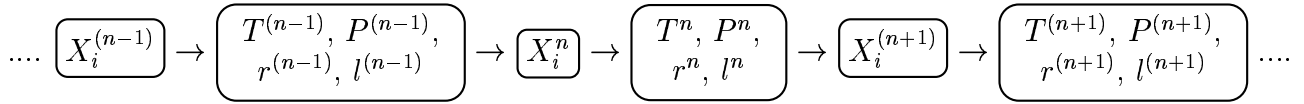


Figura 2.1: Solución alternada de los cambios en composición química y variables de estructura.

para que tanto las variables de estructura como la composición química no cambien demasiado en cada paso de integración. Por otro lado, el requerimiento de cambios pequeños en cada paso evolutivo es necesario para que la linealización de las ecuaciones se mantenga como una buena aproximación.

Al contrario que con las ecuaciones de estructura (2.8-2.11), el tratamiento numérico de las ecuaciones (2.29) no ha sido el mismo en todos los cálculos presentados en esta tesis. En función de las diferentes etapas evolutivas involucradas, diferentes procesos físicos adquieren o pierden relevancia para determinar la composición química y por lo tanto es en función de las necesidades específicas de cada cálculo cómo se han tratado las ecuaciones (2.29).

Consideremos primero el caso de una zona de la estrella donde el transporte ocurre por radiación o conducción. En estas condiciones el fluido es dinámicamente estable por lo que no existen mecanismos de mezcla de la composición química por movimientos macroscópicos del fluido. Dejando de lado los efectos de la difusión microscópica, los cambios en la composición química se deben entonces sólo a la ocurrencia de las reacciones nucleares. En este caso, las ecuaciones (2.29) se reducen a

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = - \sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,l} \langle v\sigma \rangle_{kl} n_k n_l \quad i = 1, \dots, I. \quad (2.30)$$

Seguimos el tratamiento presentado por Arnett & Truran (1969). Para eso introducimos una nueva cantidad Y_i definida por

$$Y_i = \frac{n_i}{N_A \rho} \quad (2.31)$$

donde N_A es el número de Avogadro, de manera que las ecuaciones (2.30) pueden reescribirse como

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} = - \sum_j N_A \rho \langle v\sigma \rangle_{ij} Y_i Y_j + \sum_{k,l} N_A \rho \langle v\sigma \rangle_{kl} Y_k Y_l \quad (2.32)$$

e introduciendo $\lambda_{ij} = N_A \rho \langle v\sigma \rangle_{ij}$ finalmente resulta

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} = - \sum_j \lambda_{ij} Y_i Y_j + \sum_{k,l} \lambda_{kl} Y_k Y_l \quad i = 1, \dots, I. \quad (2.33)$$

Es útil remarcar que la relación entre Y_i y X_i (la fracción de masa, o más apropiadamente la fracción de nucleones) es simplemente $Y_i = X_i/A_i$, donde A_i es la masa atómica de la especie nuclear considerada.

Conocidas las cantidades termodinámicas ρ y T , y las abundancias al tiempo $t^{(n)}$, debemos integrar el sistema de ecuaciones representado por (2.33) un paso temporal, hasta $t^{(n+1)} = t^{(n)} + \Delta t$. Para que el método numérico resulte estable sin necesidad de utilizar pasos temporales

extremadamente pequeños, la linealización debe ser implícita. Para esto escribimos $Y_i^{(n+1)} = Y_i^{(n)} + \Delta Y_i$ de modo que el producto $Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n+1)}$ puede escribirse como

$$Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n+1)} = Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n)} + Y_i^{(n)} Y_j^{(n+1)} - Y_i^{(n)} Y_j^{(n)} + \mathcal{O}(\Delta Y^2) \quad (2.34)$$

de donde resulta el sistema de ecuaciones algebraicas

$$\begin{aligned} \frac{Y_i^{(n+1)} - Y_i^{(n)}}{\Delta t} &= - \sum_j \lambda_{ij} \left(Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n)} + Y_i^{(n)} Y_j^{(n+1)} - Y_i^{(n)} Y_j^{(n)} \right) + \\ &+ \sum_{k,l} \lambda_{kl} \left(Y_k^{(n+1)} Y_l^{(n)} + Y_k^{(n)} Y_l^{(n+1)} - Y_k^{(n)} Y_l^{(n)} \right) + \mathcal{O}(\Delta Y^2), \quad (2.35) \\ &\text{para } i = 1, \dots, I \end{aligned}$$

en el cual las incógnitas son las cantidades $Y_i^{(n+1)}$. El paso temporal Δt debe mantenerse lo suficientemente pequeño como para que el término de orden cuadrático en los incrementos sea despreciable. Generalmente es aconsejable dividir el paso utilizado en la integración de las ecuaciones de estructura en varios pasos para la integración de las ecuaciones (2.35) de modo de mantener ΔY^2 pequeño sin necesidad de calcular una excesiva cantidad de modelos evolutivos. En los cálculos presentados en esta tesis, el paso evolutivo fue dividido por un factor entre 5 y 10 para resolver (2.35).

Consideremos ahora el caso en el que hay mezcla por convección. Además consideremos el caso en el que la mezcla es muy eficiente en toda la zona convectiva. Las escalas de tiempo asociadas con la convección son generalmente mucho más cortas que las escalas de tiempo nucleares, es decir aquellas sobre las que la abundancia de alguna especie nuclear cambia apreciablemente por efectos de las reacciones nucleares. Por ejemplo, en el interior de una estrella con un núcleo convectivo donde se fusiona el hidrógeno, la escala de tiempo nuclear puede variar desde unos cientos de miles de años hasta unos cientos de millones de años, mientras que la convección opera en escalas temporales de a lo sumo algunos años. En cualquier caso, la convección es generalmente varios órdenes de magnitud más rápida que la combustión nuclear. Esto lleva a considerar una hipótesis simplificatoria que es considerar a la región convectiva de una estrella como químicamente homogénea. Bajo esta hipótesis, la evolución de la composición química de una región convectiva se calcula suponiendo que la mezcla convectiva es tan eficiente que la región convectiva se mantiene químicamente homogénea y que las tasas efectivas de las reacciones nucleares son un promedio de estas tasas en toda la región. De esta manera definimos una tasa efectiva para una reacción nuclear como

$$\lambda_{ij, \text{eff}} = \frac{1}{M_{ZC}} \int_{M_{ZC}} \lambda_{ij} dm \quad (2.36)$$

de modo que (2.33) se reescribe como

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} = - \sum_j \lambda_{ij, \text{eff}} Y_i Y_j + \sum_{k,l} \lambda_{kl, \text{eff}} Y_k Y_l \quad i = 1, \dots, I, \quad (2.37)$$

y esta ecuación determina el cambio de abundancia en *toda la zona convectiva* que, de este modo, permanece homogénea durante todo el cálculo. Bajo ciertas condiciones, sin embargo, la mezcla “instantánea” no es una buena aproximación. Esto puede ocurrir por diversos motivos. Por un lado puede ocurrir que la convección sea ineficiente en ciertas regiones de una estrella o durante ciertas etapas evolutivas donde las escalas de tiempo nucleares son reducidas de manera notable

(p.ej. durante un flash termonuclear). Puede ocurrir también que la mezcla sea eficiente desde el punto de vista de la evolución estelar pero nos interesa estudiar la evolución de cierta especie nuclear cuyos cambios temporales por efecto de las reacciones nucleares sean muy rápidos. Un ejemplo de esto lo constituye la abundancia de neutrones durante los pulsos térmicos en la rama asintótica de las gigantes. Aquí los neutrones son muy importantes desde el punto de vista de la nucleosíntesis pues su abundancia determina la importancia del proceso lento de captura de neutrones, mecanismo responsable de gran parte de la existencia de elementos más pesados que el hierro. Los neutrones tienen una vida media del orden de minutos por lo que si se encuentran en una región donde hay convección un tratamiento instantáneo de la misma es a todas luces una aproximación burda al problema y seguramente lleve a conclusiones erróneas. Finalmente, cabe mencionar que existen otros mecanismos de mezcla, como la semiconvección, que son mucho menos eficientes que la convección y por lo tanto ocurren en escalas de tiempo que semejarán más a las escalas nucleares, por lo que un tratamiento simultáneo de la mezcla y las reacciones nucleares debe ser utilizado para su correcto estudio.

Sobre algunos de estos procesos volveremos más adelante, principalmente en relación a la evolución de estrellas de masas intermedias durante la etapa de pulsos térmicos.

2.5 Física constitutiva

Para poder resolver las ecuaciones de estructura (2.8-2.11) y las de composición química (2.29) es necesario conocer ciertas cantidades en función de las variables de estructura y la composición química del material estelar. Para ser más específicos, deben conocerse

$$\begin{aligned}
 \rho &= \rho(T, P, X_i) & \nabla_{ad} &= \nabla_{ad}(T, P, X_i) \\
 \delta &= \delta(T, P, X_i) & c_P &= c_P(T, P, X_i) \\
 \epsilon_{\text{nuc}} &= \epsilon_{\text{nuc}}(T, P, X_i) & \epsilon_\nu &= \epsilon_\nu(T, P, X_i) \\
 \kappa &= \kappa(T, P, X_i) & \langle \sigma v \rangle_{ij} &= \langle \sigma v \rangle_{ij}(T, \rho).
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Las cantidades ρ , ∇_{ad} , δ y c_P deben calcularse a través de una ecuación de estado para la materia estelar. Para esta tesis, varias EOS han sido incluidas y utilizadas alternativamente en el CEEPL. En el caso de materia no degenerada y donde las correcciones coulombianas son despreciables para determinar el estado de ionización parcial de la materia, se ha hecho uso de una ecuación de estado correspondiente a un gas ideal en la cual el grado de ionización parcial de la materia se obtiene resolviendo la ecuación de Saha para un gas compuesto de hidrógeno y helio. Las correcciones debidas a la presencia de metales es en este caso despreciable ya que cuando hay ionización parcial en situaciones reales, los elementos pesados son solamente trazas e influyen de modo despreciable a la EOS. La EOS para materia degenerada incluye tanto los casos de degeneración débil $|\alpha| \ll 1$ como fuerte $|\alpha| \gg 1$ como fuerte. Aquí $-\alpha$ es el potencial químico de los electrones en unidades de $k_B T$ (k_B es la constante de Boltzmann). Es bien sabido que la EOS para materia degenerada está planteada en término de integrales conocidas como integrales de Fermi (Chandrasekhar, 1939; Clayton, 1968). Estas integrales no tienen solución analítica por lo que en el CEELP se recurre a desarrollos en serie apropiados para los diferentes regímenes de degeneración (el detalle de los desarrollos puede encontrarse en Clayton 1968). La EOS para materia degenerada incorpora también contribuciones iónicas e interacciones Coulombianas. En todos los casos se incorporan los efectos en las cantidades termodinámicas debidos a la presencia de una gas de radiación. En el caso en que la ionización parcial ocurre bajo condiciones en que las interacciones Coulombianas son relevantes se usa una versión actualizada de la EOS de Magni & Mazzitelli (1979).

La tasa de emisión de neutrinos incluye los procesos de pares de neutrinos, foto-neutrinos, plasma y Bremsstrahlung siguiendo los lineamientos de Itoh et al. (1996).

Las opacidades radiativas son la versión más reciente de las opacidades OPAL (Iglesias & Rogers, 1996) e incluyen tablas correspondientes a diferentes metalicidades, para permitir la evaluación de la opacidad en el caso de cualquier valor de la metalicidad. Como se verá más adelante, esto es de fundamental importancia en el estudio de las enanas blancas ya que la difusión microscópica produce en esos objetos gradientes de metalicidad en el interior estelar y las opacidades deben tener en cuenta esta variación dada su fuerte dependencia con la abundancia de metales. En el caso de bajas temperaturas las opacidades radiativas están complementadas con las opacidades moleculares de Alexander & Ferguson (1994). Las opacidades conductivas en los regímenes de baja y alta densidad están tomadas de Hubbard & Lampe (1969) y Itoh et al. (1983) respectivamente.

Las especies nucleares consideradas son H, D, ^3He , ^4He , ^7Li , ^7Be , ^{12}C , ^{13}C , ^{14}N , ^{15}N , ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O , ^{19}F y ^{20}Ne a menos que se indique lo contrario. La red de reacciones nucleares es la apropiada para seguir la evolución estelar durante las fases de combustión de hidrógeno y helio e incluye 30 reacciones nucleares. Para el primer caso se incluyen las reacciones nucleares de las tres cadenas del proceso protón-protón y el tri-ciclo CNOF. En el caso de la combustión del helio se incluyen las reacciones fundamentales que determinan la tasa de liberación de energía durante estas etapas. Las tasas de las reacciones nucleares están tomadas en su mayoría de la compilación de Caughlan & Fowler (1988), excepto en el caso en que determinaciones más recientes difieren de manera apreciable. En particular es importante mencionar la reacción $^{12}\text{C}(^4\text{He}, \gamma)^{16}\text{O}$, que está tomada de Angulo C. et al. (1999).

Capítulo 3

Enanas blancas de baja masa I. Progenitores con metalicidad solar

En este capítulo se presenta una serie de cálculos evolutivos de enanas blancas con núcleos de helio (HeWD) que cubren el rango de masas esperado para estos objetos. El objetivo principal se centra en estudiar los efectos de la difusión de elementos en la evolución de estos objetos. Para este fin se han hecho dos conjuntos de modelos, uno incluyendo la difusión y otro en el cual sus efectos son despreciados. Esto permite desentrañar con claridad la influencia de la difusión microscópica en la evolución de las HeWDs. Los modelos iniciales son obtenidos a partir de un modelo de $1 M_{\odot}$ de metalicidad solar sometido a pérdida de masa para simular la evolución binaria que da origen a las HeWDs y permite obtener una cantidad fundamental en la evolución de estos objetos, el espesor de la envoltura de hidrógeno, de manera consistente.

Los resultados presentados en este capítulo han sido publicados en los artículos Althaus, Serenelli & Benvenuto (2001a,b,c).

3.1 Introducción

En los últimos años, enanas blancas de baja masa con núcleos de helio (HeWDs) han sido detectadas en numerosos sistemas binarios. La predicción teórica de que las HeWDs serían el resultado de episodios de transferencia de masa en sistemas binarios cercanos (Kippenhahn, Kohl & Weigert, 1967; Kippenhahn, Thomas & Weigert, 1968; Webbink, 1975) ha sido corroborada observacionalmente por primera vez por Marsh (1995) y Marsh, Dhillon & Duck (1995). Desde entonces, estos objetos han sido observados en distintos sistemas binarios conteniendo generalmente otra enana blanca (WD) o una estrella de neutrones (ver p.ej. Lundgren et al., 1996; Moran, Marsh & Bragaglia, 1997; Orosz et al., 1999; Maxted et al., 2000). También es importante destacar que las HeWDs han comenzado a ser detectadas en cúmulos globulares (Landsman et al., 1997; Edmonds et al., 1999; Taylor et al., 2001; Edmonds et al., 2001).

Una configuración importante en la cual pueden encontrarse HeWDs es en sistemas binarios en compañía de púlsares de milisegundo. Estos sistemas binarios permiten obtener valiosa información sobre las teorías tanto de evolución de enanas blancas como de púlsares de milisegundo. Si se supone que los púlsares de milisegundo son púlsares que han sido acelerados por la acreción de materia durante la fase de pérdida de masa que llevó a la formación de la WD, entonces la edad de enfriamiento de la WD y la edad del púlsar obtenida a partir de su spin-down deben ser coincidentes. Por lo tanto, en estos casos pueden obtenerse dos estima-

ciones independientes de la edad del sistema y de esta manera puede revisarse la validez de las teorías. Dentro de este tipos de sistemas, quizás el mejor estudiado es el PSR J1012+5307. Los parámetros atmosféricos de la enana blanca de este sistema han sido determinados por van Kerkwijk, Bergeron & Kulkarni S. R. (1996) y Callanan, Garnavich, Koester (1998). La edad de spin-down del púlsar es aproximadamente 7 Gyr (Lorimer et al., 1995) y puede ser comparada con las predicciones teóricas del enfriamiento de su WD compañera.

Respecto a los modelos teóricos de enfriamiento de HeWDs, Sarna, Ergma & Antipova (2000) han presentado cálculos muy detallados de la evolución binaria que lleva a la formación de HeWDs, en particular con masas finales menores a $0.25 M_{\odot}$. En estos cálculos ellos encuentran que luego de la etapa de transferencia de masa, y cuando el progenitor de HeWD se contrae dentro de su lóbulo de Roche, los núcleos de helio están cubiertos por una envoltura de hidrógeno masiva de $0.01 - 0.06 M_{\odot}$ y una abundancia superficial de hidrógeno $X_{\text{H}} = 0.35 - 0.50$. Estas envolturas masivas también han sido encontradas por Driebe et al. (1998), quienes han seguido la evolución de una estrella de $1 M_{\odot}$ desde la secuencia principal de edad cero (ZAMS) hasta la rama de las gigantes rojas (RGB). En diferentes posiciones a lo largo de la RGB los modelos son sometidos a tasas de pérdida de masa apropiadas para simular la evolución binaria hasta que la estrella evoluciona contrayéndose y alejándose de la RGB, dando lugar a HeWDs. Driebe et al. (1998) han seguido la evolución de sus modelos a lo largo de la curva de enfriamiento hasta luminosidades estelares muy bajas y han derivado relaciones masa-radio para analizar los recientes datos observacionales. Estos cálculos muestran que la ocurrencia de flashes termonucleares está restringida a un cierto rango de masas de las HeWDs entre $0.2 - 0.3 M_{\odot}$ (ver también Webbink, 1975; Alberts et al., 1996). Estos modelos también predicen que, a consecuencia de las envolturas de hidrógeno masivas, la combustión nuclear del shell de hidrógeno es la fuente de energía dominante de la estrella aún para valores de la temperatura efectiva bien por debajo de 10000K. Esto conduce a edades de enfriamiento altas para las HeWDs, aún cuando sufran flashes termonucleares. En particular, estos modelos evolutivos predicen para la HeWD compañera del PSR J1012+5307 una edad de unos 7 Gyr, en buen acuerdo con la edad de spin-down del púlsar.

Sin embargo, recientes estudios observacionales han arrojado dudas sobre el espesor de las envolturas de hidrógeno en las HeWDs que predicen los cálculos evolutivos mencionados. En un trabajo reciente, van Kerkwijk et al. (2000) han detectado ópticamente la HeWD compañera del púlsar de milisegundo PSR B1855+09 y determinaron que su temperatura efectiva es $4800 \pm 800\text{K}$. Además, la masa de esta HeWD ha sido determinada por medio del retraso de Shapiro de la señal del púlsar y es $0.258_{-0.016}^{+0.028} M_{\odot}$ (Kaspi, Taylor & Ryba, 1994). Según los modelos de Driebe et al. (1998), la edad de enfriamiento para esta HeWD es de $\tau_{WD} \approx 10$ Gyr, sin embargo la edad de spin-down del púlsar es $\tau_{SD} \approx 5$ Gyr. Otros casos interesantes son los de PSR J0034-0534 y PSR J1713+0747, que tienen como compañeras enanas blancas frías (Hansen & Phinney, 1998b) para las cuales las edades inferidas a partir de los modelos de Driebe et al. (1998) están bien por encima de los 10 Gyr. Como ha sido sugerido por van Kerkwijk et al. (2000), estos modelos pueden estar sobreestimando las edades de enfriamiento de las HeWDs.

La masa de la envoltura de hidrógeno resulta ser la cantidad fundamental de la cual depende la edad de enfriamiento de una HeWD. Cuando la envoltura de hidrógeno es delgada la temperatura en su base no es lo suficientemente alta como para que las reacciones nucleares, en particular la fusión del hidrógeno, contribuyan apreciablemente como fuente de energía de la estrella. En este caso la HeWD simplemente se enfría, siendo el calor almacenado por los iones en su interior la única fuente de energía relevante, y dando lugar a un enfriamiento rápido de la HeWD. Por el contrario, si la envoltura de hidrógeno es masiva durante el enfriamiento de

la HeWD, entonces la fusión del hidrógeno en el shell será una fuente de energía importante para la estrella, que tendrá entonces un enfriamiento lento, es decir que se tendrán edades de enfriamiento grandes. La evolución binaria indica que las HeWD se forman con envolturas de hidrógeno masivas. Existen sin embargo varios mecanismos por los cuales estas envolturas pueden ser reducidas. Por ejemplo, si una HeWD sufre un flash termonuclear sus dimensiones pueden alcanzar otra vez las de una gigante roja y eventualmente llenar nuevamente su lóbulo de Roche, dando lugar a una nueva, pero breve, etapa de transferencia de masa. Esta posibilidad ha sido explorada por Iben & Tutukov (1986), quienes siguieron la evolución de un modelo de HeWD de $0.296 M_{\odot}$ remanente de un sistema binario. Estos autores encuentran que su modelo experimenta dos flashes termonucleares y que como consecuencia de éstos el modelo se expande llenando nuevamente su lóbulo de Roche y dando así lugar a una nueva fase de pérdida de masa. Durante esta fase la envoltura de hidrógeno es reducida considerablemente, dando lugar a edades de enfriamiento cortas en etapas avanzadas de la evolución. En este sentido, la existencia de flashes termonucleares en el shell de hidrógeno puede jugar un papel preponderante en la determinación del espesor de la envoltura de hidrógeno y, por lo tanto, en el establecimiento de las edades de enfriamiento reales de las HeWDs. Otra posibilidad respecto a la reducción de la envoltura de hidrógeno ha sido propuesta por Sarna, Ergma & Antipova (2000), quienes argumentan que una pre-HeWD de baja masa puede perder una considerable parte de su envoltura debido a la irradiación del púlsar.

En los cálculos que se presentan en esta tesis, el hincapié está hecho en estudiar el rol que juega la difusión de los elementos en la evolución de las HeWDs. En particular, la ocurrencia de los flashes del shell de hidrógeno está ligada directamente a la difusión y, como se mostrará, esto tiene influencia directa en la reducción de la envoltura de hidrógeno. La difusión química es responsable de que la cola interna del perfil de hidrógeno en la base de la envoltura se difunda hacia adentro, a regiones de temperaturas más elevadas (Iben & MacDonald, 1985; Althaus & Benvenuto, 2000). En el caso de un modelo de HeWD de $0.296 M_{\odot}$, esta característica ha sido señalada como posible disparador de un flash termonuclear (Iben & Tutukov, 1986).

Los procesos de difusión han sido considerados por numerosos investigadores desde el temprano trabajo de Schatzman (1958) sobre el rol de la difusión en la evolución de la composición química superficial de las WDs. Desde entonces, diferentes estudios han mostrado que la sedimentación gravitatoria produce que los elementos más pesados que los constituyentes atmosféricos promedios se hundan debajo de la fotosfera en escalas de tiempo mucho más cortas que las evolutivas, dando así una explicación de la pureza de la mayor parte de las atmósferas de las WDs (Fontaine & Michaud, 1979; Alcock & Illarionov, 1980; Muchmore, 1984; Iben & MacDonald, 1985; Paquette et al., 1986b; Dupuis et al., 1992, entre otros). En el contexto de la evolución de HeWD, Iben & Tutukov (1986) han encontrado que la difusión lleva hidrógeno hacia el interior estelar a través de capas calientes de la estrella, suficientes para encender el hidrógeno de una manera inestable, produciendo un flash termonuclear. Recientemente, Althaus & Benvenuto (2000) han explorado los efectos de la difusión en la relación masa-radio de las HeWDs.

3.2 Ecuaciones de difusión

El código de evolución estelar utilizado en estos cálculos es el CEELP, cuyas características generales y física constitutiva incluida han sido descriptos en el Cap. 2. No volveremos aquí sobre ellos. Sin embargo, es importante destacar la inclusión en el CEELP de la difusión

microscópica, que como se verá más adelante resulta de importancia fundamental en la evolución de las HeWDs.

El tratamiento de las ecuaciones de difusión sigue los lineamientos presentados por Iben & MacDonald (1985), aunque incluye también la difusión térmica, que no es tenida en cuenta por esos autores. La difusión microscópica de las especies nucleares incorporada en el CEELP incluye la sedimentación gravitatoria y las difusiones química y térmica. Bajo la influencia de la gravedad, presiones parciales, gradientes térmicos y campos eléctricos inducidos (los campos magnéticos y la rotación estelar son despreciados) las velocidades de difusión en un gas multi-componente (Burgers, 1969) satisfacen el conjunto de ecuaciones de difusión ($N - 1$ ecuaciones lineales independientes)

$$\frac{dp_i}{dr} - \frac{\rho_i}{\rho} \frac{dp}{dr} - n_i Z_i e E = \sum_{j \neq i}^N K_{ij} (w_j - w_i) + \sum_{j \neq i}^N K_{ij} z_{ij} \frac{m_j r_i - m_i r_j}{m_i + m_j}, \quad (3.1)$$

y las N ecuaciones de flujo del calor

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} n_i k_B \nabla T &= -\frac{5}{2} \sum_{j \neq i}^N K_{ij} z_{ij} \frac{m_j}{m_i + m_j} (w_j - w_i) - \frac{2}{5} K_{ii} z_{ii}' r_i \\ &\quad - \sum_{j \neq i}^N \frac{K_{ij}}{(m_i + m_j)^2} (3m_i^2 + m_j^2 z_{ij}' + 0.8m_i m_j z_{ij}'') r_i \\ &\quad + \sum_{j \neq i}^N \frac{K_{ij} m_i m_j}{(m_i + m_j)^2} (3 + z_{ij}' - 0.8z_{ij}'') r_j. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Aquí, p_i , ρ_i , n_i , Z_i and m_i son, respectivamente, la presión parcial, la densidad de masa, la densidad número, la carga media y la masa para las especies i (N es el número total de especies más el electrón). T , ∇T y k_B son la temperatura, el gradiente de temperatura y la constante de Boltzmann respectivamente. Las variables desconocidas son las velocidades de difusión con respecto al centro de masa, w_i , y los flujos residuales de calor r_i (para iones y electrones). También el campo eléctrico E debe ser determinado. Los coeficientes de resistencia K_{ij} , z_{ij} , z_{ij}' y z_{ij}'' están tomados de Paquette et al. (1986a) y las cargas iónicas promedio están tratadas siguiendo un modelo aproximado de ionización por presión dado por Paquette et al. (1986b).

Para completar el conjunto de ecuaciones, usamos las condiciones de flujo de masa nulo con respecto al centro de masa

$$\sum_i A_i n_i w_i = 0, \quad (3.3)$$

y corriente eléctrica nula

$$\sum_i Z_i n_i w_i = 0. \quad (3.4)$$

En términos del gradiente en la densidad número, podemos transformar la ecuación (3.1) en

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_i} \left[\sum_{j \neq i}^N K_{ij} (w_i - w_j) + \sum_{j \neq i}^N K_{ij} z_{ij} \frac{m_i r_j - m_j r_i}{m_i + m_j} \right] \\ - Z_i e E = \alpha_i - k_B T \frac{d \ln n_i}{dr}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde

$$\alpha_i = -A_i m_H g - k_B T \frac{d \ln T}{dr}, \quad (3.6)$$

y A_i , m_H y g son el número de masa atómica, la masa del átomo de hidrógeno y la gravedad. Las incógnitas w_i , r_i y E pueden escribirse en términos de los gradientes de las densidades de los iones (similarmente para r_i and E)

$$w_i = w_i^{gt} - \sum_{ions(j)} \sigma_{ij} \frac{d \ln n_j}{dr}, \quad (3.7)$$

donde w_i^{gt} es la componente de la velocidad debida a la sedimentación gravitatoria y la difusión térmica. La suma (3.7) debe ser efectuada sólo sobre los iones. Las ecuaciones (3.2-3.5) permiten hallar las componentes w_i^{gt} y σ_{ij} mediante inversiones matriciales, que en el CEELP son resueltas mediante una descomposición LU (Press et al., 1986).

Las ecuaciones de difusión presentadas permiten conocer la evolución de la distribución de elementos químicos en el interior de la estrella resolviendo la ecuación de continuidad. En los presentes cálculos se ha considerado la evolución de los isótopos ^1H , ^3He , ^4He , ^{12}C , ^{14}N y ^{16}O . Para poder calcular la dependencia de la estructura de los modelos de HeWDs con la variación de las abundancias de manera auto-consistente, el conjunto de ecuaciones de difusión ha sido acoplado al CEELP. Durante el cálculo de los modelos, en cada paso evolutivo las ecuaciones de difusión son resueltas y luego de que los cambios en las abundancias por efectos de la difusión son obtenidos, las abundancias resultantes son evolucionadas de acuerdo a los cambios producidos por las reacciones nucleares y la mezcla convectiva (en el caso en que esté presente).

Finalmente, un punto importante a tener en cuenta es que los cambios de composición química inducidos por la difusión producen en la estrella gradientes de metalicidad. La sedimentación gravitatoria, como se mostrará en las secciones siguientes, rápidamente produce el hundimiento de los metales de las capas más externas de la HeWD (y en escalas temporales un poco más largas del helio). El cálculo de la opacidad debe tener en cuenta la variación de la metalicidad, por lo que se han incluido en el cálculo las tablas de opacidades radiativas de OPAL (Iglesias & Rogers, 1996) para diferentes metalicidades, que permiten una interpolación para cualquier metalicidad. En particular, se ha tomado la metalicidad de la materia estelar igual al doble de la suma de las abundancias de los núcleos representativos del ciclo CNO (^{12}C , ^{14}N y ^{16}O).

3.3 Modelos iniciales

Como se mencionó en la sección 3.1, el espesor de la envoltura de hidrógeno resulta de fundamental importancia para determinar las escalas de tiempo en las cuales las HeWDs se enfrían. Por este motivo es necesario obtener modelos iniciales de HeWD lo más realistas posibles. Para este fin, hemos considerado un modelo estelar de $1 M_\odot$ inicial y metalicidad solar, en la ZAMS. La evolución de este modelo se ha seguido detalladamente durante su evolución en la secuencia principal hasta su evolución en la RGB. En diferentes posiciones en la RGB, el modelo se ha sometido a diferentes tasas de pérdida de masa apropiadas para simular la evolución binaria hasta que la envoltura de hidrógeno se vuelve lo suficientemente delgada como para que no pueda mantenerse extendida. En ese momento, la envoltura se contrae y la pérdida de masa se

detiene, dando lugar a una pre-HeWD, que se desplaza rápidamente hacia el azul en el diagrama Hertzsprung-Russell (HRD) mientras se contrae. De esta manera, se han obtenido modelos iniciales de HeWD con masas de 0.406, 0.360, 0.327, 0.292, 0.242, 0.196, 0.169 y 0.161 M_{\odot} , que abarcan el rango de masas esperados para estos objetos (recordemos que la masa máxima que puede tener un núcleo de helio sin que éste comience a fusionarse es $\sim 0.45 M_{\odot}$). En la tabla 3.1 se presentan las principales características de los modelos iniciales de HeWD obtenidos. Además de su masa, se presentan la masa de la envoltura de hidrógeno y la abundancia superficial de hidrógeno en el punto de mayor temperatura efectiva alcanzada (codo) antes de comenzar a enfriarse. Es interesante destacar que las características de las envolturas resultantes muestran un buen acuerdo con los resultados de Driebe et al. (1998), en particular para los modelos más masivos. Para los modelos menos masivos las envolturas resultan un poco más masivas que las de Driebe et al. (1998). Es interesante destacar que Sarna, Ergma & Antipova (2000) obtienen envolturas muy masivas en base a cálculos binarios. Si bien el método empleado en nuestros cálculos es una simplificación de la situación real, donde se espera que ocurra una fase de envoltura común, la evolución subsiguiente de la HeWD no depende de los detalles de cómo la envoltura fue perdida. En particular, la estructura termo-mecánica de los modelos es consistente con las predicciones de cálculos de evolución binaria (ver Driebe et al., 1998).

Table 3.1: Masa estelar, masa de la envoltura y abundancia superficial de hidrógeno X_H en el punto de máxima temperatura efectiva.

M/M_{\odot}	M_{env}/M_{\odot}	X_H
0.406	7.3×10^{-4}	0.701
0.360	1.1×10^{-3}	0.701
0.327	1.4×10^{-3}	0.701
0.292	2.0×10^{-3}	0.701
0.242	3.7×10^{-3}	0.694
0.196	6.7×10^{-3}	0.504
0.169	1.0×10^{-2}	0.423

Estos valores corresponden a las secuencias en que la difusión ha sido despreciada

3.4 Resultados

En esta sección se presentan los resultados de los cálculos evolutivos correspondientes a los dos conjuntos de modelos calculados, es decir, con y sin difusión. En 3.4.1 se discuten ampliamente las diferencias evolutivas causadas por la inclusión de la difusión microscópica en los cálculos evolutivos de las HeWDs. Los flashes termonucleares que la difusión induce en la mayor parte de los modelos de HeWDs afectan notablemente la evolución de estos objetos. Dada la importancia de los flashes termonucleares en la vida de las HeWD, en 3.4.2 se describe en detalle la evolución y estructura de un modelo de HeWD durante esta etapa.

3.4.1 Comparación entre modelos con y sin difusión

Una vez que los modelos pre-HeWD se contraen, alejándose de la RGB, la pérdida de masa fue suprimida de modo que la evolución subsiguiente es a masa constante. La evolución de

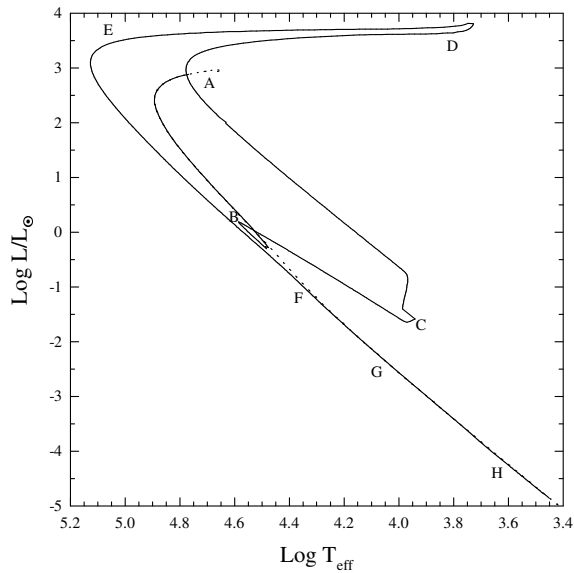


Figura 3.1: Tracks evolutivos en el diagrama HR teórico para el modelo de HeWD de $0.406 M_{\odot}$. La secuencia que incluye la difusión se muestra en línea sólida mientras que el modelo estándar (sin difusión) se muestra en línea punteada. Con letras mayúsculas se indican algunos estados evolutivos particulares cuyas características se presentan en la tabla 3.2. Notar el loop que describe el modelo con difusión como resultado del flash termonuclear del shell de hidrógeno, inducido por la difusión química, que fuerza a la estrella a alcanzar nuevamente dimensiones de gigante roja (punto D). El modelo sin difusión no sufre ningún flash nuclear.

estos modelos fue seguida hasta luminosidades muy bajas ($\log L/L_{\odot} = -5$). Como ya se mencionó, el objetivo principal de esta investigación es determinar la influencia de la difusión en la evolución de las HeWDs, por lo que se han realizado dos conjuntos de cálculos evolutivos, uno de los cuales incluye los efectos de la difusión y otro en el cual éstos son despreciados. En ambos casos, los modelos considerados tienen 0.406 , 0.360 , 0.327 , 0.292 , 0.242 , 0.196 , 0.169 y $0.161 M_{\odot}$ de manera de cubrir el rango de masas esperado para las HeWDs. Esto permitirá determinar claramente los efectos de la difusión en la evolución de estos objetos. Con respecto a los modelos que no incluyen difusión (que denominaremos modelos estándar), y que son tomados en este trabajo sólo como punto de referencia, es importante destacar que los resultados que de ellos se derivan están en excelente acuerdo con los modelos de Driebe et al. (1998), quienes no tienen en cuenta la difusión.

En las figuras 3.1 a 3.4 se muestra la evolución en el HRD de los modelos de HeWD de 0.406 , 0.242 , 0.196 y $0.169 M_{\odot}$ incluyendo (líneas sólidas) y despreciando (líneas punteadas) los efectos de la difusión. Algunas características de los modelos con difusión, correspondientes a estados evolutivos denotados con letras en estas figuras se presentan en la tabla 3.2, donde se listan la masa estelar, la luminosidad superficial, la temperatura efectiva, la edad, la gravedad superficial, la abundancia superficial de hidrógeno y la masa de la envoltura de hidrógeno. La característica más importante ilustrada por estas figuras es que la difusión juega un papel fundamental en la inducción de la ocurrencia de flashes termonucleares que, como veremos, son críticos con respecto a la evolución subsiguiente de estos objetos aún durante su etapa final de enfriamiento. Durante los episodios de flash, la estrella evoluciona rápidamente y en la mayor parte de los casos sufre una expansión que la lleva nuevamente a la región de la

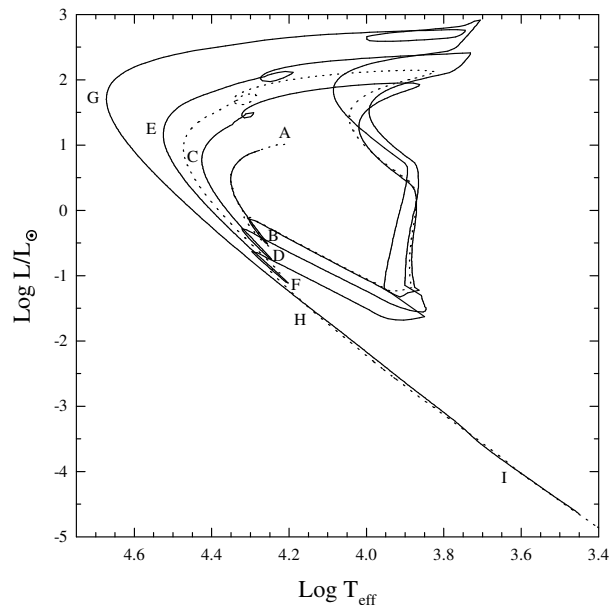


Figura 3.2: Igual que la figura 3.1, pero para el modelo de $0.242 M_{\odot}$. En este caso la secuencia con difusión sufre tres flashes termonucleares, sucesivamente más intensos. Los pequeños loops en el trayecto horizontal se deben a aumentos temporales en la liberación de energía nuclear debido a la compresión de la base de la envoltura de hidrógeno. La secuencia estándar sufre sólo un flash termonuclear, que no resulta suficiente para reducir apreciablemente su envoltura de hidrógeno, lo que resulta en una evolución lenta a lo largo de la curva de enfriamiento.

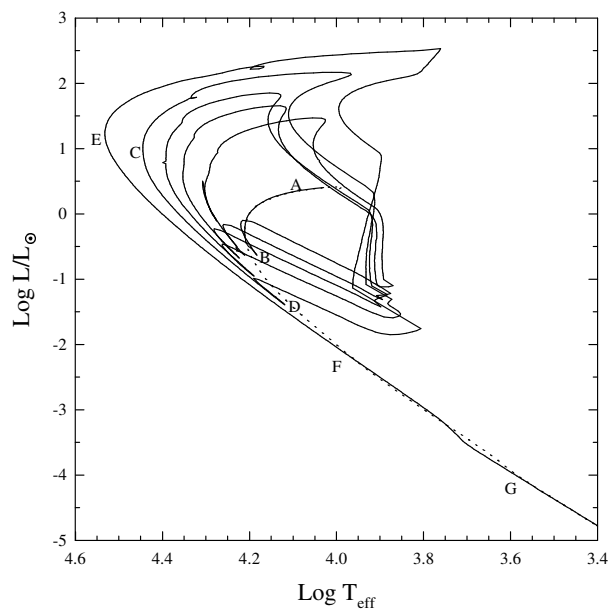


Figura 3.3: Igual que la figura 3.1, pero para el modelo de $0.196 M_{\odot}$. El modelo con difusión sufre en este caso cinco flashes termonucleares, mientras que el modelo estándar no sufre ninguno. La evolución subsiguiente estará caracterizada por escalas de tiempo marcadamente diferentes en un caso y en otro.

Table 3.2: Algunos estados evolutivos seleccionados para los modelos de HeWD de 0.406, 0.242, 0.196 y 0.169 M_{\odot} considerando los efectos de la difusión.

M_*/M_{\odot}	$\log L/L_{\odot}$	$\log T_{\text{eff}}$	Age (10^6 yr)	$Log(g)$	$\log(L_{\text{nuc}}/L_{\odot})$	X_H	$Log(M_H/M_*)$
0.406 (A)	2.9465	4.7001	0.050	4.8559	2.9426	0.7007	-2.764
" (B)	0.4136	4.6003	0.208	6.9897	-0.6597	0.9690	-2.990
" (C)	-1.6085	3.950	13.47880	6.4105	6.2738	0.9999	-3.112
" (D)	3.6399	3.800	13.47882	0.5621	3.4811	0.3217	-3.118
" (E)	3.4490	5.0547	13.48295	5.7717	3.4427	0.3217	-3.454
" (F)	-0.7533	4.400	16.782	7.3555	-2.4647	0.9997	-3.599
" (G)	-2.1305	4.100	351.53	7.5339	-3.7283	0.9999	-3.628
" (H)	-4.0503	3.650	8334.90	7.6527	-7.5068	1.0000	-3.634
<hr/>							
0.242 (A)	1.0199	4.2099	17.00	4.5962	1.0193	0.6936	-1.892
" (B)	-0.5299	4.2538	33.057	6.3219	-0.6130	0.9999	-2.035
" (C)	0.7534	4.4258	40.209	5.7263	0.7457	0.9996	-2.155
" (D)	-0.7527	4.2454	45.827	6.5107	-0.8618	1.0000	-2.168
" (E)	1.0765	4.5238	54.70	5.7951	1.0684	0.9820	-2.347
" (F)	-1.1160	4.2025	71.695	6.7027	-1.2617	0.9997	-2.363
" (G)	1.7033	4.6722	95.974	5.7620	1.6940	0.4798	-2.676
" (H)	-1.3322	4.1809	100.59	6.8326	-1.9306	0.9997	-2.725
" (I)	-3.8149	3.6506	4222.8	7.1942	-5.8365	0.9997	-2.743
<hr/>							
0.196 (A)	0.3393	4.1000	39.53	4.7470	0.3367	0.5042	-1.679
" (B)	-0.6347	4.1828	235.43	6.0509	-0.6521	1.0000	-1.910
" (C)	1.0140	4.4448	315.95	5.4503	1.0088	0.7750	-2.311
" (D)	-1.4105	4.1146	386.99	6.5538	-1.4687	0.9997	-2.376
" (E)	1.2206	4.5322	418.34	5.5932	1.2068	0.2387	-2.645
" (F)	-2.0401	4.0004	495.09	6.7266	-2.4071	0.9997	-2.718
" (G)	-3.9494	3.6011	4520.7	7.0388	-6.9530	0.9403	-2.727
<hr/>							
0.169 (A)	-0.7204	4.0425	480.75	5.5118	-0.72463	0.9996	-1.685
" (B)	-2.0476	3.9250	4629.6	6.3691	-2.05169	1.0000	-1.875
" (C)	-2.3589	3.8750	11211	6.4804	-2.36304	1.0000	-1.956

Las edades se cuentan desde el final de la pérdida de masa (a $T_{\text{eff}} = 5000\text{K}$ para los modelos de 0.406 y 0.242 M_{\odot} , y $T_{\text{eff}} = 10000\text{K}$ para los de 0.196 y 0.169 M_{\odot}).

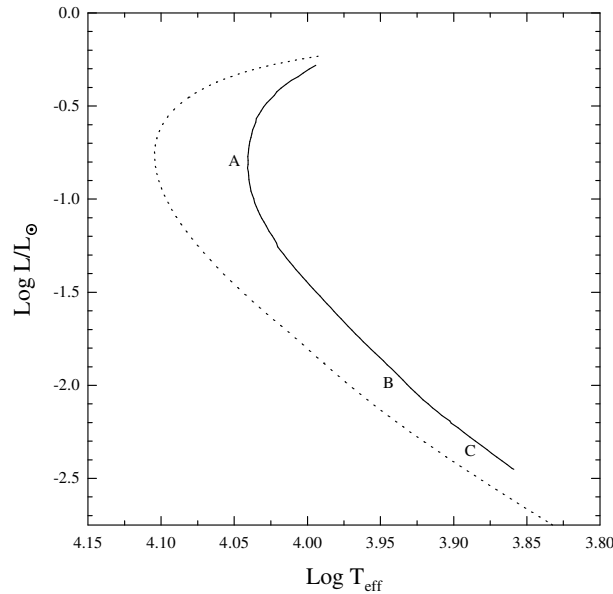


Figura 3.4: Igual que la figura 3.1, pero para el modelo de $0.169 M_{\odot}$. A diferencia de los modelos más masivos, para esta masa, los modelos de HeWD no sufren flashes, aún en presencia de difusión. Esto tiene como consecuencia edades de enfriamiento similares en ambos casos. Sin embargo, en este caso la difusión da como resultado modelos marcadamente menos compactos como resultado del menor peso molecular promedio de las capas externas de la estrella.

RGB en el HRD. Cuando la difusión es considerada, todos nuestros modelos excepto los de 0.169 y $0.161 M_{\odot}$ experimentan flashes termonucleares. Notar en cambio que si la difusión no es tenida en cuenta, sólo el modelo de $0.242 M_{\odot}$ sufre una inestabilidad térmica, de acuerdo con las predicciones de Driebe et al. (1998), quienes encuentran que sólo sus modelos de 0.234 y $0.259 M_{\odot}$ experimentan flashes termonucleares. Los modelos menos masivos, de 0.169 y $0.161 M_{\odot}$ que no sufren flashes resultan mucho menos compactos cuando la difusión es tenida en cuenta, lo que afecta directamente la relación masa-radio de estos modelos.

Los efectos de la difusión en la distribución de elementos dentro de las estrellas se muestran en las figuras 3.5 a 3.7. En estas figuras las abundancias del ^1H , ^3He , ^4He , ^{12}C , ^{14}N y ^{16}O son graficadas en función de la fracción de masa externa q ($q = 1 - M_r/M_*$) para los modelos de 0.406 , 0.242 y $0.169 M_{\odot}$ en diferentes épocas de su evolución. En cada caso, los paneles (a) muestran la estratificación química inicial de los modelos, resultantes de la evolución pre-WD, antes de que la estrella alcance la rama de enfriamiento por primera vez. En el caso del modelo de $0.169 M_{\odot}$ la difusión ya ha modificado la composición en las capas externas. Para los modelos menos masivos, las abundancias iniciales en las capas externas de la estrella difieren de las abundancias interestelares debido a que por efectos de la pérdida de masa han quedado expuestas regiones donde hubo procesamiento de los isótopos del CNO debido a la combustión del hidrógeno. En efecto, prácticamente todo el ^{12}C ha sido convertido a ^{14}N . El efecto que la difusión tiene en la distribución de elementos durante la evolución de los modelos es claramente notable en los modelos analizados en las figuras. Notar que la difusión rápidamente hace que el hidrógeno “flote” hacia la superficie, dando lugar a envolturas de hidrógeno puro. Al mismo tiempo, la cola interna del perfil de hidrógeno se difunde hacia el interior de la estrella por efectos de la difusión química (que actúa en contra del gradiente de composición), llevando

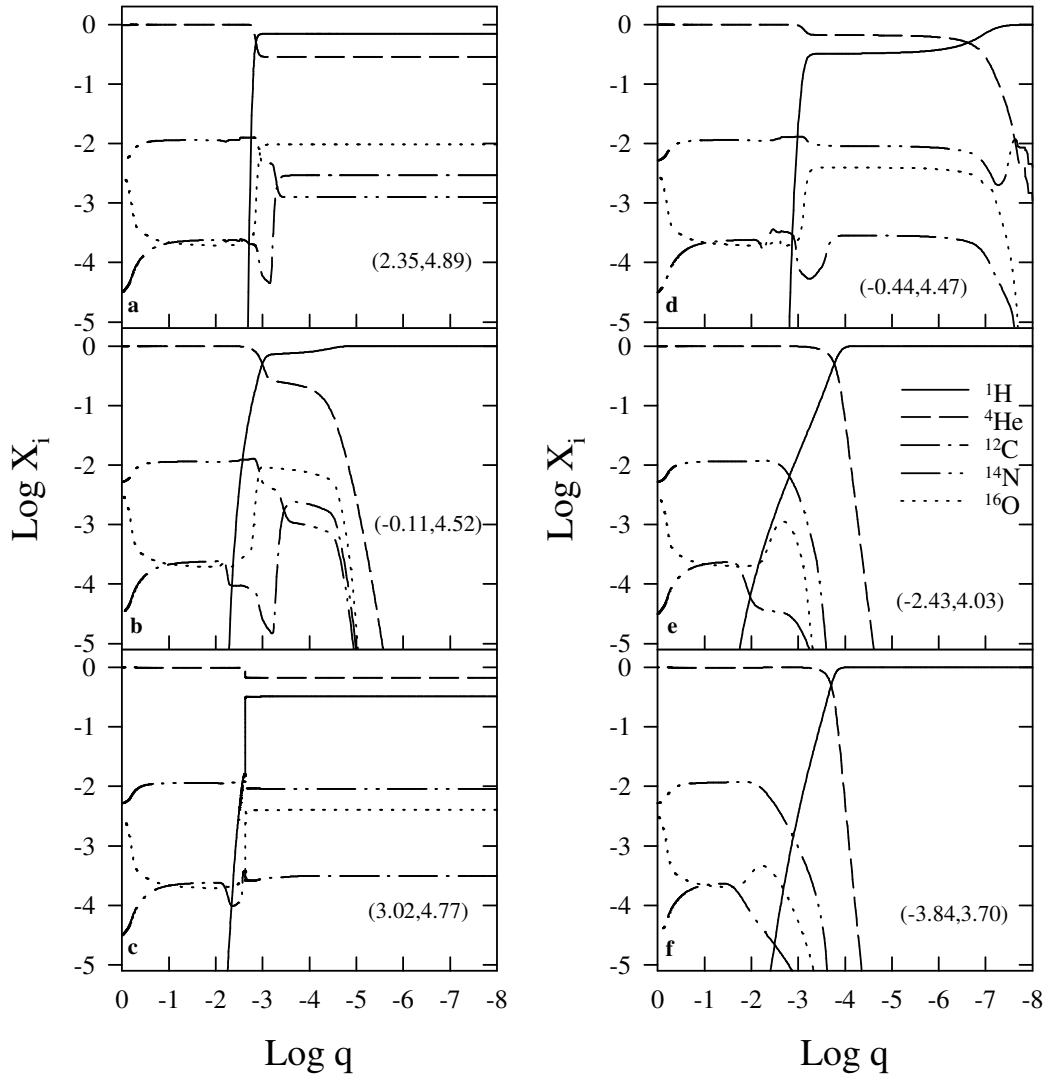


Figura 3.5: Abundancia en fracción de masa de ^1H , ^3He , ^4He , ^{12}C , ^{14}N y ^{16}O contra la fracción de masa externa $q = 1 - M_r/M_*$ para el modelo de $0.406 M_{\odot}$ correspondientes a estados evolutivos caracterizados por valores de $\log L/L_{\odot}$ y $\log T_{\text{eff}}$ dados entre paréntesis. El panel (a) muestra la estratificación química inicial antes de que el modelo entre en la curva de enfriamiento por primera vez. El panel (b) corresponde al momento inmediatamente anterior de la ocurrencia del flash en el shell de hidrógeno y (c) muestra la estratificación inmediatamente antes del episodio de mezcla y antes de que la estrella vuelva a la zona de la RGB. Finalmente, los paneles (d), (e) y (f) ilustran la evolución de los perfiles químicos internos durante la rama de enfriamiento final. La difusión altera notablemente la estratificación química. Por un lado lleva a envolturas de hidrógeno puro en escalas de tiempo cortas debido a la sedimentación gravitatoria, que es favorecida por las altas gravedades de la WD. Por otro lado, la difusión química hace que la cola interna del perfil de hidrógeno penetre hacia zonas más internas de la estrella, y por lo tanto más calientes (paneles b y c). A valores altos de T_{eff} , este efecto es el responsable de la ocurrencia del episodio de flash en el shell de hidrógeno.

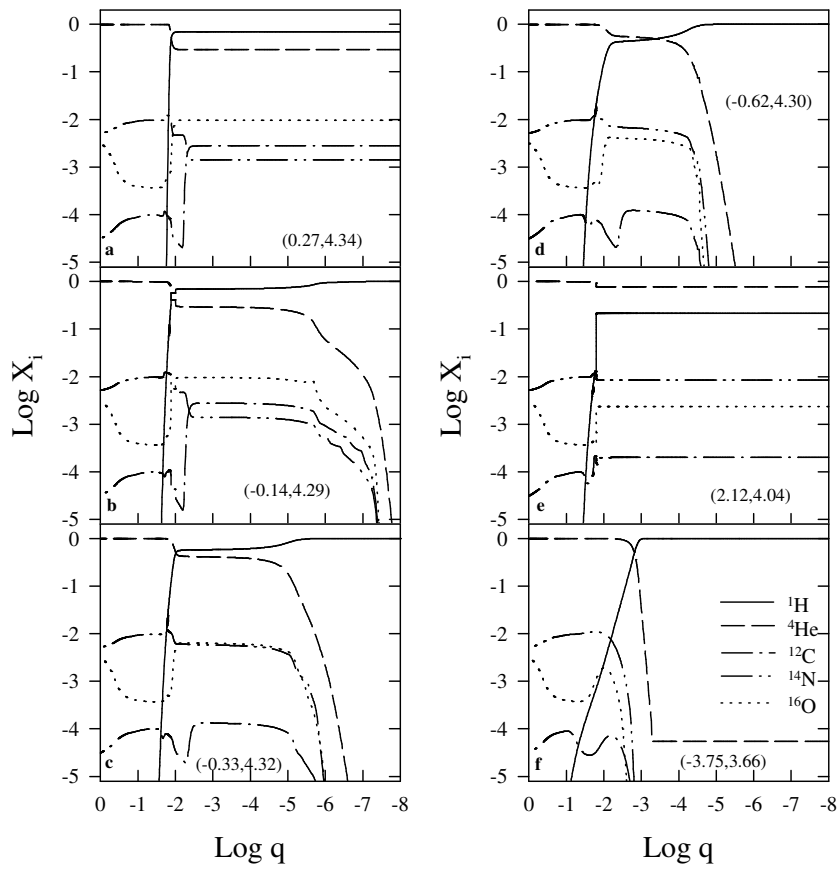


Figura 3.6: Igual que figura 3.5 pero para el modelo de $0.242 M_{\odot}$. Aquí los paneles (b), (c) y (d) corresponden a las fases evolutivas justo antes de la ocurrencia de cada episodio de flash (este modelo sufre tres de estos episodios). El panel (e) muestra la estratificación química después del episodio de mezcla inducido por el flash, antes de que la estrella vuelva a la RGB por última vez. Finalmente, el panel (f) corresponde a un estado evolutivo avanzado donde hay un poco de helio presente en las capas externas como resultado de la mezcla convectiva. Ver texto para más detalles.

hidrógeno a capas más calientes. Eventualmente, el aumento en la liberación de energía nuclear produce una inestabilidad térmica (favorecida por la geometría del shell, ver Kippenhahn & Weigert 1990) que dispara el flash termonuclear. Durante los episodios de flash, las regiones de la estrella ubicadas inmediatamente por encima de la región donde la liberación de energía nuclear es máxima se vuelven inestables frente a la convección. Esta zona convectiva se extiende paulatinamente hacia la superficie y cuando la alcanza las abundancias superficiales resultan drásticamente modificadas (paneles c y e de las figuras 3.5 y 3.6 respectivamente). Después de un flash, el modelo evoluciona rápidamente hacia la RGB y finalmente a la rama de enfriamiento nuevamente, en la cual las escalas evolutivas nuevamente se alargan de manera que la difusión comienza nuevamente a tener efectos considerables sobre las abundancias químicas. Esto contrasta con el caso en que la difusión no es considerada, ya que en ese caso las abundancias superficiales de la estrella están determinadas por la evolución pre-WD y por la estratificación resultante del último episodio de mezcla convectiva, pero quedan congeladas durante la evolución sucesiva en la rama de enfriamiento. Otra característica importante es la que puede observarse en el panel (f) de la figura 3.6 que muestra que a bajas T_{eff} una fracción de helio es llevado hacia la superficie por efectos de la convección.

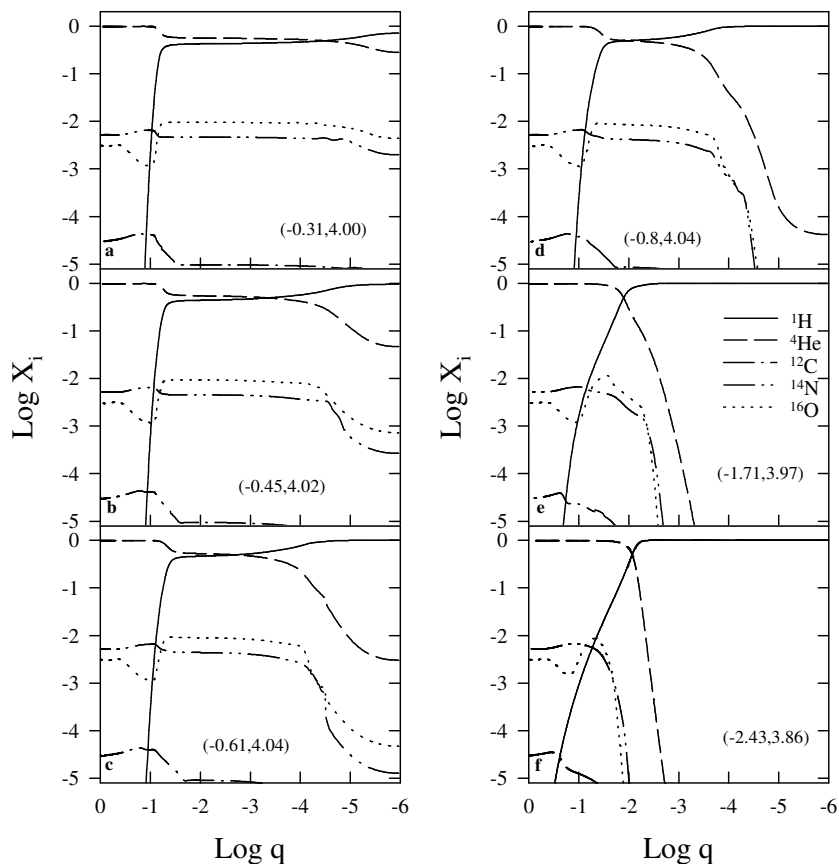


Figura 3.7: Igual que figura 3.5 pero para el modelo de $0.169 M_{\odot}$. El panel (a) muestra la estratificación química antes de que el modelo entre en la rama de enfriamiento, mientras que los otros paneles muestran la evolución de los perfiles de abundancias a lo largo de la curva de enfriamiento. La difusión es muy eficiente para modificar la composición de las capas externas de la estrella, aún para temperaturas efectivas elevadas, debido a las escalas de tiempo evolutivas largas de esta fase evolutiva.

Si la envoltura de hidrógeno es lo suficientemente delgada como para que la zona convectiva externa que se desarrolla a bajas T_{eff} alcance las capas subyacentes ricas en helio, entonces existirá una etapa evolutiva durante la cual la envoltura de la HeWD esté caracterizada por una mezcla de hidrógeno y helio. Este efecto, presente solamente en las HeWDs con masas que sufren flashes termonucleares pero con masas menores a $0.25 M_{\odot}$, dura alrededor de 2 Gyr.

Cuando existe una envoltura convectiva, con composición homogénea, la difusión “opera” en la base de esta envoltura, donde las escalas de tiempo características de la difusión son mucho más largas. Esto puede tener consecuencias importantes respecto de la composición química de las envolturas de las HeWDs a bajas T_{eff} . Si una HeWD con una envoltura convectiva acreta materia (ésta puede ser interestelar, de una compañera que pierde masa, etc.) con metales, estos metales permanecerán presentes en la envoltura durante una escala de tiempo apreciable. Los tiempos característicos para la presencia de metales en las capas externas de estas estrellas serán del orden de hasta unos 2 Gyr. Este efecto puede verse claramente en la figura 3.8, donde se muestra la evolución de la abundancia del hidrógeno (X_H) a una profundidad de $10^{-9} M_*$ por debajo de la superficie estelar en función de la edad para el modelo de $0.196 M_{\odot}$. Durante

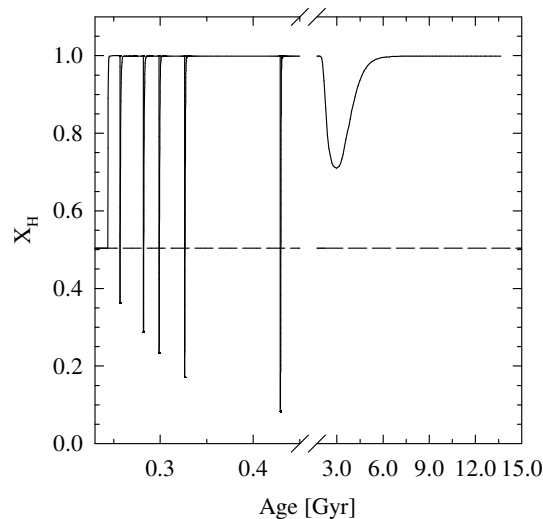


Figura 3.8: Abundancia de hidrógeno por masa (a una profundidad de $10^{-9}M_*$ por debajo de la superficie estelar) en función de la edad para la secuencia de HeWD de $0.196 M_\odot$. La línea sólida corresponde al caso con difusión y la línea de rayas al caso en que ésta es despreciada. Durante cada episodio de flash la abundancia de hidrógeno es reducida como resultado de la mezcla convectiva, pero la pureza de las capas externas es rápidamente restablecida por la difusión. Notar que a etapas avanzadas de la evolución y durante unos 2 Gyr, los modelos presentan capas superficiales compuestas por hidrógeno y helio. En efecto, la envoltura de hidrógeno resultante de los episodios de flash resulta suficientemente delgada como para que la zona convectiva que la HeWD desarrolla a bajas T_{eff} alcance zonas internas ricas en helio.

cada episodio de flash, la zona convectiva externa se hunde bien dentro de la estrella, alcanzando regiones ricas en helio, arrastrando a éste hacia la superficie y produciendo envolturas compuestas por mezcla de hidrógeno y helio. En el último flash de este modelo, p.ej., la abundancia superficial de hidrógeno cae desde $X_H = 1$ a $X_H = 0.083$. El tiempo necesario para que la envoltura vuelva a ser de hidrógeno puro es en estas etapas evolutivas extremadamente corto, dada la escala de tiempo corta en que opera la difusión en las zonas externas de la estrella cuando ésta vuelve a la rama de enfriamiento. Sin embargo, en etapas evolutivas avanzadas, durante unos 2 Gyr, y como resultado del mecanismo explicado anteriormente, los modelos están caracterizados por una abundancia $X_H \approx 0.75$ en su envoltura. A medida que la evolución prosigue, la convección alcanza regiones degeneradas y comienza a retroceder hacia la superficie. La degeneración comienza a ser notoria cada vez más cerca de la superficie a medida que la estrella se enfría. El espesor máximo de la zona convectiva es $M_{\text{conv}}/M_* = 10^{-2.76}$. Si la difusión es despreciada, por el contrario, la abundancia superficial de hidrógeno permanece constante e igual a $X_H = 0.504$.

La influencia de la difusión en las gravedades superficiales pueden verse en las figuras 3.9 a 3.12. Como ya se mencionó, la sedimentación gravitatoria hace que el hidrógeno flote y los demás elementos químicos se hundan, haciendo que la estrella aumente su radio por la disminución del peso molecular de su envoltura. Además de la masa total de la estrella y la composición química de su envoltura, es importante notar que el radio estelar dependerá de cuál es el espesor de la envoltura, es decir, de cuánto hidrógeno queda remanente cuando

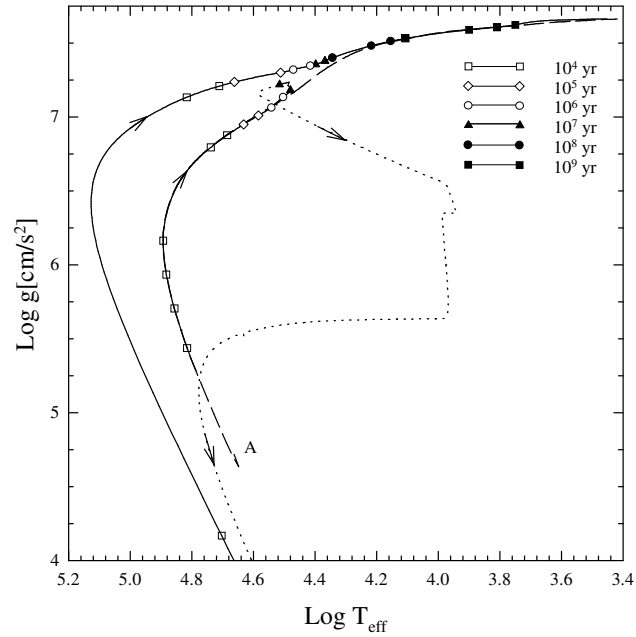


Figura 3.9: Gravedad superficial contra T_{eff} para la secuencia de $0.406 M_{\odot}$. La línea sólida corresponde a la secuencia con difusión y la rayada a la secuencia sin difusión. Ambas secuencias comienzan en el punto denotado por “A”. La evolución durante el flash se muestra en línea punteada. Símbolos adyacentes a lo largo de la curva denotan tiempos evolutivos entre los puntos indicados. El efecto del flash inducido por la difusión es claro a altos valores de T_{eff} . Sin embargo, excepto por estas rápidas etapas evolutivas, las gravedades superficiales no son modificadas apreciablemente por la inclusión de los efectos de la difusión.

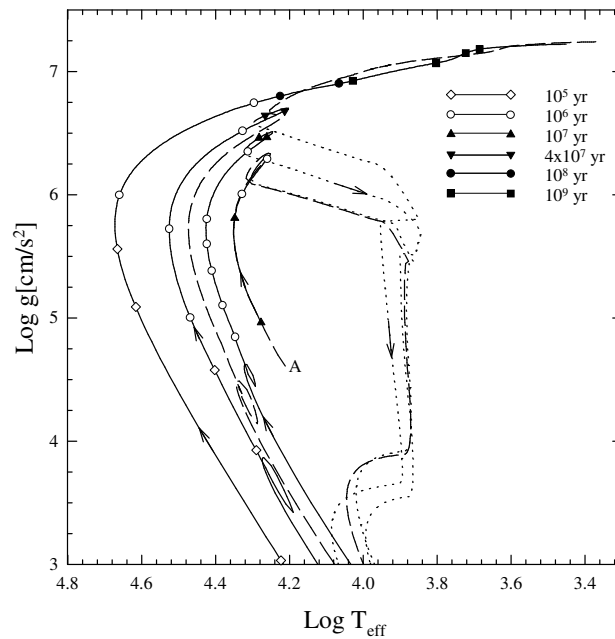


Figura 3.10: Igual a figura 3.9 pero para la secuencia de $0.242 M_{\odot}$.

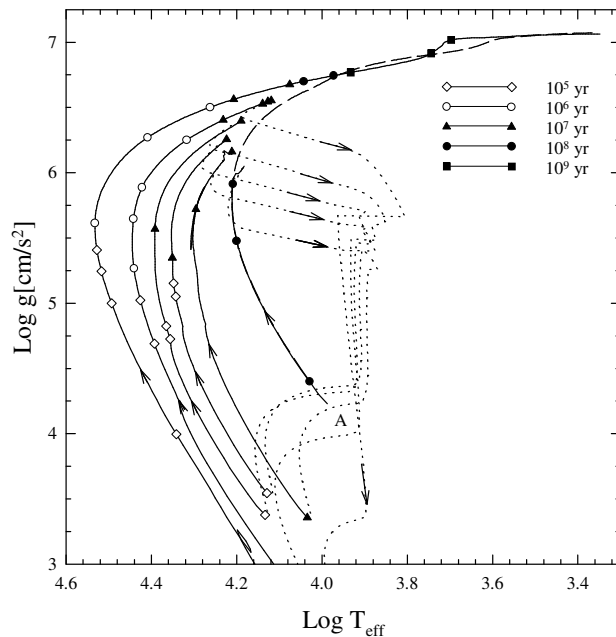


Figura 3.11: Igual a figura 3.9 pero para la secuencia de $0.196 M_{\odot}$.

la estrella entra en la rama de enfriamiento. En vista de estas consideraciones, es razonable esperar entonces que la relación masa-radio se vea afectada por la inclusión de la difusión. Sin embargo, una inspección cuidadosa a las figuras 3.9 a 3.11 muestra que hasta que comienzan los flashes termonucleares, la gravedad de los modelos con y sin difusión son prácticamente iguales para una masa estelar dada. La evolución subsiguiente difiere marcadamente entre los modelos con y sin difusión y esto se aprecia claramente en las figuras, donde las etapas correspondientes a los loops inducidos por los flashes termonucleares se muestran en líneas punteadas.

Una vez que estas etapas han finalizado puede verse que los modelos con y sin difusión convergen a un mismo valor de gravedad superficial para un valor de T_{eff} dado. Este resultado es la consecuencia de dos efectos producidos por la difusión que se compensan uno con otro. Por un lado, como se dijo, la difusión produce envolturas con menor peso molecular promedio y por lo tanto más extendidas. Por el otro, durante los flashes inducidos por la difusión, la envoltura de hidrógeno es consumida en gran parte, por lo que cuando la estrella entra en su rama de enfriamiento final, la cantidad de hidrógeno remanente es mucho menor que en el caso sin difusión. Estos dos efectos se compensan mutuamente y dan como resultado una relación masa-radio similar para los modelos con y sin difusión. En el caso de los modelos de baja masa que no sufren flashes, los resultados se muestran conjuntamente en la figura 3.12. La situación es ahora marcadamente diferente entre los modelos que incluyen difusión y los estándar. Luego de la evolución pre-WD, la difusión opera de manera eficiente, en escalas de tiempo más cortas que las que caracterizan la evolución de estos modelos. De esta manera, la estrella sufre una expansión de sus capas externas pronunciada y la temperatura en la base de la envoltura de hidrógeno se reduce, disminuyendo la tasa de liberación de energía nuclear. El resultado es que menos hidrógeno es consumido en relación a los modelos sin difusión, contrariamente al caso de los modelos más masivos. De esta manera, cuando la estrella entra en la rama de enfriamiento tiene una envoltura de hidrógeno puro y además más masiva que los

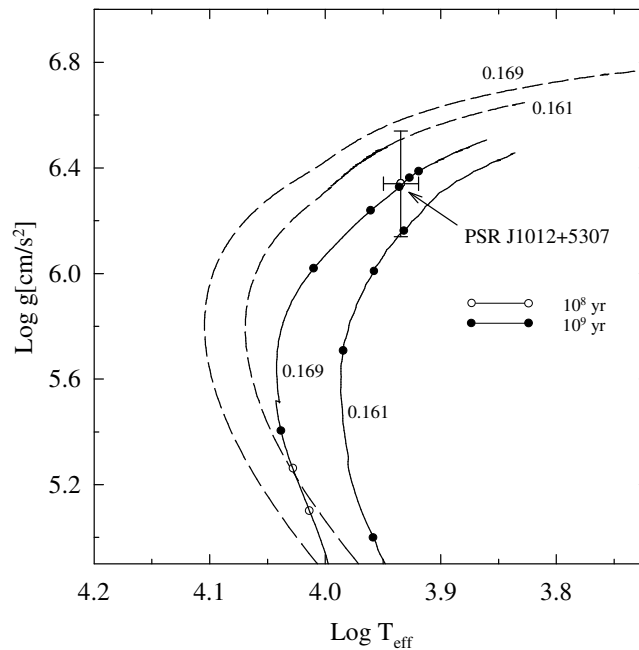


Figura 3.12: Igual a figura 3.9 pero para la secuencia de $0.169 M_{\odot}$. En este caso los modelos no experimentan ningún flash termonuclear aún cuando se incluye la difusión. La ubicación de la compañera del púlsar PSR J1012+5307 (Callanan, Garnavich, Koester, 1998) también está indicada. Los modelos en que la difusión está considerada están caracterizadas por gravedades superficiales considerablemente más bajas que en los modelos sin difusión.

modelos sin difusión de igual masa. La consecuencia es clara en la figura 3.12, donde se puede apreciar que la gravedad superficial de los modelos con difusión es marcadamente más baja (hasta en un 80%) que cuando ésta es despreciada. En esta misma figura se incluyen los datos observacionales de la HeWD compañera del PSR J1012+5307 de acuerdo a la determinación de Callanan, Garnavich, Koester (1998). Es claro de esta figura que las variaciones en la relación masa-radio que induce la difusión deben ser tenidos en cuenta al interpretar las observaciones. La masa derivada a partir de nuestros modelos para la compañera de PSR J1012+5307 es de $0.17 \pm 0.01 M_{\odot}$, mientras que los modelos sin difusión predicen un valor de $0.15 \pm 0.01 M_{\odot}$ (Driebe et al. 1998 y nuestros resultados sin difusión). En las figuras 3.9 a 3.12 también se presentan los tiempos evolutivos de los modelos con difusión. Desde el punto de vista de la interpretación de las observaciones esto resulta importante ya que la velocidad de la evolución determina la probabilidad de hallar a una HeWD en una etapa evolutiva determinada. Las etapas caracterizadas por una gravedad superficial baja son etapas de evolución rápida, ya que corresponden a las fases de contracción de la HeWD después de la ocurrencia de un flash y es por lo tanto muy poco probable hallar HeWDs caracterizadas por estas gravedades. Sobre este punto, directamente relacionado con la función de luminosidad, volveremos en el capítulo 4. Consideremos ahora las escalas de tiempo evolutivas características de las HeWDs. Como se ha mencionado anteriormente, la rapidez de la evolución de las HeWDs en la rama de enfriamiento estará determinada básicamente por la importancia de la liberación de energía nuclear a través de la fusión del hidrógeno vía la cadena protón-protón. A su vez, esto está determinado por el espesor de la envoltura de hidrógeno de las HeWDs. En la figura 3.13 se muestra la masa de

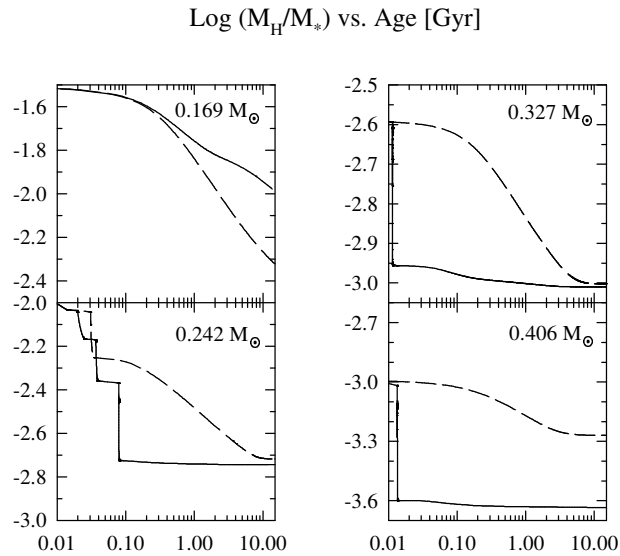


Figura 3.13: Masa de la envoltura de hidrógeno contra edad. Las masas de los modelos se indican en cada panel. Modelos con difusión: línea sólida; modelos sin difusión: línea rayada. El modelo de masa más baja, que no sufre ningún flash termonuclear, resulta con una envoltura de hidrógeno más masiva que el modelo sin difusión. Los modelos que sufren flashes están caracterizados después de los episodios de flash, al entrar en la rama de enfriamiento, por envolturas mucho más delgadas que los modelos sin difusión.

la envoltura de hidrógeno en función de la edad de la estrella para los modelos de 0.406, 0.327, 0.242 y 0.169 M_{\odot} .

La característica más importante es que todos los modelos que sufren flashes termonucleares quedan con envolturas de hidrógeno mucho más delgadas que los modelos respectivos sin difusión después de la etapa de los flashes. En efecto, en los modelos sin difusión, cuando las estrellas entran en la rama de enfriamiento, las envolturas resultan entre 2 y 4 veces más masivas que cuando la difusión es considerada. Esto es así aún para el modelo de 0.242 M_{\odot} , que sufre un flash aún en ausencia de la difusión. La característica general que puede apreciarse es que el hidrógeno es consumido fuertemente durante los flashes, sin embargo, el único flash que sufre el modelo estándar de 0.242 M_{\odot} no es capaz de reducir la envoltura en la misma medida en que es consumida cuando la difusión es tomada en cuenta. Puede verse entonces que los modelos con difusión tienen envolturas muy delgadas durante su evolución en la rama de enfriamiento. Esto tiene consecuencias directas en las escalas de tiempo evolutivas. El modelo de 0.169 M_{\odot} , por el contrario, muestra un comportamiento inverso. La difusión, en este caso, no es capaz de inducir flashes en el shell de hidrógeno y su efecto más importante es producir en expansión de las zonas externas de la estrella, por cambios en el peso molecular promedio, como ya se ha dicho antes. Esta expansión provoca un enfriamiento de las base de la envoltura, donde las reacciones nucleares tienen lugar y como consecuencia la eficiencia con que el hidrógeno es consumido disminuye también. De esta manera, este modelo está caracterizado por envolturas más masivas cuando los efectos de la difusión son tenidos en cuenta. Las escalas evolutivas en la rama de enfriamiento serán similares para esta masa estelar para los modelos con y sin

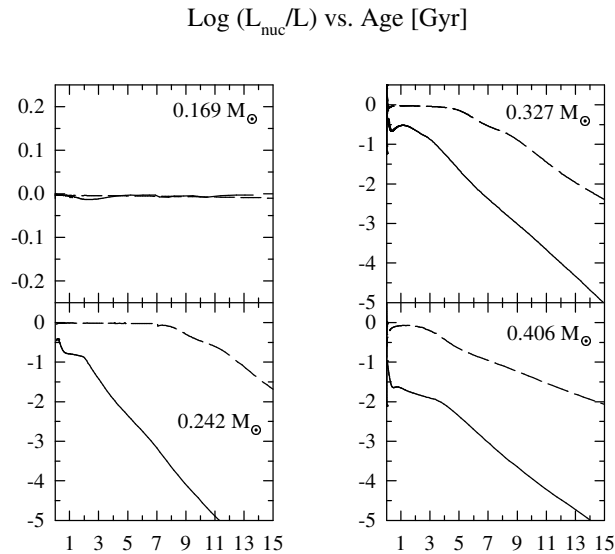


Figura 3.14: Cociente entre las luminosidades nuclear y superficial como función de la edad. Los valores de la masa de los modelos se indican en cada figura. Modelos con difusión: línea sólida; modelos sin difusión: línea rayada. Excepto para la masa estelar más pequeña que no experimenta flashes termonucleares, la liberación de energía nuclear es despreciable para los modelos con difusión a lo largo de la curva de enfriamiento. Sin embargo, para los modelos sin difusión, la combustión del hidrógeno es la fuente de energía dominante aún en estados avanzados de la evolución, con el resultado de que la evolución en estos casos es lenta.

difusión.

La importancia relativa de la energía nuclear como fuente de energía para la estrella se muestra en la figura 3.14. Para los modelos con y sin difusión, y las mismas masas que en la figura 3.13, se ilustra en escala logarítmica el cociente entre la luminosidad producida por liberación de energía nuclear y la luminosidad superficial de la estrella en función de la edad de los modelos. El alcance de los efectos de la difusión en el espesor de las envolturas de hidrógeno resultantes pueden seguirse hasta esta figura. Por claridad las etapas de flashes no han sido incluidas. En el caso menos masivo la energía nuclear aporta prácticamente el total de la energía emitida por la estrella, resultado que es consecuencia de la envoltura de hidrógeno masiva y coincidente con el caso estándar. Por el contrario, los modelos que sufren flashes muestran comportamientos claramente diferenciados. Como resultado de las envolturas delgadas, en los modelos con difusión la energía nuclear apenas contribuye al total de energía empleado por la estrella. Además, después de los 2 Gyr esta contribución, inicialmente pequeña, cae rápidamente siendo durante casi toda la evolución de los modelos completamente despreciable. Si la difusión es despreciada, la energía nuclear contribuye apreciablemente durante una escala de tiempo mucho más larga, dando una evolución mucho más lenta en la rama de enfriamiento (ver también Driebe et al., 1998). Por ejemplo, consideremos el modelo de $0.242 M_{\odot}$. En el caso con difusión, la contribución de la energía nuclear al total radiado por la estrella decae a un 10% a los 3 Gyr y a un 1% a los 4 Gyr. Por el contrario, en el caso sin difusión, aporta prácticamente el 100% de la energía radiada hasta los 7 Gyr de edad, y sólo entonces declina, y

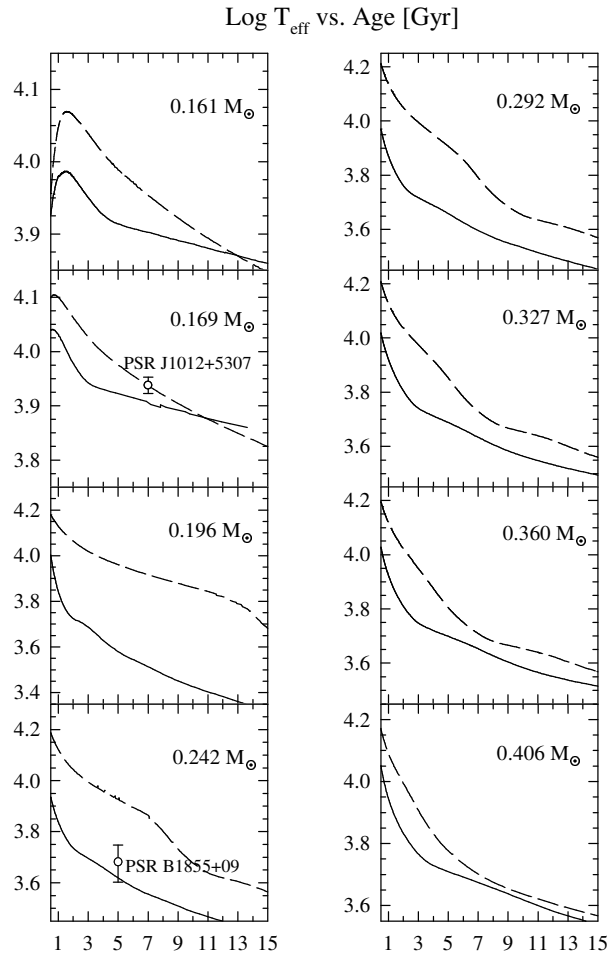


Figura 3.15: T_{eff} contra edad para todos los modelos de HeWD computados. Las líneas sólidas representan los modelos sin difusión y las rayadas los modelos con difusión. Se incluyen los datos observacionales de las HeWDs compañeras de PSR J1012+5307 y PSR B1855+09.

de manera paulatina, alcanzando un 10% a los 11 Gyr y no llegando al 1% ni aún en 15 Gyr. Las implicancias de los resultados presentados pueden apreciarse analizando la rapidez con que las HeWDs se enfrían, lo que puede verse en la figura 3.15, donde se muestra la T_{eff} en función de la edad de los modelos. En estos gráficos se incluyen los datos observacionales para las HeWDs compañeras de PSR J1027+5307 y PSR B1855+09 (Callanan, Garnavich, Koester, 1998 y van Kerkwijk et al., 2000 respectivamente), asumiendo que la edad de estas HeWD es igual a la edad de spin-down del púlsar. Es importante destacar que nuestros modelos sin difusión están en buen acuerdo con los de Driebe et al. (1998) en base a las mismas suposiciones. En este caso, la evolución está dominada por la combustión residual del hidrógeno, dando lugar a edades de enfriamiento grandes. En particular, estos modelos predicen una edad para la HeWD en PSR J1012+5307 en buen acuerdo con la edad de spin-down del púlsar (≈ 7 Gyr). Sin embargo, para la compañera de PSR B1855+09 estos modelos predicen una edad de 10 Gyr, mientras que la edad del púlsar es de 5 Gyr.

Consideremos ahora las edades de enfriamiento de los modelos con difusión. Vimos que cuando los modelos sufren flashes termonucleares (masas mayores a $\approx 0.18 M_{\odot}$) la masa de

hidrógeno de la envoltura que queda cuando éstos entran en la rama de enfriamiento es muy pequeña y por lo tanto la liberación de energía nuclear es despreciable. En este caso, la HeWD debe obtener la energía de su contenido térmico, con el resultado de que las edades de enfriamiento son marcadamente más reducidas que en el caso sin difusión. Por ejemplo, para la compañera de PSR B1855+09, los modelos con difusión predicen una edad de 4 ± 2 Gyr, en buen acuerdo con la edad del púlsar. Para masas menores que $0.18 M_{\odot}$, la combustión del hidrógeno es la fuente de energía dominante y las edades son similares a las obtenidas sin difusión. De este modo, los modelos con difusión predicen naturalmente un buen acuerdo entre las edades de las HeWDs y las edades de spin-down de los púlsares binarios mencionados. Otros autores han introducido episodios de pérdida de masa ad-hoc (Schönberner, Driebe & Blöcker, 2000) para obtener masas de envolturas de hidrógeno reducidas que permitan un enfriamiento rápido de los modelos de HeWDs. Sin embargo consideremos el caso de PSR J1713+0747, cuya compañera WD tiene una masa estimada de $\approx 0.33 M_{\odot}$ en base a la relación de Tauris & Savonije (1999). En este caso los modelos de Schönberner, Driebe & Blöcker (2000) no predicen la ocurrencia de flashes termonucleares por lo que una vez formada la HeWD no puede ocurrir un episodio de pérdida de masa adicional, de manera que la envoltura de hidrógeno no puede reducirse de esta manera. Nuestros modelos, sin embargo, predicen naturalmente la ocurrencia de un flash termonuclear para una HeWD con esta masa, por lo que su envoltura de hidrógeno puede ser reducida bien por combustión nuclear como también por pérdida de masa adicional (durante la excursión de la estrella a la RGB como resultado de la expansión producida por el flash nuclear). De esta manera, la difusión de elementos se revela como clave para la correcta interpretación de las edades de enfriamiento de las HeWDs.

3.4.2 Evolución durante un flash termonuclear

En base a los resultados de la sección anterior, resulta claro que los flashes termonucleares tienen una influencia decisiva en la evolución de las HeWDs. En este sentido, resulta útil presentar una descripción pormenorizada de la evolución de las HeWDs durante estas etapas.

Para ejemplificar la evolución de las HeWDs durante los flashes termonucleares inducidos por la difusión seleccionamos, del modelo de $0.242 M_{\odot}$, la fase evolutiva que va desde un poco antes de la ocurrencia del segundo flash termonuclear hasta un poco después del mismo, cerca del comienzo del tercer flash. En la figura 3.16 mostramos esta parte del track evolutivo en el HRD. A lo largo del track se especifican los tiempos transcurridos hasta y desde el máximo de liberación de energía nuclear (L_{nuc}). Se indican también los números de algunos modelos que serán empleados posteriormente para mostrar la evolución del perfil de abundancias de hidrógeno. Una vez que el flash comienza, la evolución en el HRD es muy rápida. El modelo 9200 corresponde a 10^3 años antes del máximo de L_{nuc} . Desde este punto la evolución se acelera y la mayor parte del trayecto hacia luminosidades altas es realizado en sólo unos cientos de años. Después de alcanzar dimensiones de gigante, la estrella evoluciona hacia el azul, contrayéndose, hasta $\log T_{\text{eff}} \approx 4.2$, donde el track muestra un pequeño loop, producto de un máximo local en la liberación de energía nuclear causado por el aumento de temperatura en la base de la envoltura de hidrógeno, resultado de la rápida contracción de las capas externas de la estrella. A partir del modelo 22000 aproximadamente, la evolución de la estrella se enlentece de manera que la difusión modifica apreciablemente los perfiles de abundancias en las capas externas de la estrella. Alrededor de 3 Myr después del máximo de L_{nuc} , la cola del perfil de hidrógeno se difunde hacia el interior de la estrella (por efectos de la difusión química) dando lugar de esta manera a la ocurrencia del tercer flash termonuclear que sufre este modelo.

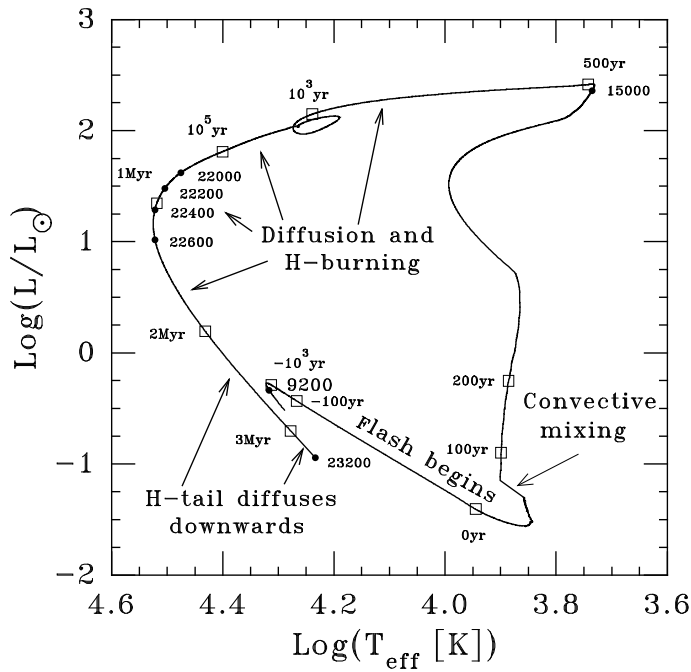


Figura 3.16: Track evolutivo del modelo de $0.242 M_{\odot}$ con difusión durante el segundo flash termonuclear. Los tiempos indicados por cuadrados a lo largo del track corresponden a tiempos antes y después del máximo de liberación de energía nuclear L_{nuc} (que define el punto de edad cero en esta figura). Algunos modelos particulares están marcados con círculos y el número de modelo correspondiente a la secuencia calculada.

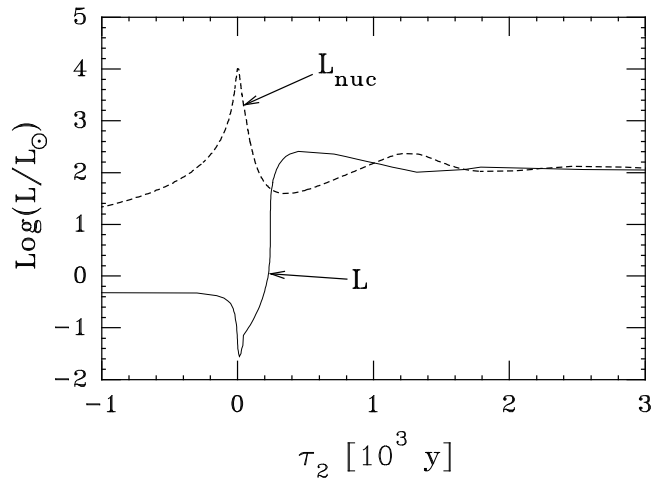


Figura 3.17: Luminosidades nuclear y superficial en función de tiempo para el modelo de $0.242 M_{\odot}$ con difusión. La etapa evolutiva mostrada corresponde a un intervalo de tiempo corto durante el segundo flash termonuclear. El punto cero de la edad está fijado en el momento de máxima L_{nuc} .

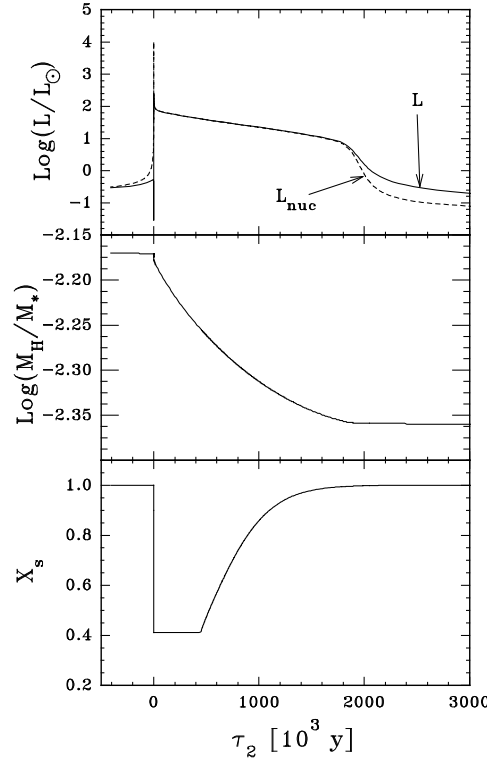


Figura 3.18: Características relevantes del modelo de $0.242 M_{\odot}$ con difusión durante el segundo flash termonuclear. Panel superior: evolución de las luminosidades nuclear y superficial. El pico es debido a la ocurrencia del flash termonuclear. Panel medio: evolución de la masa de la envoltura de hidrógeno. Panel inferior: abundancia por fracción de masa de hidrógeno a $q = 10^{-9}$. Poco después del flash, el modelo desarrolla una zona convectiva externa que produce la mezcla del hidrógeno y el helio, que reduce marcadamente la abundancia superficial de hidrógeno. Sin embargo, la sedimentación gravitatoria produce rápidamente una envoltura pura de hidrógeno nuevamente.

En la figura 3.17 se muestran la luminosidad nuclear y superficial durante la primera etapa del segundo flash termonuclear. Aquí, τ_2 es la edad del modelo medida desde el momento en que L_{nuc} alcanza su máximo. Puede verse en esta figura que el máximo en la luminosidad superficial se alcanza unos 500 años después que el máximo de L_{nuc} . Para más detalles del comportamiento de este objeto durante estas fases, pueden verse en la figura 3.18 la evolución de la luminosidad superficial, nuclear, la masa de la envoltura de hidrógeno y la abundancia de hidrógeno por fracción de masa como función de τ_2 .

Consideremos la evolución del perfil de abundancia del hidrógeno durante este flash termonuclear. Los efectos de la difusión son notables en dos sentidos. Por un lado, en la superficie, la sedimentación gravitatoria tiende a aumentar la abundancia de hidrógeno haciendo que los elementos más pesados se hundan. En la base de la envoltura de hidrógeno, por el contrario, existe un gradiente de abundancias grande por lo que la difusión química, que actúa en contra de este gradiente, resulta efectiva.

De esta manera una parte del hidrógeno en estas capas de la estrella se hunde, alcanzando

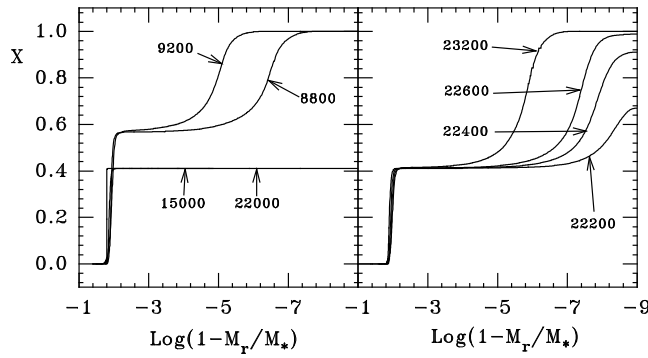


Figura 3.19: Perfiles de hidrógeno para algunos modelos seleccionados indicados por el número de modelo (ver figura 3.16).

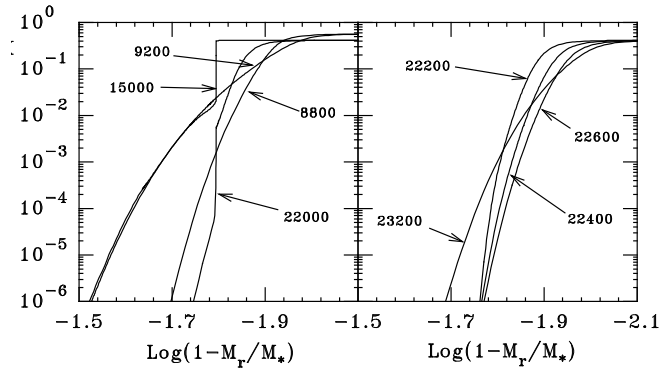


Figura 3.20: Igual que en la figura 3.19 pero para la cola de la distribución de hidrógeno.

regiones de la estrella que están lo suficientemente calientes como para que se las reacciones que queman el hidrógeno se enciendan y, en un momento determinado, produzcan un flash termonuclear. Si bien es cierto que un flash de estas características puede ocurrir aún en ausencia de la difusión (recordar que la secuencia de $0.242 M_{\odot}$ sin difusión sufre un flash termonuclear), una vez ocurrido este flash, en ausencia de difusión no existe un mecanismo capaz de alimentar nuevamente las capas internas de la estrella con combustible fresco. Esta es la diferencia clave entre las secuencias de modelos con y sin difusión.

En la figura 3.19 se muestran los perfiles de hidrógeno para modelos que van desde el comienzo del flash (modelo 8800) hasta momentos antes de que un nuevo flash se produzca (modelo 23200). Del modelo 8800 al 9200 puede verse como el hidrógeno se difunde hacia afuera por efectos de la sedimentación gravitatoria, hasta que por efectos del flash se desarrolla una zona convectiva externa que mezcla el hidrógeno con helio de capas más internas de la estrella (modelos 15000 y 22000). Cuando el modelo retorna al azul y la evolución se enlentece nuevamente (panel derecho), la sedimentación gravitatoria vuelve a ser importante dando lugar a envolturas puras de hidrógeno.

En la figura 3.20 se muestran los detalles del perfil de hidrógeno en la base de la envoltura

para los mismos modelos que en la figura 3.19. Desde el modelo 8800 al 9200 la difusión química lleva parte del hidrógeno hacia partes más internas de la estrella, suficientemente calientes como para que el hidrógeno se encienda de manera inestable, produciendo el flash termonuclear. Después el objeto desarrolla una zona convectiva externa, que mezcla el hidrógeno y el helio, produciendo el perfil tipo “escalón” que puede verse para el modelo 15000. El perfil del modelo 22000 muestra claramente el efecto de la combustión nuclear subsiguiente, ya que la abundancia de hidrógeno se ha reducido notablemente. En el panel derecho puede verse la evolución subsiguiente del perfil de hidrógeno. La secuencia de modelos 22200-22400-22600 muestra cómo el hidrógeno disminuye por efectos de las reacciones nucleares y por último, el modelo 23200 muestra cómo la difusión química nuevamente lleva la cola de la distribución hacia el interior de la estrella, lo que dará lugar a un nuevo episodio de flash.

3.5 Discusión y conclusiones

Motivados por recientes observaciones de enanas blancas de baja masa compañeras de púlsares de milisegundo (van Kerkwijk et al., 2000), que ponen en duda los espesores de las envolturas de hidrógeno predichas por cálculos evolutivos estándar (Driebe et al., 1998; Sarna, Ergma & Antipova, 2000), hemos realizado un conjunto de cálculos evolutivos para investigar los efectos de la difusión en la ocurrencia de flashes termonucleares en el shell de hidrógeno en HeWDs y, más importante aún, para investigar si la envoltura de hidrógeno puede ser reducida o no por la combustión del hidrógeno durante estos episodios de flash. Para este fin hemos explorado la evolución de modelos de HeWD de 0.406, 0.360, 0.327, 0.292, 0.242, 0.196, 0.169 y 0.161 M_{\odot} de manera auto-consistente con los efectos de los procesos de difusión, que incluyen la sedimentación gravitatoria, la difusión química y la térmica. Para poder realizar una comparación consistente que permite dilucidar los efectos de la difusión, los mismos modelos han sido evolucionados pero despreciando estos procesos. En este sentido, nuestros cálculos sin difusión dan resultados similares a los obtenidos por Driebe et al. (1998). Hay que mencionar también que en nuestros cálculos no hemos invocado episodios de pérdida de masa cuando los modelos alcanzan dimensiones de estrellas gigantes como resultado de los episodios de flash porque nuestro principal interés es analizar los efectos de la difusión. En este aspecto, nuestros cálculos difieren del presentado por Iben & Tutukov (1986) para un modelo de HeWD de 0.296 M_{\odot} , donde un fuerte episodio de pérdida de masa causa una disminución apreciable de la envoltura de hidrógeno y contribuye a que el objeto evolucione rápidamente en la rama de enfriamiento.

De los resultados presentados aquí, es claro que la difusión de elementos afecta considerablemente la estructura y evolución de las HeWDs, y lleva a una diferente historia de enfriamiento para estos objetos. Hemos encontrado que los modelos con masas mayores que $\approx 0.18 M_{\odot}$ e incluso hasta el modelo más masivo que hemos analizado (0.406 M_{\odot}) experimentan al menos un flash termonuclear cuando la difusión es incorporada. Esto contrasta con los modelos que no incluyen la difusión, para los cuales sólo el modelo de 0.242 M_{\odot} sufre un flash (Driebe et al., 1998 encuentran flashes en sus modelos de 0.234 y 0.259 M_{\odot}). La evolución subsiguiente resulta muy afectada por los flashes inducidos por difusión, ya que las envolturas de hidrógeno resultan muy reducidas, haciendo que la combustión nuclear estable residual durante la rama de enfriamiento sea despreciable como fuente de energía de la estrella. Dado entonces que la estrella tiene una cantidad de energía disponible mucho menor, esto implica que las escalas de tiempo evolutivas serán mucho más cortas comparadas a las obtenidas en el caso de modelos sin difusión.

Estos resultados tienen importantes implicancias cuando se comparan las predicciones teóricas sobre la evolución de las HeWD con los datos inferidos a partir de observaciones de púlsares de milisegundo. Esto es particularmente importante en el caso del púlsar PSR B1855+09. van Kerkwijk et al. (2000) determinaron la T_{eff} de la HeWD compañera, que es $4800 \pm 800\text{K}$, y ya que la masa de esta HeWD es conocida con precisión ($M_{WD} = 0.258^{+0.028}_{-0.016} M_{\odot}$; Kaspi, Taylor & Ryba, 1994), este bajo valor de T_{eff} corresponde a una edad de enfriamiento de 10 Gyr en el caso de los modelos sin difusión. Este valor está en discrepancia con la edad de spin-down del púlsar, que es 5 Gyr. Por el contrario, los modelos con difusión predicen una edad de 4 ± 2 Gyr, debido al aceleramiento que sufre la evolución de las HeWDs por efectos de la ocurrencia de los flashes inducidos por difusión, desapareciendo de este modo la discrepancia entre las edades de ambos objetos.

En vista de estos resultados, es interesante analizar otros púlsares de milisegundo que dan resultados discrepantes con los modelos sin difusión. El sistema PSR J0034-0534 es particularmente notorio en este sentido. La enana blanca en este sistema es muy fría ($T_{\text{eff}} < 3500\text{K}$) y la edad del púlsar es 6.8 ± 2.4 Gyr (Hansen & Phinney, 1998b). De acuerdo a la relación entre el período orbital del sistema y la masa de la WD (Tauris & Savonije, 1999), la masa de la WD compañera de este púlsar es $\approx 0.21 M_{\odot}$. En vista de estos valores, los modelos sin difusión predicen una edad bien por encima de los 10 Gyr para esta WD. Por el contrario, los cálculos evolutivos que incluyen la difusión de elementos dan una edad de 6 y 8 Gyr para una T_{eff} de 3000 y 3500K respectivamente, en excelente acuerdo con la edad del púlsar. Es evidente que puede obtenerse consistencia entre las edades de la WD y el púlsar si se supone que la WD es una WD con núcleo de carbono oxígeno y una masa de $0.5 M_{\odot}$ (Schönberner, Driebe & Blöcker, 2000). Sin embargo este valor entra en franca contradicción con el valor inferido mediante la relación de Tauris & Savonije (1999). Otro púlsar de milisegundo con una WD fría como compañera de relevancia en este contexto es PSR J1713+0747. Para la compañera de este púlsar, Hansen & Phinney (1998b) dan una $T_{\text{eff}} < 3800$ K y una edad de spin-down del sistema de 9.2 ± 0.4 Gyr. En este caso, la masa de la WD de acuerdo a la relación de Tauris & Savonije (1999) es $\approx 0.33 M_{\odot}$. Los modelos sin difusión predicen edades mayores a 13 Gyr para esta WD, mientras que los modelos con difusión dan una edad de 9.1 Gyr, en muy buen acuerdo con la edad del púlsar. Otro púlsar interesante en este contexto es PSR J0437-4715, para el cual la edad de spin-down es de 4.9 Gyr (Baasa, comunicación privada). La masa de su compañera ha sido determinada recientemente por van Straten et al. (2001) por medio del retraso de Shapiro de la señal del púlsar y es $M_{WD} = 0.236 \pm 0.017 M_{\odot}$ y en base a datos fotométricos (Danziger, Baade & Della Valle, 1993) y los modelos de HeWDs presentados aquí junto con modelos de atmósferas no grises (ver Serenelli, Althaus, Rohrmann & Benvenuto 2001; Rohrmann, Serenelli, Althaus & Benvenuto 2002 y el capítulo 4 de esta tesis), la edad que se obtiene para la HeWD compañera de PSR J0437-4715 es de alrededor de 4.4 Gyr, en excelente acuerdo con la edad del púlsar.

Para finalizar, es claro que la difusión de elementos juega un rol muy importante en la historia de enfriamiento de las HeWDs. De los resultados del presente estudio concluimos que la discrepancia en las edades entre las predicciones de los cálculos evolutivos estándar y recientes observaciones de púlsares de milisegundo con compañeras WD parecen ser el resultado de ignorar los efectos de la difusión en los cálculos evolutivos. En efecto, tales discrepancias desaparecen cuando la difusión es incorporada en los cálculos.

Capítulo 4

Enanas blancas de baja masa II. Índices de color

En general, el tratamiento de la estructura y evolución estelar se considera separadamente de un tratamiento detallado de la atmósfera estelar. Desde el punto de vista de la estructura de la estrella, esto está justificado en la medida en que los detalles de la atmósfera estelar no afectan lo que ocurre en el interior. Generalmente esto es así en un excelente grado de aproximación. Los cálculos de evolución estelar son realizados usando un modelo de atmósfera muy simplificado. Solamente cuando las magnitudes absolutas y los índices de color son requeridos para llevar los resultados teóricos a distintos planos observacionales se consideran modelos detallados de atmósferas, aplicados a resultados evolutivos previamente obtenidos.

Sin embargo, en el caso de las enanas blancas, un tratamiento detallado de la atmósfera estelar puede afectar las predicciones evolutivas, particularmente en relación con las edades de enfriamiento. En este capítulo presentamos cálculos evolutivos de HeWDs obtenidos consistentemente con modelos detallados de atmósfera.

Los resultados de esta investigación han sido publicados en Serenelli, Althaus, Rohrmann & Benvenuto (2001).

4.1 Introducción

Las HeWDs son WD de baja masa cuyos núcleos de helio no han alcanzado la masa necesaria para encender las reacciones nucleares que fusionen el helio. Es generalmente aceptado que la formación de las HeWDs en escalas temporales menores que la edad de la Vía Láctea puede ocurrir sólo si estos objetos son el resultado de episodios de pérdida de masa en sistemas binarios cercanos (ver Iben & Livio, 1993 para un review del tema). Estas HeWDs pueblan la cola de baja masa ($M < 0.4 M_{\odot}$) de la distribución de masas de las WDs (Bergeron, Saffer & Liebert, 1992; Bragaglia, Renzini & Bergeron, 1995; Saffer, Livio & Yungelson, 1998).

El problema de la determinación de las edades de las HeWDs es un problema bien conocido en el estudio de estas estrellas. En efecto, las edades de enfriamiento de las HeWDs están íntimamente relacionadas con la masa de las envolturas de hidrógeno que las HeWDs tienen al entrar en el track final de enfriamiento. Este tema fue discutido en detalle en el capítulo 3 y no volveremos aquí sobre él. Remarquemos simplemente el hecho que cuando la difusión microscópica de los elementos es incluida en los cálculos evolutivos naturalmente surge un comportamiento cualitativamente diferenciado entre HeWDs con masas por debajo de $0.18 M_{\odot}$ y

masas por encima de este valor. En efecto, los modelos más masivos sufren flashes termonucleares por efectos de la difusión y tienen posteriormente una evolución rápida en su rama de enfriamiento. Por el contrario, los modelos con masas menores al umbral mencionado, se enfrían lentamente debido a la energía nuclear liberada a través de la cadena protón-protón en la base de la envoltura de hidrógeno. En el capítulo 3 hemos mostrado que esto conduce de modo natural a una solución para la discrepancia entre las edades de HeWDs y púlsares de milisegundo componentes de sistemas binarios (ver también Althaus, Serenelli & Benvenuto, 2001a,b, y Althaus, Serenelli & Benvenuto, 2001c para un detalle sobre los flashes inducidos por la difusión). De acuerdo a estos cálculos, las HeWDs con masas mayores a $0.18 M_{\odot}$ pueden alcanzar luminosidades muy bajas en tiempos menores a la edad del Universo y en conexión con estas predicciones la WD LSH 3250 es particularmente relevante. En efecto, esta estrella tiene una luminosidad superficial de $\log L/L_{\odot} = -4.57 \pm 0.04$ (Harris et al., 1999), lo cual la ubica entre las luminosidades más bajas encontradas para cualquier WD. Es probable que esta WD tenga un núcleo de helio y una T_{eff} muy baja (Harris et al., 1999) por lo que su espectro emergente estaría dominado por la absorción inducida por colisiones del hidrógeno molecular (CIA). Esta absorción molecular causa que las WDs frías se vuelvan más azules a medida que se enfrían (Hansen, 1998; Saumon & Jacobson, 1999; Rohrmann, 2001). Secuencias evolutivas de WD basadas en cálculos detallados del transporte radiativo apropiados para WDs de carbono-oxígeno han sido presentados por Hansen (1998, 1999) y Salaris et al. (2000).

Si las HeWDs están caracterizadas por edades de enfriamiento cortas, como se presentó en el capítulo 3, entonces muchas de ellas presentarán colores azules como resultado de los efectos de la CIA del hidrógeno molecular. En vista de esto, es necesario rever las edades de las HeWDs frías y proveer además colores y magnitudes para estas estrellas de manera auto-consistente con las predicciones de la evolución estelar y la difusión de los elementos químicos. Los cálculos que se presentan aquí representan una mejora con respecto a los del capítulo 3 en lo que respecta a las edades de las HeWDs frías ya que incluyen un tratamiento apropiado para la atmósfera estelar, es decir para la condición externa del problema de evolución estelar, basado en un tratamiento no-gris de la misma (Rohrmann, 2001). Desde el punto de vista de las edades de las HeWDs frías, éste es un punto importante ya que el enfriamiento de las WDs es muy sensible al tratamiento de la atmósfera, en particular por la extensión que alcanza la convección en las envolturas de estas estrellas.

4.2 Detalles computacionales

Los cálculos evolutivos fueron realizados con el mismo código evolutivo usado en los cálculos presentados en el capítulo 3 y no repetiremos los detalles aquí. Dado que los efectos de un tratamiento detallado de la atmósfera son relevantes a T_{eff} bajas, hemos usado los mismos modelos de HeWDs que en el capítulo 3 y hemos recalculado la evolución de estos modelos una vez que entran en la etapa final de enfriamiento. Las masas de los modelos de HeWD presentados son, entonces, 0.406, 0.360, 0.327, 0.292, 0.242, 0.196 y $0.169 M_{\odot}$ y las edades características en la rama de enfriamiento estarán determinadas por la ocurrencia o no de flashes termonucleares por efectos de la difusión.

El CEELP ha sido acoplado con un código de atmósferas no-gris, desarrollado por el Dr. René Rohrmann. Este código ha sido adaptado para tratar mezclas de hidrógeno y helio, características de las atmósferas de las HeWDs. Presentamos aquí una descripción breve de las principales características del mismo y referimos al lector a Rohrmann (2001) para una

descripción exhaustiva del mismo y una comparación con otros cálculos atmosféricos relevantes existentes en la literatura.

El código de atmósferas está construido bajo la hipótesis de gravedad constante, equilibrio termodinámico local y geometría plano-paralela, e incluye hidrógeno y helio (metalicidad cero). El transporte de energía por radiación y convección son tenidas en cuenta y las ecuaciones resultantes son resueltas mediante una técnica de linealización estándar. La física constitutiva está basada en una ecuación de estado ideal. Las especies que han sido consideradas son: H, H₂, e⁻, H⁻, H₂⁺, H₃⁺, He, He⁺ y He⁺⁺. Aunque las abundancias de H₂⁺ y H₃⁺ son generalmente despreciables, su presencia afecta la absorción y emisión de la radiación significativamente (Saumon et al., 1994). Las funciones de partición para el H, H₂, H₂⁺, H₃⁺ son las de Irwin (1981); Sauval & Tatum (1984) y Neale & Tennyson (1995) respectivamente.

Todos los procesos de scattering, ligado-libre y libre-libre relevantes que contribuyen a la opacidad han sido incluidos en los cálculos. A bajas T_{eff} la opacidad CIA del hidrógeno molecular debida a colisiones con H₂ y He es una fuente de opacidad muy importante en el infrarrojo y domina la forma del espectro emergente. Aquí se han incluido los cálculos de las secciones eficaces de CIA para H₂-H₂ y H₂-He de Borysow, Jorgensen & Zheng (1997). La convección es tratada dentro del formalismo de la mixing length theory (MLT2) y ha sido incluida de manera auto-consistente en la ecuación de conservación de la energía y en el procedimiento de linealización. Vale la pena mencionar que por debajo de T_{eff} = 8000K, el perfil de temperatura se vuelve insensible a la parametrización de la teoría de la MLT (Bergeron, Wesemael & Fontaine, 1992). Los índices de color de banda ancha han sido calculados usando los pasabandas ópticos e infrarrojos de Bessell & Brett (1988) y Bessell (1990) respectivamente, con constantes de calibración tomadas de Bergeron, Ruiz & Leggett (1997).

Los valores de presión y temperatura necesarios para integrar las ecuaciones de envoltura están dados a una profundidad óptica $\tau \approx 25$. En este punto la aproximación de difusión para la transferencia radiativa puede suponerse válida y las ecuaciones de estructura estelar en la envoltura pueden integrarse usando las opacidades medias de Rosseland.

4.3 Resultados

Comenzamos examinando las edades evolutivas para algunas masas estelares seleccionadas. Los resultados se muestran en la figura 4.1 en la cual se grafica la T_{eff} contra la edad junto con los datos observacionales para las HeWD compañeras de los púlsares de milisegundo PSR J1012+5307 y PSR B1855+09 (Callanan, Garnavich, Koester, 1998; van Kerkwijk et al., 2000, respectivamente). Sólo se incluyen los resultados de la evolución correspondiente a la rama final de enfriamiento. Para masas mayores a $\approx 0.18 M_{\odot}$ los modelos experimentan flashes de hidrógeno inducidos por la difusión y tienen envolturas de hidrógeno delgadas y muy poca liberación de energía nuclear durante la rama de enfriamiento. Esto trae como consecuencia que las edades de enfriamiento son marcadamente menores con respecto a los modelos con masas menores que el límite mencionado, ya que estos modelos no sufren flashes termonucleares (ver capítulo 3).

Notar que las diferencias en el enfriamiento de las HeWDs tiene su origen en el tratamiento detallado del modelo atmosférico. La inclusión de condiciones externas apropiadas puede disminuir las edades para una T_{eff} dada hasta en 1 Gyr en el rango $4000 \leq T_{\text{eff}} \leq 5500\text{K}$. Durante esta fase evolutiva, la temperatura central está fuertemente ligada con la estratificación de la temperatura en las capas externas. Cuando la convección alcanza la región donde la degen-

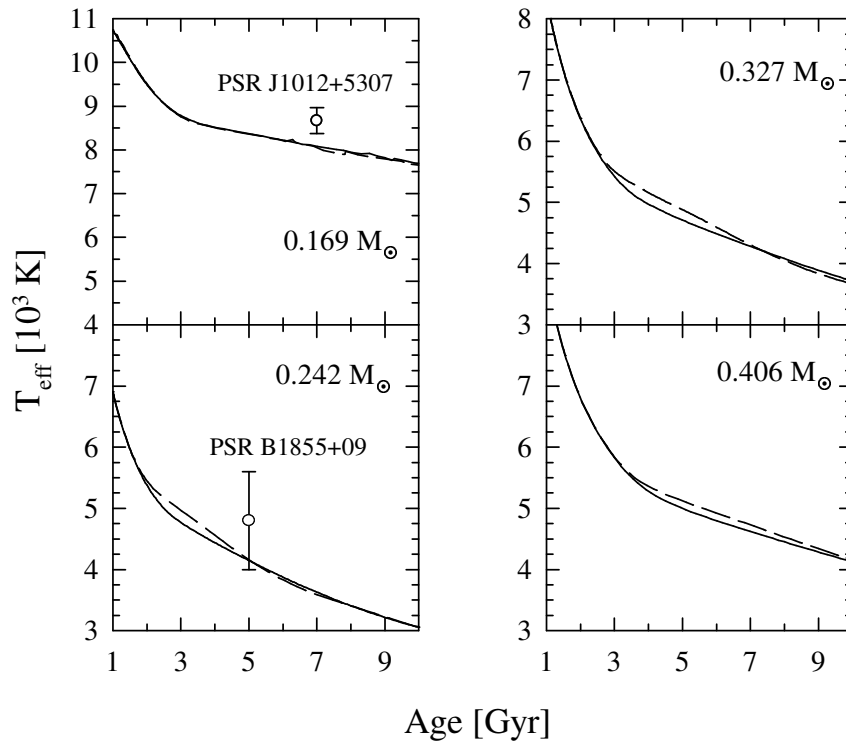


Figura 4.1: T_{eff} como función de la edad para algunas masas estelares seleccionadas. Las líneas sólidas corresponden al caso de atmósfera no-gris y las líneas de rayas al caso simplificado de una atmósfera gris. Ambos conjuntos de cálculos incluyen la difusión de los elementos. Notar que para los modelos más masivos y $4000 \leq T_{\text{eff}} \leq 5500\text{K}$, las edades de enfriamiento se vuelven menores en el caso del tratamiento no-gris de la atmósfera.

eración es importante, la temperatura central cae sustancialmente (el transporte convectivo de la energía pone en “contacto térmico” el interior estelar con las regiones externas mucho más eficientemente que el transporte radiativo), y la estrella tiene un exceso inicial de energía interna que debe ser radiado, dando lugar a un enlentecimiento de la evolución durante esta fase evolutiva, como queda evidenciado por el cambio de pendiente de las curvas de enfriamiento que se muestran en la figura 4.1. Durante los estados avanzados de la evolución, la estratificación térmica de la envoltura está afectada por el uso de atmósferas no-grises de manera tal que la profundidad máxima alcanzada por la base de la zona convectiva es marcadamente menor que en el caso de atmósfera gris (ver también Bergeron, Ruiz & Leggett, 1997). Esto puede verse en la figura 4.2, donde se muestra la evolución de la base de la zona convectiva externa en términos de T_{eff} para el modelo de $0.242 M_{\odot}$. Cuando T_{eff} decrece por debajo de 7000K , el tratamiento no-gris predice una zona convectiva externa menos profunda (este comportamiento es el mismo independientemente de la masa del modelo). Como resultado, la convección alcanza el núcleo degenerado a T_{eff} más bajas en los modelos con atmósferas no-grises y por lo tanto la caída en la temperatura central se produce más tarde que en los modelos grises, como se puede ver en la figura 4.3. Este comportamiento explica las características de las curvas de enfriamiento de ambos conjuntos de cálculos.

Otra característica interesante relacionada con la extensión de la zona convectiva externa es la siguiente. Como se mencionó en el capítulo 3, la envoltura de hidrógeno que queda después

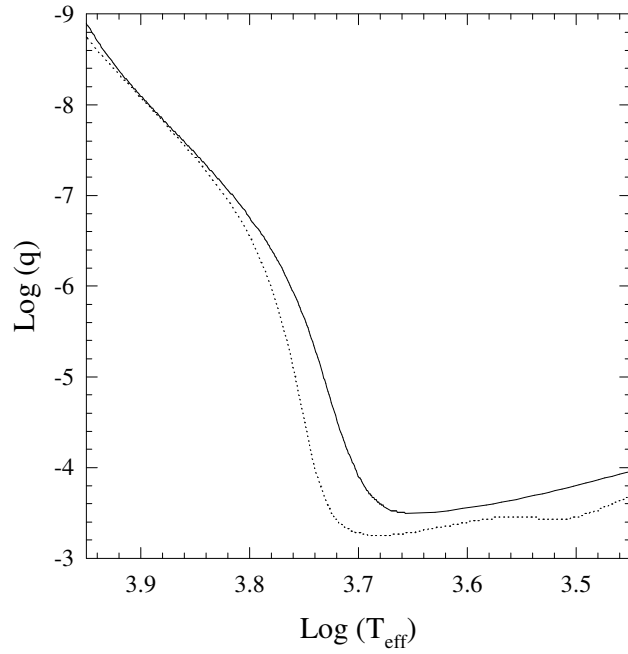


Figura 4.2: Posición de la base de la envoltura convectiva en términos de la fracción externa de masa q en función de la temperatura para el modelo de $0.242 M_{\odot}$. Las líneas sólidas y punteadas denotan los modelos con atmósfera no-gris y gris respectivamente. Notar que la zona convectiva externa es menos profunda en el caso de los modelos con tratamiento detallado de la atmósfera.

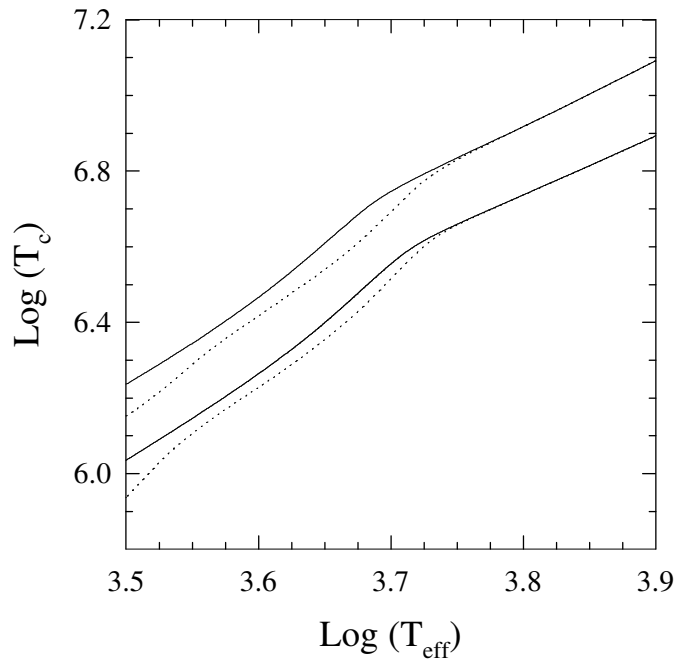


Figura 4.3: Temperatura central como función de la T_{eff} para los modelos de 0.242 y $0.406 M_{\odot}$ (curvas superiores e inferiores respectivamente). Las líneas sólidas y punteadas son como en la figura 4.2.

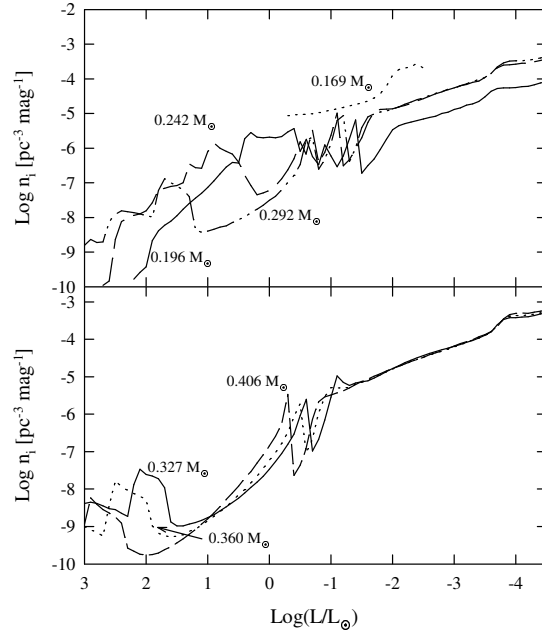


Figura 4.4: Función de luminosidad individual contra luminosidad superficial para nuestros modelos de HeWD. Los picos a luminosidades intermedias corresponden a las fases evolutivas antes de la ocurrencia de los flashes, y las protuberancias a luminosidades altas reflejan la lenta evolución que antecede la entrada de los modelos a la rama de enfriamiento. Los modelos menos masivos experimentan varios flashes, por eso alcanzan la parte azul del HRD varias veces, de modo que sus funciones de luminosidad presenta protuberancias más extendidas.

de los flashes de hidrógeno en los modelos de HeWDs puede ser lo suficientemente delgada como para que la convección sea capaz de mezclar esta envoltura con regiones más internas, ricas en hidrógeno. De esta manera, para algunas masas estelares, los modelos de HeWDs están caracterizados por envolturas mixtas de hidrógeno y helio para T_{eff} alrededor de 5000K. Sin embargo, dado que un tratamiento detallado de la atmósfera conduce a zonas convectivas externas menos profundas, en los presentes cálculos encontramos que la convección no penetra lo suficiente en el interior estelar como para que la abundancia de helio transportada hacia la superficie sea significativa, por lo que las envolturas están caracterizadas siempre por una composición química de hidrógeno casi puro.

Partiendo de las curvas de enfriamiento, pueden realizarse predicciones acerca del número de HeWDs por unidad de volumen como función de su luminosidad. Para este fin, hemos transformado las curvas de enfriamiento de nuestro conjunto de modelos en la función de luminosidad total de acuerdo a la relación dada por:

$$\Phi = \sum_i n_i \quad (4.1)$$

con

$$n_i = \frac{k_i \Delta t}{V} \quad (4.2)$$

Aquí, k_i es la tasa de nacimiento de HeWDs para una masa estelar dada, la suma de las cuales está normalizada a la tasa de nacimiento total a la cual las HeWDs son producidas (0.14yr^{-1} ;

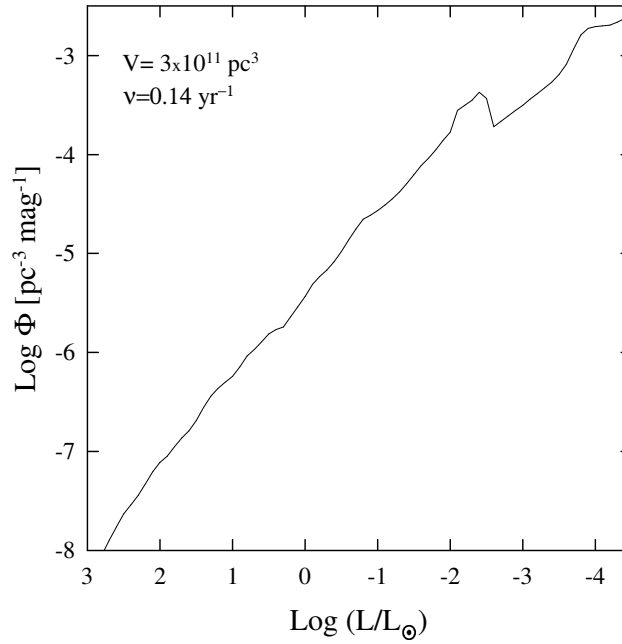


Figura 4.5: Función de luminosidad individual contra luminosidad superficial para nuestros modelos de HeWD. Los picos a luminosidades intermedias corresponden a las fases evolutivas antes de la ocurrencia de los flashes, y las protuberancias a luminosidades altas reflejan la lenta evolución que antecede la entrada de los modelos a la rama de enfriamiento. Los modelos menos masivos experimentan varios flashes, por eso alcanzan la parte azul del HRD varias veces, de modo que sus funciones de luminosidad presenta protuberancias más extendidas.

ver Iben, Tutukov & Yungelson, 1997), n_i es el número de HeWDs por unidad de volumen de una masa dada en el intervalo de magnitudes $M_b - 0.5$ a $M_b + 0.5$ y V es el volumen del disco galáctico ($3 \times 10^{11} \text{pc}^3$). En base a estas suposiciones, la funciones de luminosidad obtenidas para cada una de las masas de nuestros modelos se muestran en la figura 4.4. Una característica notable son los picos que pueden observarse en luminosidades intermedias, que corresponden a las fases de evolución lenta de las fases inmediatamente anteriores a la ocurrencia de los flashes termonucleares. A luminosidades altas, la distribución teórica de cada HeWD exhibe una protuberancia. Estas protuberancias son consecuencia del rate de evolución lento previo a que la estrella entre en la rama de enfriamiento. Para entender esto, debe tenerse en mente que como resultado de los flashes termonucleares, los modelos alcanzan altas luminosidades superficiales más de una vez durante su evolución. Los modelos menos masivos experimentan varios episodios de flash, por lo tanto las funciones de luminosidad resultantes muestran protuberancias más extendidas.

La función de luminosidad total, Φ , resulta de superponer las funciones de luminosidad individuales y se muestra en la figura 4.5. Notar que durante la mayor parte del rango de luminosidades mostrado la función de luminosidad exhibe un comportamiento monótonamente creciente hasta $\log L/L_{\odot} \approx -2.5$. Casi nada del comportamiento de cada una de las funciones de luminosidad individuales permanece. Esto es esperado, ya que para diferentes masas estelares los flashes ocurren a diferentes luminosidades superficiales, los picos observados en la figura 4.4 se compensan entre sí. A $\log L/L_{\odot} \approx -2.5$, la función de luminosidad muestra un mínimo local

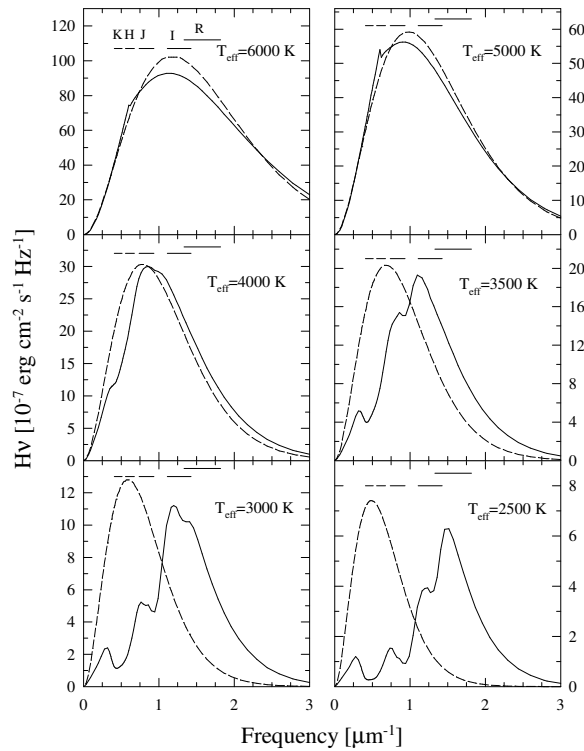


Figura 4.6: Espectro emergente para el modelo de $0.292 M_{\odot}$ a valores seleccionados de T_{eff} . Las líneas sólidas muestran los resultados del tratamiento detallado de la atmósfera, mientras que las líneas rayadas muestran los resultados para el cuerpo negro. Se indican también los rangos de frecuencia aproximados que cubren algunos filtros infrarrojos. Notar que a medida que la T_{eff} disminuye, el espectro se vuelve más azul. Esto es consecuencia directa de la opacidad CIA, que es dominante a bajas T_{eff} .

como resultado de la contribución de los modelos que no experimentan flashes de hidrógeno. En efecto, los modelos que no sufren flashes están caracterizados por una evolución muy lenta en la rama de enfriamiento. En particular, el modelo de $0.169 M_{\odot}$ tiene una edad de 14 Gyr a $\log L/L_{\odot} = -2.5$, por lo que se espera que no contribuya a la población de enanas blancas a luminosidades más bajas en una escala temporal igual a la edad del Universo. A $\log L/L_{\odot} \approx -4$, la función de luminosidad muestra una protuberancia pequeña. Como se mencionó antes, cuando la convección alcanza el borde externo del núcleo convectivo hay un exceso inicial de energía del cual la estrella debe deshacerse por lo que el proceso de enfriamiento se ralentiza, produciendo esa protuberancia en la función de luminosidad. Finalmente, nótese que para construir Φ hemos considerado las HeWDs como estrellas aisladas, es decir hemos despreciado la posible existencia de fusiones entre estrellas componentes de sistemas binarios cercanos debido a la radiación de ondas gravitatorias. De acuerdo con esto, se debe ser cuidadoso al comparar estos resultados con las observaciones.

En la figura 4.6 se muestra el flujo emergente para nuestro modelo de $0.292 M_{\odot}$ en ciertos valores de T_{eff} . Los resultados del modelo no-gris de atmósfera (línea sólida) son comparados con las predicciones del modelo de cuerpo negro (línea rayada), a la misma T_{eff} . Es importante tener en cuenta que cuando los modelos alcanzan las T_{eff} mostradas en la figura 4.6, y como consecuencia de la sedimentación gravitatoria, las envolturas de las HeWDs son de hidrógeno

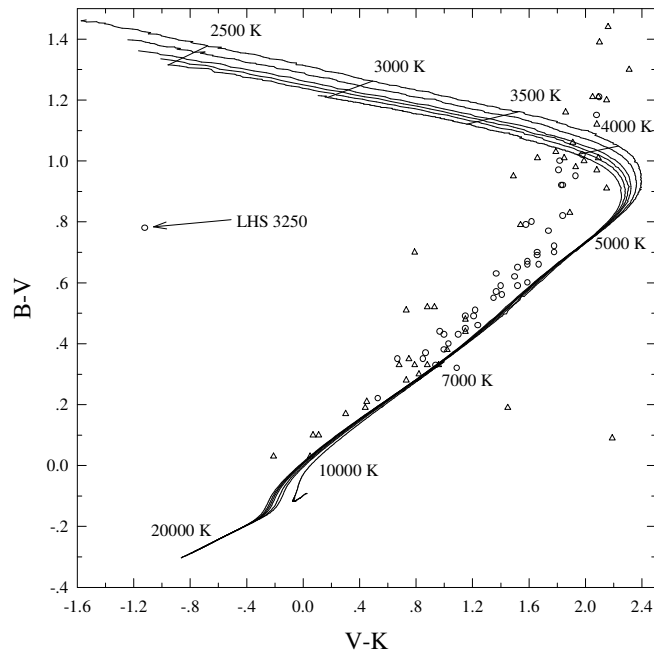


Figura 4.7: Diagrama color-color ($B - V, V - K$) para nuestros modelos de HeWD de 0.196, 0.242, 0.292, 0.327, 0.360, 0.406 M_{\odot} . Los puntos de igual T_{eff} están representados por líneas delgadas. Las muestras observacionales para estrellas WD DA frías (círculos abiertos) y no-DA (triángulos abiertos) de Bergeron, Leggett & Ruiz (2001) están también incluídas, así como también la ubicación de la WD LHS 3250 de acuerdo a Harris et al. (1999).

puro. Para valores de T_{eff} altos, la opacidad por H^- es dominante. Ya que esta opacidad es casi independiente de la frecuencia, el flujo emergente es muy similar al del cuerpo negro. Cuando la T_{eff} cae por debajo de 4000K, sin embargo, puede observarse que el espectro emergente se torna más azul. Este efecto, reportado también por Saumon et al. (1994) y más recientemente por Hansen (1998, 1999); Salaris et al. (2000) y Rohrmann (2001) (principalmente en el contexto de enanas blancas de carbono-oxígeno) es debido a la opacidad CIA del hidrógeno molecular, que reduce el flujo infrarrojo y fuerza a la radiación a emerger a frecuencias mayores. Como resultado, a medida que las HeWDs envejecen se vuelven más azules. Este efecto, por supuesto, afecta los diagramas color-color y color-magnitud. Los índices de color que involucran una banda en el infrarrojo muestran un turn-off pronunciado a bajas T_{eff} y se vuelven más azules después de alcanzar un máximo. Esto queda bien ilustrado en la figura 4.7, en la cual se muestra el diagrama ($B - V, V - K$) para todos nuestros modelos de HeWD junto con los datos observacionales para WDs DA y no-DA de acuerdo a Bergeron, Leggett & Ruiz (2001). La WD peculiar LHS 3250 también se muestra en el gráfico, de acuerdo a la determinación de Harris et al. (1999). Notar que el color $V - K$ se vuelve marcadamente azul por debajo de $T_{\text{eff}} = 5000\text{K}$ en este diagrama.

Analicemos ahora la evolución de nuestros modelos en los diagramas color-magnitud. En las figuras 4.8 y 4.9 se muestra el comportamiento de la magnitud visual M_V de nuestros modelos en función de los índices de color $V - I$ y $B - V$ respectivamente. Se incluyen las mismas muestras observacionales que en la figura 4.7. Para el modelo de 0.169 M_{\odot} sólo se muestran las fases de bajas M_V debido a que para evolucionar a luminosidades menores este

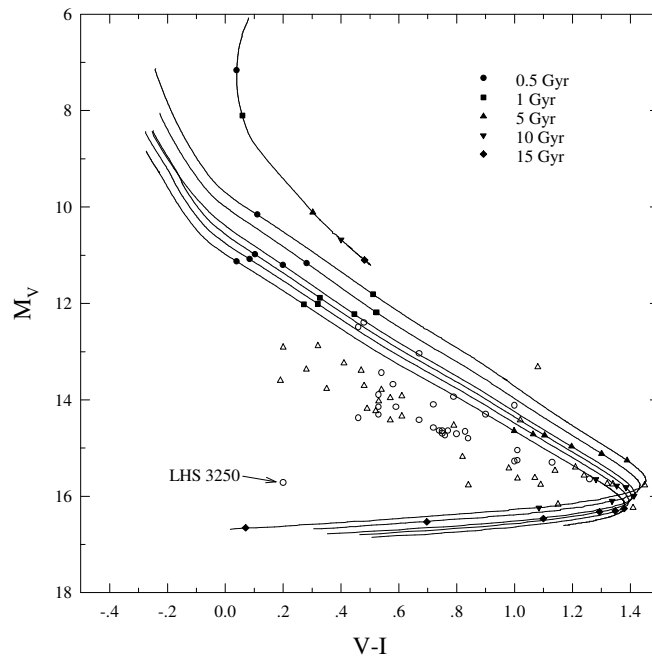


Figura 4.8: Magnitud absoluta visual M_V en términos del índice de color $V - I$ para nuestros modelos de HeWD (masa creciente desde arriba hacia abajo). En cada curva, los símbolos llenos indican edades de enfriamiento. Se incluyen los mismos datos observacionales que en la figura 4.7. Los modelos con masas mayores a $0.196 M_{\odot}$ exhiben un turn-off pronunciado en etapas avanzadas de su evolución y se vuelven más azules con la evolución subsiguiente. De acuerdo con nuestros cálculos, HeWDs con masas entre 0.18 y $0.30 M_{\odot}$ podrían evolucionar más allá del turn-off en tiempos menores a 15 Gyr .

modelo requiere edades excesivamente grandes. En contraste, los modelos más masivos pueden alcanzar magnitudes grandes en edades menores a un tiempo de Hubble. En efecto, como puede verse en la figura 4.8, los modelos de HeWD en el rango de masas entre 0.18 y $0.30 M_{\odot}$ alcanzan el punto de turn-off y se vuelven azules en edades menores a 15 Gyr . Específicamente, estos modelos tienen entre 6 y 9 Gyr de edad en el turn-off, que ocurre a $M_V \approx 16$. Notar que durante su evolución subsiguiente, permanecen más brillantes que $M_V \approx 16.5$. Los resultados presentados aquí muestran que es posible que muchas HeWDs pueden haber tenido tiempo suficiente para evolucionar más allá del punto de turn-off y presentar colores azules. Las HeWDs más masivas presentan un comportamiento similar en los diagramas color-magnitud, pero las edades involucradas son mayores. Por ejemplo, el modelo de $0.406 M_{\odot}$ necesita alrededor de 13 Gyr para alcanzar el punto de turn-off en el índice de color $V - I$. Es importante remarcar nuevamente que el hecho que las HeWDs puedan alcanzar el turn-off en edades menores a la del Universo es consecuencia de los efectos de la difusión en la evolución de las HeWDs. Modelos de HeWD sin difusión no alcanzan el punto de turn-off ni siquiera en alrededor de 20 Gyr . El diagrama color-magnitud para el índice $B - V$ (figura 4.9) no muestra un turn-off a bajas T_{eff} . Hay que mencionar que a altas T_{eff} , nuestras predicciones para el índice $B - V$ muestran discrepancias con respecto a los presentados por Bergeron, Wesemael & Beauchamp (1995) porque nuestros cálculos no consideran los efectos de las opacidades por ensanchamiento de líneas.

Finalmente, en la tabla 4.1 listamos los índices de color para los modelos de 0.169 , 0.242 ,

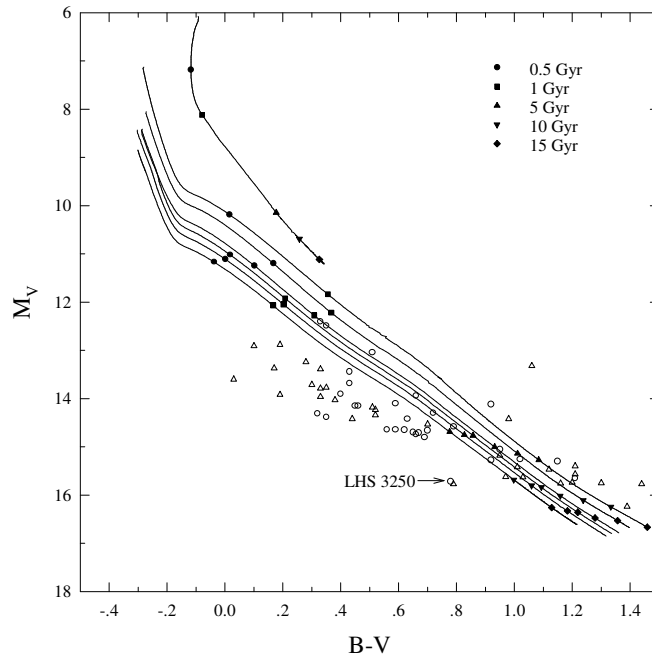


Figura 4.9: Igual que la figura 4.8 pero para el índice de color $B - V$. Ya que en este caso ninguna banda cae en la región espectral afectada por las opacidades CIA, el índice $B - V$ no muestra un turn-off a bajas T_{eff} .

0.327 y $0.406 M_{\odot}$ para algunos valores seleccionados de T_{eff} . Además, para cada masa estelar se muestran la gravedad superficial, la edad, la magnitud absoluta visual y la corrección bolométrica. Esta última se calcula de acuerdo a (Bergeron, Saumon & Wesemael, 1995)

$$BC = 2.5 \log \int_0^{\infty} H_{\lambda} S_{\lambda}^V d\lambda - 10 \log T_{\text{eff}} + 15.6165 \quad (4.3)$$

donde H_{λ} y S_{λ}^V son el flujo emergente monocromático a la temperatura efectiva T_{eff} y la función de transmisión del filtro V , respectivamente.

Table 4.1: Modelos seleccionados para las secuencias de 0.169 , 0.242 , 0.327 y $0.406 M_{\odot}$.

M_{*}/M_{\odot}	T_{eff}	$\text{Log}(g)$	Edad (Gyr)	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.169	10000	6.0621	1.56	-0.01	0.04	0.03	0.06	0.02	-0.06	-0.34	8.70
0.169	9500	6.1624	1.99	0.04	0.07	0.15	0.08	0.04	-0.06	-0.29	9.11
0.169	9000	6.2555	2.60	0.10	0.11	0.30	0.11	0.07	-0.05	-0.25	9.55
0.169	8500	6.3499	4.11	0.16	0.14	0.46	0.14	0.10	-0.04	-0.23	10.01
0.169	8000	6.4256	7.63	0.22	0.18	0.64	0.18	0.14	-0.02	-0.21	10.44
0.169	7500	6.4796	11.45	0.28	0.22	0.82	0.22	0.18	-0.01	-0.19	10.84
0.169	7050	6.5265	16.52	0.34	0.25	1.00	0.25	0.21	0.00	-0.17	11.21

Continúa tabla página anterior

M_*/M_\odot	T_{eff}	$\text{Log } g$	Edad (Gyr)	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.242	10000	6.9458	0.32	0.03	0.07	0.08	0.07	0.03	-0.06	-0.37	10.54
0.242	9500	6.9616	0.37	0.08	0.09	0.20	0.09	0.05	-0.05	-0.32	10.76
0.242	9000	6.9780	0.44	0.13	0.12	0.34	0.12	0.08	-0.04	-0.28	11.00
0.242	8500	6.9945	0.53	0.18	0.15	0.49	0.15	0.11	-0.03	-0.25	11.26
0.242	8000	7.0119	0.64	0.23	0.19	0.65	0.18	0.14	-0.02	-0.22	11.53
0.242	7500	7.0291	0.78	0.29	0.22	0.83	0.22	0.18	-0.01	-0.20	11.83
0.242	7000	7.0464	0.96	0.35	0.26	1.02	0.26	0.22	0.01	-0.18	12.15
0.242	6500	7.0637	1.19	0.43	0.30	1.23	0.30	0.26	0.03	-0.16	12.50
0.242	6000	7.0818	1.48	0.52	0.35	1.48	0.36	0.30	0.06	-0.17	12.90
0.242	5500	7.1044	1.88	0.64	0.42	1.76	0.42	0.34	0.09	-0.21	13.38
0.242	5000	7.1423	2.50	0.77	0.50	2.11	0.50	0.39	0.13	-0.31	13.99
0.242	4500	7.1779	3.80	0.91	0.59	2.36	0.59	0.38	0.09	-0.45	14.68
0.242	4000	7.1974	5.54	1.04	0.67	2.15	0.67	0.10	-0.01	-0.51	15.29
0.242	3500	7.2082	7.57	1.15	0.73	1.42	0.70	-0.18	-0.19	-0.37	15.76
0.242	3000	7.2149	10.38	1.25	0.74	0.39	0.56	-0.30	-0.32	-0.07	16.14
0.242	2500	7.2207	15.20	1.36	0.65	-0.79	0.00	-0.21	-0.48	0.34	16.54
0.327	10000	7.3138	0.57	0.05	0.07	0.10	0.07	0.03	-0.06	-0.38	11.15
0.327	9500	7.3240	0.68	0.09	0.10	0.22	0.09	0.05	-0.05	-0.34	11.35
0.327	9000	7.3339	0.80	0.14	0.13	0.36	0.12	0.08	-0.04	-0.30	11.57
0.327	8500	7.3433	0.94	0.19	0.16	0.50	0.15	0.11	-0.03	-0.26	11.81
0.327	8000	7.3524	1.12	0.24	0.19	0.66	0.18	0.14	-0.02	-0.23	12.07
0.327	7500	7.3613	1.33	0.29	0.22	0.83	0.22	0.18	-0.01	-0.20	12.34
0.327	7000	7.3702	1.58	0.36	0.26	1.02	0.26	0.22	0.01	-0.18	12.63
0.327	6500	7.3794	1.90	0.43	0.30	1.23	0.30	0.26	0.03	-0.16	12.96
0.327	6000	7.3899	2.31	0.53	0.36	1.47	0.36	0.29	0.06	-0.16	13.34
0.327	5500	7.4041	2.89	0.65	0.42	1.76	0.43	0.33	0.10	-0.21	13.80
0.327	5000	7.4258	3.91	0.77	0.50	2.10	0.50	0.39	0.12	-0.31	14.37
0.327	4500	7.4451	5.95	0.91	0.59	2.30	0.59	0.35	0.07	-0.44	15.00
0.327	4000	7.4559	8.41	1.03	0.67	2.02	0.66	0.04	-0.03	-0.47	15.57
0.327	3500	7.4622	11.39	1.13	0.72	1.27	0.68	-0.21	-0.20	-0.32	16.02
0.327	3000	7.4665	15.67	1.23	0.72	0.26	0.51	-0.30	-0.32	-0.01	16.39
0.327	2500	7.4701	23.95	1.33	0.61	-0.96	-0.10	-0.20	-0.51	0.39	16.79
0.406	10000	7.5664	0.71	0.06	0.08	0.12	0.07	0.03	-0.06	-0.39	11.55
0.406	9500	7.5722	0.82	0.10	0.11	0.24	0.10	0.05	-0.05	-0.35	11.75
0.406	9000	7.5783	0.95	0.14	0.13	0.37	0.12	0.08	-0.04	-0.31	11.96
0.406	8500	7.5838	1.11	0.19	0.16	0.51	0.15	0.11	-0.03	-0.27	12.18
0.406	8000	7.5897	1.30	0.24	0.19	0.67	0.18	0.14	-0.02	-0.24	12.43
0.406	7500	7.5952	1.55	0.29	0.22	0.84	0.22	0.18	-0.01	-0.21	12.69
0.406	7000	7.6010	1.85	0.36	0.26	1.02	0.26	0.22	0.01	-0.18	12.98

Continúa tabla página anterior

M_*/M_\odot	T_{eff}	$\text{Log } g$	Edad (Gyr)	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.406	6500	7.6072	2.25	0.44	0.30	1.23	0.30	0.25	0.03	-0.16	13.29
0.406	6000	7.6139	2.77	0.53	0.36	1.47	0.36	0.29	0.06	-0.16	13.66
0.406	5500	7.6238	3.52	0.65	0.42	1.75	0.42	0.33	0.10	-0.21	14.11
0.406	5000	7.6374	5.00	0.77	0.50	2.09	0.50	0.38	0.12	-0.31	14.66
0.406	4500	7.6482	7.71	0.91	0.59	2.25	0.59	0.33	0.06	-0.43	15.27
0.406	4000	7.6543	10.83	1.02	0.66	1.92	0.66	0.01	-0.06	-0.44	15.80
0.406	3500	7.6580	14.68	1.12	0.71	1.15	0.67	-0.22	-0.22	-0.28	16.23
0.406	3000	7.6607	20.37	1.21	0.71	0.16	0.47	-0.30	-0.33	0.02	16.60

4.4 Conclusiones

Los cálculos presentados en este capítulo tienen como objetivo explorar la evolución de HeWDs. Los resultados están basados en un tratamiento muy detallado de modelos de atmósfera no-gris, lo cual permite derivar las condiciones externas de borde de manera precisa para los modelos evolutivos. El énfasis está puesto en las etapas avanzadas de la evolución de estos objetos, donde el modelado de su evolución es marcadamente dependiente del tratamiento que se haga de su atmósfera. Las fases evolutivas que llevan a la formación de HeWDs frías han sido exploradas en el capítulo 3, donde se encontró que la inclusión de la difusión de elementos en los cálculos evolutivos de las HeWDs lleva a que las envolturas de hidrógeno sean muy delgadas como para soportar una combustión nuclear estable que contribuya apreciablemente a la reserva energética de la estrella durante su evolución en la rama de enfriamiento. Aquí se mejoran dichos cálculos en base a un tratamiento detallado de la atmósfera incluido auto-consistentemente en el código evolutivo. Otra motivación ha sido contruir la función de luminosidad teórica para las HeWDs y proveer índices de color y magnitudes para estas HeWDs de manera consistente con la evolución estelar y la difusión de elementos.

En particular, hemos considerado modelos de HeWD de 0.406, 0.360, 0.327, 0.292, 0.242, 0.196 y 0.169 M_\odot , cuya evolución ha sido seguida desde el final de la fase de pérdida de masa durante la evolución pre-WD hasta luminosidades superficiales muy bajas.

Encontramos que cuando la T_{eff} desciende por debajo de 4000K, el espectro emergente de las HeWDs se vuelve más azul, como ha sido reportado previamente por otros investigadores. También analizamos el comportamiento de nuestros modelos de HeWDs en los diagramas color-magnitud y encontramos que las HeWDs con masas entre 0.18 y 0.30 M_\odot pueden alcanzar el turn-off en sus colores y volverse azules nuevamente en edades menores a 15 Gyr, permaneciendo más brillantes que $M_V \approx 16.5$. Este es un resultado interesante ya que abre la posibilidad de que muchas HeWDs de baja masa puedan haber tenido tiempo suficiente para que hayan evolucionado más allá del punto de turn-off y presenten actualmente colores azules. Estas edades evolutivas relativamente cortas, son el resultado de la incorporación de la difusión en los modelos de evolución. La detección de WDs de baja masa azules a muy bajas T_{eff} serviría para poner sobre una base observacional firme nuestras predicciones teóricas.

Capítulo 5

Enanas blancas de baja masa. Progenitores de baja metalicidad

Es bien sabido que la composición química de nuestra galaxia ha ido evolucionando a partir de una distribución de abundancias similar a la resultante del Big Bang, hasta la distribución actual, resultado de diversas etapas de procesamiento nuclear. Los cúmulos globulares galácticos, por ejemplo, son generalmente objetos viejos, caracterizados por metalicidades bajas. De esta manera, las estrellas que los componen deben tener, o haber tenido al comienzo de su evolución, una metalicidad bastante inferior a la solar, reflejo de la distribución de abundancias al momento de su formación. El estudio de la evolución de estas estrellas, entonces, debe ser realizado teniendo en cuenta la diferente composición química inicial correspondiente a estos objetos de baja metalicidad. La reciente detección de enanas blancas de baja masa en cúmulos globulares nos ha llevado a estudiar la evolución de estos objetos cuando sus progenitores son estrellas con metalicidades iniciales menores que la solar. Estos cálculos son el objeto del presente capítulo.

Los resultados presentados en este capítulo pueden encontrarse en Serenelli, Althaus, Rohrmann & Benvenuto (2002).

5.1 Introducción

Durante los últimos años, las HeWDs han comenzado a ser detectadas en cúmulos abiertos y globulares (Anderson et al., 1997; Landsman et al., 1997; Edmonds et al., 1999). Más recientemente, Edmonds et al. (2001) han detectado ópticamente la HeWD compañera de un púlsar de milisegundo en el cúmulo globular (CG) 47 Tucanae. También, Taylor et al. (2001) han presentado evidencia observacional de la existencia de una secuencia de HeWDs en el CG NGC 6397. Una interpretación apropiada de las observaciones de HeWDs en los CGs requiere cálculos de secuencias evolutivas para metalicidades mucho más bajas que la metalicidad solar usualmente asumida en los modelos de estas estrellas. En este sentido, los presentes cálculos han sido diseñados para complementar el conjunto de cálculos evolutivos realizados para metalicidades solares (ver capítulos 3 y 4). En estos cálculos, además, se utiliza una versión actualizada del código de atmósferas, particularmente en lo que se refiere a la microfísica incluida. Esto nos permite presentar colores y magnitudes precisos para T_{eff} altas, donde los efectos de las opacidades por ensanchamiento de líneas no son despreciables. Además, los modelos iniciales de las HeWDs menos masivas han sido obtenidos mediante un tratamiento más detallado de las etapas de pérdida de masa que llevan a la formación de las HeWDs.

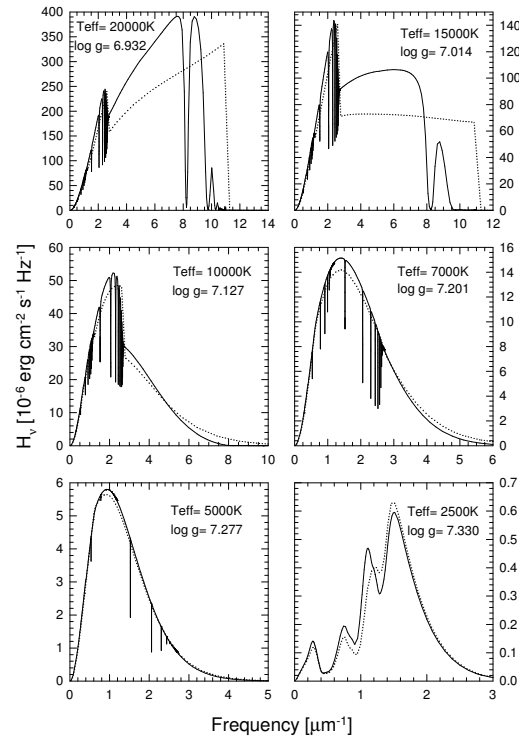


Figura 5.1: Espectro emergente para algunos modelos seleccionados de la secuencia de $0.280 M_{\odot}$ y $Z = 0.0002$. Las T_{eff} y las gravedades superficiales están indicadas en cada panel. Los modelos están caracterizados por envolturas de hidrógeno puro, resultantes de la difusión. Las líneas sólidas muestran los resultados del tratamiento mejorado incluyendo las opacidades de las líneas, modelo de gas no-ideal y opacidades CIA actualizadas. Las líneas de puntos indican los resultados obtenidos con la versión previa del modelo de atmósferas.

5.2 Modelos de atmósfera

Como se mencionó en el capítulo 4, el enfriamiento de las WDs es muy sensible al tratamiento de las condiciones de contorno externas. Por lo tanto, estas condiciones de contorno deben obtenerse a partir de un tratamiento detallado de la atmósfera de las WDs. Este es un aspecto importante en relación al enfriamiento de las HeWDs. Además, estos modelos atmosféricos permiten obtener una grilla de índices de color y magnitudes para nuestros modelos evolutivos. La estructura de los modelos atmosféricos está descrita en detalle en Rohrmann (2001). También, una descripción breve ha sido hecha en el capítulo 4. Un detalle de las mejoras introducidas en los presentes cálculos puede encontrarse en Rohrmann, Serenelli, Althaus & Benvenuto (2002), aquí presentamos una descripción breve de las mismas. Con respecto a los cálculos del capítulo 4, las principales diferencias son las siguientes. Las opacidades CIA debidas a las colisiones $\text{H}_2\text{-H}_2$, $\text{H}_2\text{-He}$, H-He están tomadas de Borysow, Jorgensen & Fu (2001); Jorgensen et al. (2000) y Gustafsson & Frommhold (2001), respectivamente. Las CIA representan una fuente de opacidad muy importante en el infrarrojo y dominan la forma del flujo emergente a bajas T_{eff} . Las constantes de calibración usadas fueron derivadas en base al flujo sintético del modelo de Vega ($T_{\text{eff}} = 9400\text{K}$, $\log g = 3.95$) calculado por Kurucz (1979).

La versión del código de atmósferas utilizada en estos cálculos presenta mejoras importantes, que nos han permitido obtener colores y magnitudes precisas para etapas evolutivas tempranas

y avanzadas en el enfriamiento de las HeWDs. Específicamente, las opacidades de las líneas de las series de Lyman, Balmer y Paschen, y las absorciones del pseudo-continuo han sido incluidas en los cálculos. También, los efectos no-ideales en el cálculo del equilibrio químico de gases mezcla de hidrógeno y helio son tenidos en cuenta a través del formalismo ocupacional de Hummer & Mihalas (1988) junto con una versión modificada de la simulación óptica de Däppen, Anderson & Mihalas (1987) para determinar las opacidades en gases no-ideales. Para más detalles referirse a Rohrmann, Serenelli, Althaus & Benvenuto (2002).

En la figura 5.1 se muestra el flujo emergente de nuestro modelo de HeWD de $0.280 M_{\odot}$ para algunos puntos seleccionados de su evolución. Las predicciones de los cálculos presentes se muestran en líneas sólidas y son comparadas con el tratamiento dado anteriormente (ver capítulo 4). Notar que a T_{eff} mayores que 7000K , las líneas de hidrógeno modifican fuertemente la forma de la distribución del flujo, de modo que es esperable que sus efectos sean notorios en los colores U y B. A bajas T_{eff} , el espectro emergente está dominado por las opacidades CIA, y la mayor parte de la radiación es forzada a emerger a frecuencias mayores en comparación a las predicciones del cuerpo negro. El resultado, ya mencionado en el capítulo 4, es que los colores infrarrojos presentan un turn-off pronunciado hacia el azul cuando la T_{eff} cae por debajo de $\approx 4000\text{K}$. Finalmente, notar que la distribución del flujo difiere un poco con respecto al tratamiento previo. Esto se debe en parte a la inclusión de los efectos no-ideales y al uso de las opacidades CIA actualizadas.

5.3 Modelos iniciales

La física constitutiva incorporada en el CEELP para los presentes cálculos es la misma que la utilizada en los cálculos presentados en los capítulos anteriores. Como se mencionó también en el capítulo 3, la estructura termomecánica de los modelos de HeWD no depende fuertemente de la manera en que la envoltura de hidrógeno es removida, y las perturbaciones introducidas se relajan antes de que el modelo ingrese en la rama de enfriamiento. Sin embargo, en el caso de los modelos menos masivos, donde las escalas temporales de la fase de pérdida de masa y de evolución del progenitor son comparables, el tratamiento de la pérdida de masa puede influir en la estructura de los modelos iniciales de HeWDs. Para considerar estas etapas de manera apropiada, el CEELP ha sido modificado para simular la evolución del progenitor de HeWD durante las fases de pérdida de masa de un modo adecuado.

Las HeWDs, y particularmente las de masa baja¹, son el resultado de la evolución de estrellas de masa baja en sistemas binarios cercanos. La pérdida de masa en estos sistemas ocurre cuando el progenitor de HeWD llena su lóbulo de Roche como resultado de su evolución. El CEELP ha sido modificado para que durante las etapas de pérdida de masa, la tasa de pérdida de masa se ajuste de manera que el radio de la estrella sea igual al del lóbulo de Roche r_L . Esto nos permite simular la evolución de la estrella y de la tasa de pérdida de masa de manera precisa durante la fase en que el progenitor de HeWD pierde su envoltura de hidrógeno. Es bien sabido, además, que el semieje de los sistemas binarios cambia con el tiempo debido a diversos efectos.

En vista de lo mencionado más arriba, es importante conocer la evolución temporal del lóbulo de Roche durante la evolución del progenitor. Para esto hemos considerado diversos mecanismos que producen cambios en el tamaño del lóbulo de Roche. Siguiendo a Eggleton

¹Castellani & Castellani (1993) encuentran que HeWDs masivas ($\approx 0.4 M_{\odot}$) pueden ser el resultado de la evolución de estrellas aisladas, donde la HeWD es el resultado de la pérdida de la envoltura de hidrógeno en progenitores de metalicidad baja por efectos de los vientos estelares

(1983), el radio del lóbulo de Roche está dado mediante la aproximación analítica

$$r_L = a \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}, \quad (5.1)$$

donde a es el semieje de la órbita y q es el cociente de masas de las componentes. Seguir la evolución temporal de r_L implica entonces seguir la evolución temporal del semieje a de la órbita. Para este fin, hemos asumido que la pérdida de masa del progenitor es completamente no-conservativa², es decir que toda la masa perdida por el progenitor de HeWD es perdida del sistema y además se lleva también todo su momento angular intrínseco. La formulación adoptada es la de Podsiadlowski, Joss & Hsu (1992)

$$\frac{\dot{J}_{ML}}{J} = \frac{M}{M_1 M_2} \dot{M}_1 \text{yr}^{-1}. \quad (5.2)$$

Aquí, J es el momento angular total, \dot{J}_{ML} su derivada temporal causada por la pérdida de masa y M la masa total del sistema. Los subíndices 1 y 2 se refieren al progenitor de HeWD y a la compañera respectivamente. Finalmente, \dot{M}_1 es la tasa de pérdida de masa del progenitor. También hemos incluido las pérdidas de momento angular por radiación de ondas gravitatorias (Landau & Lifshitz, 1971)

$$\frac{\dot{J}_{GR}}{J} = -8.5 \times 10^{-10} \frac{M_1 M_2 M}{a^4} \text{yr}^{-1} \quad (5.3)$$

que es una contribución importante a la pérdida de momento angular en binarias de períodos muy cortos. Finalmente, el frenado magnético que ocurre cuando se desarrolla una envoltura convectiva también ha sido incluido de acuerdo a Sarna, Ergma & Antipova (2000)

$$\frac{\dot{J}_{MB}}{J} = -3 \times 10^{-7} \frac{M^2 R_1^2}{M_1 M_2 a^5} \text{yr}^{-1}. \quad (5.4)$$

Para seguir la evolución temporal de J , integramos la ecuación

$$\frac{\dot{J}}{J} = \frac{\dot{J}_{ML}}{J} + \frac{\dot{J}_{GR}}{J} + \frac{\dot{J}_{MB}}{J} \quad (5.5)$$

y con la ayuda de la tercera ley de Kepler obtenemos finalmente a y por consiguiente r_L . El presente tratamiento para la pérdida de masa no es autoconsistente ya que la tasa de pérdida de masa no es incorporada como una nueva cantidad desconocida que debe ser calculada durante el procedimiento iterativo en el esquema de Henyey usado para resolver las ecuaciones de estructura estelar, sino que es fijada de antemano durante el calculo de un modelo evolutivo y una vez que éste convergió es recalculada para el modelo siguiente. Sin embargo, queremos recalcar que está más allá de nuestros objetivos analizar las propiedades (relaciones entre períodos inicial y final, masas, semiejes) de los sistemas binarios que llevan a la formación de sistemas binarios HeWD-púlsar de milisegundo, sino simplemente obtener modelos iniciales confiables para estudiar las propiedades de enfriamiento de las HeWDs como así también estudiar las propiedades fotométricas de estas estrellas.

Para estudiar los efectos de la metalicidad en la evolución de las HeWDs, hemos realizado dos conjuntos de cálculos evolutivos. En uno de ellos hemos considerado HeWDs provenientes

²Los comañeros de HeWDs son generalmente objetos compactos y cálculos detallados indican que en estos casos prácticamente toda la masa es perdida del sistema.

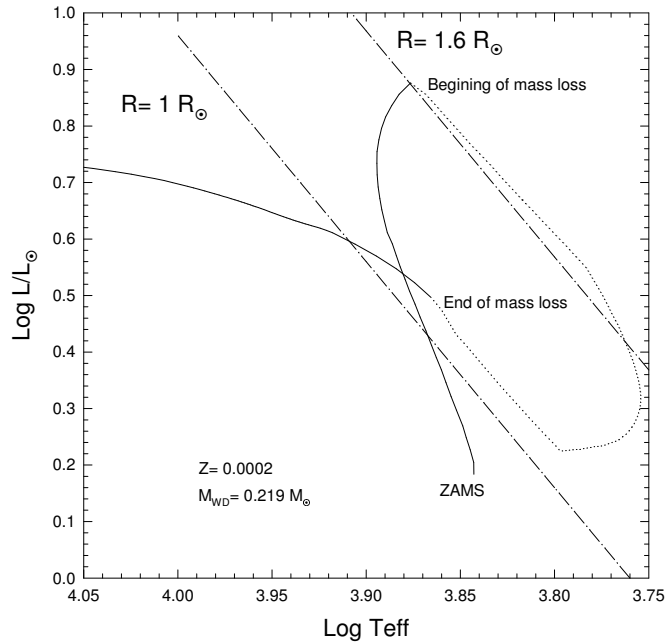


Figura 5.2: Diagrama Hertzsprung-Russell para el progenitor del modelo de HeWD de $0.219 M_{\odot}$ y $Z = 0.0002$. La línea de puntos indica la evolución durante la fase de pérdida de masa, que comienza cuando la estrella llena su lóbulo de Roche por primera vez a $R = 1.6 R_{\odot}$. Los semiejes inicial y final son 5.25 y $4.6 R_{\odot}$. Los períodos inicial y final son $0.9d$ en ambos casos.

de progenitores con $Z = 0.001$ y en el segundo de progenitores de $Z = 0.0002$ apropiados para medios muy pobres en metales. Estos valores de metalicidad han sido elegidos de modo tal que resulten representativos de las bajas metalicidades comunes entre los CGs. En el caso de $Z = 0.001$ los modelos de HeWD resultantes tienen $0.172, 0.183, 0.197, 0.230, 0.244, 0.300, 0.336, 0.380, 0.390, 0.422, 0.449 M_{\odot}$, y en el caso de $Z = 0.0002$ sus masas son $0.199, 0.209, 0.219, 0.225, 0.243, 0.266, 0.280, 0.300, 0.319 M_{\odot}$.

Los modelos iniciales se han calculado de dos maneras diferentes. Si la pérdida de masa comienza cuando el progenitor se encuentra en la rama de las gigantes rojas, entonces se sigue el mismo procedimiento empleado en los modelos usados en el capítulo 3, es decir, la tasa de pérdida de masa es fijada ad-hoc. Cuando la pérdida de masa comienza antes de que la estrella alcance la rama de las gigantes, es decir, inmediatamente después de dejar la secuencia principal, empleamos el método descrito aquí. De este modo, los modelos iniciales para las secuencias menos masivas que $0.2 M_{\odot}$ para $Z = 0.001$, y menos que $0.23 M_{\odot}$ en el caso de $Z = 0.0002$ fueron obtenidos según el procedimiento descrito aquí. En todos los casos se supuso que el progenitor es una estrella de $1 M_{\odot}$ compañera de un objeto de $1.4 M_{\odot}$, masa representativa de la de un púlsar. Para ilustrar los resultados, mostramos el track evolutivo del progenitor de $0.219 M_{\odot}$ y $Z = 0.0002$ en la figura 5.2. Notar que al comienzo de la fase de pérdida de masa la evolución ocurre a radio casi constante. La desviación hacia radios ligeramente mayores se debe a que el semieje aumenta ligeramente como resultado de la pérdida de masa por parte de la componente menos masiva del sistema. A medida que la evolución prosigue, la estrella desarrolla una envoltura convectiva por lo que el frenado magnético comienza a jugar un rol preponderante y la órbita (y por lo tanto el lóbulo de Roche) comienza a estrecharse. Durante

la fase final de pérdida de masa, la evolución nuevamente ocurre a radio casi constante hasta que finalmente la envoltura se contrae dentro del lóbulo de Roche finalizando así la pérdida de masa. En la tabla 5.3 se listan las principales características para algunos de los progenitores de HeWD menos masivos. Para un modelo de HeWD dado, listamos la metalicidad, la abundancia superficial de hidrógeno al final de la pérdida de masa y los períodos y semiejes inicial y final. Los resultados están en buen acuerdo con los obtenidos mediante un tratamiento auto-consistente de la pérdida de masa (Sarna, Ergma & Antipova, 2000).

Table 5.1: Principales características de algunos modelos pre-WD de baja masa.

$M_f [M_\odot]$	Z	X_s	$P_i [d]$	$a_i [R_\odot]$	$P_f [d]$	$a_f [R_\odot]$
0.199	0.0002	0.390	0.70	4.44	0.36	2.47
0.219	0.0002	0.435	0.90	5.25	0.90	4.60
0.172	0.001	0.357	0.95	5.44	0.26	1.96
0.183	0.001	0.391	1.02	5.71	0.43	2.79
0.197	0.001	0.426	1.05	5.82	0.85	4.40

5.4 Resultados

Cualitativamente, la evolución de las HeWDs con progenitores de baja metalicidad no es marcadamente diferente del caso de HeWDs con progenitores de metalicidad solar (resultados del capítulo 3). En efecto, en el caso de HeWDs de baja metalicidad encontramos que los objetos con masas por encima de cierto valor límite experimentan varios episodios de flashes termonucleares que afectan su historia de enfriamiento posterior. Sin embargo, el contenido de metales de las HeWD juega un papel importante en su evolución, en particular con respecto la ocurrencia y las características de los flashes de hidrógeno vía el ciclo CNO (nos referiremos a ellos simplemente como flashes CNO, para diferenciarlos de los flashes que ocurren vía la cadena protón-protón, que denominaremos flashes PP). En términos generales, los flashes de CNO son menos intensos cuanto menor es la metalicidad de la estrella. Esta es la razón por la cual los loops en el HRD inducidos por los flashes de CNO son marcadamente menos extendidos en el caso de los modelos de metalicidad más baja. En las figuras 5.3 y 5.4 se muestran los tracks evolutivos en el HRD para algunas de las secuencias de $Z = 0.0002$ y $Z = 0.001$ respectivamente. Es importante mencionar que la masa límite para la ocurrencia de los flashes de CNO depende de la metalicidad asumida para los modelos. Específicamente, para $Z = 0.001$ y $Z = 0.0002$ encontramos que esta masa límite (M_{th}) es $M_{th} \approx 0.22$ y $0.26 M_\odot$ respectivamente (tener en cuenta que en el caso de metalicidad solar $M_{th} \approx 0.18 M_\odot$; ver capítulo 3). Los modelos menos masivos que M_{th} , entonces, no sufren flashes nucleares de CNO. Con respecto a la masa máxima para la cual ocurren estos flashes, nuestro modelo más masivo con $Z = 0.0002$ tiene $0.319 M_\odot$ y es inestable, mientras que en el caso de $Z = 0.001$, encontramos flashes de CNO en el modelo de $0.422 M_\odot$ pero no en el de $0.449 M_\odot$. El rango de masas en el cual los flashes nucleares tienen lugar es dependiente del hecho que la difusión se considerada o no en los cálculos, como se encontró previamente en los modelos de metalicidad solar (capítulo 3). Por ejemplo, en el caso de $Z = 0.0002$ sólo los modelos de 0.280 , 0.300 y $0.319 M_\odot$ sufren flashes de CNO cuando la difusión no es tomada en cuenta en los cálculos. Para el otro valor de metalicidad considerado, $Z = 0.001$, los modelos en el rango entre 0.24 y $0.35 M_\odot$ aproximadamente sufren estas

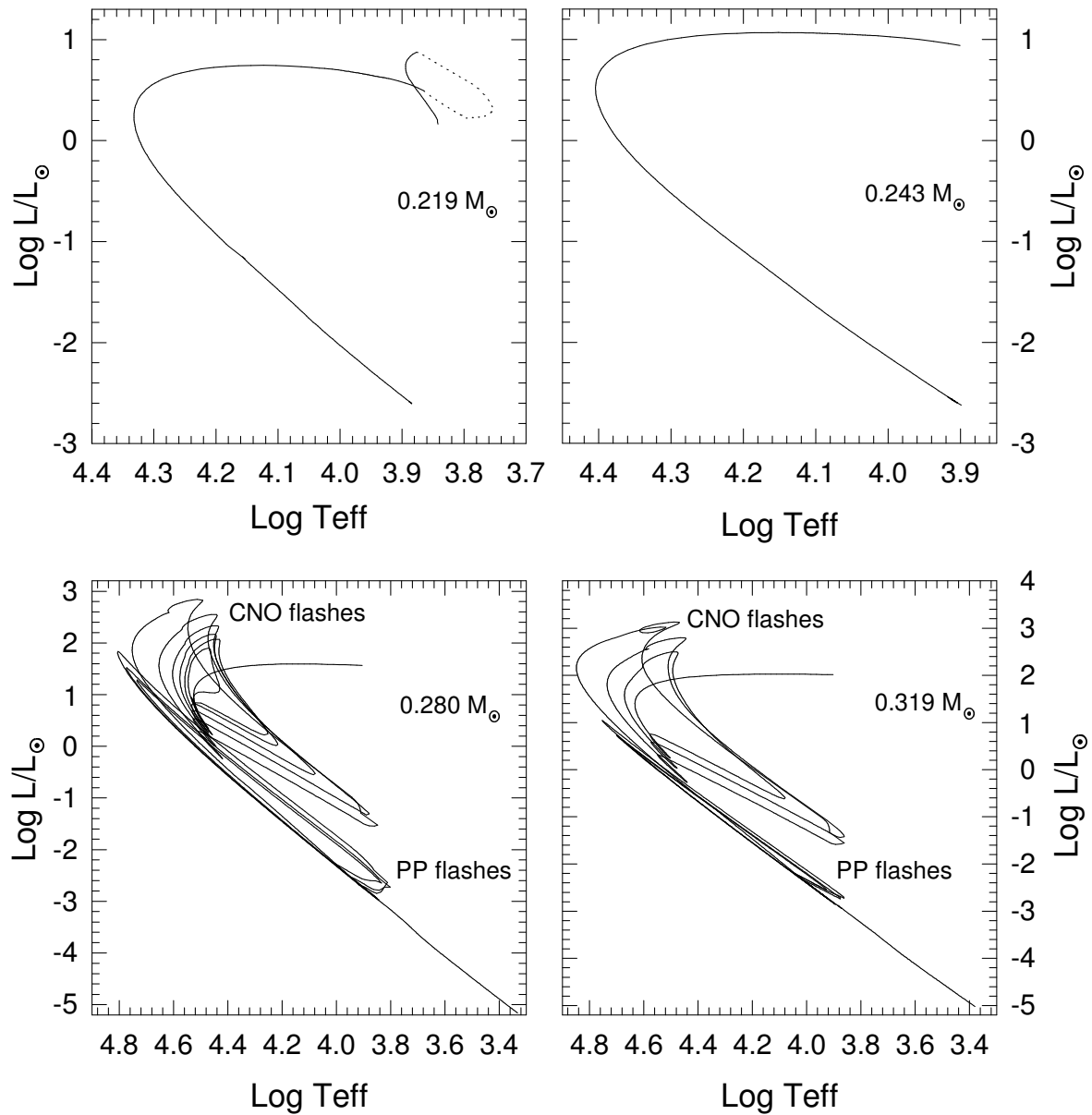


Figura 5.3: Tracks evolutivos en el HRD para algunas masas seleccionadas de nuestra grilla de modelos de HeWDs para $Z = 0.0002$. Las masas están indicadas en los gráficos. Para el modelo de $0.219 M_{\odot}$, se muestra también la evolución pre-WD (como en la figura 5.2). En los modelos de 0.219 y $0.243 M_{\odot}$ no ocurren flashes termonucleares. Sin embargo, los modelos de 0.280 y $0.319 M_{\odot}$ sufren algunos flashes de hidrógeno dominados por el ciclo CNO, apenas finalizada la evolución pre-WD. Estos flashes se manifiestan en el HRD como moderadas excursiones hacia el rojo. Después de estos flashes los modelos se enfrían pero cuando la T_{eff} alcanza aproximadamente 8000K otra secuencia de flashes tiene lugar, aunque en este caso completamente dominada por la combustión del hidrógeno vía la cadena protón-protón. En el HRD, estos modelos evolucionan hacia arriba y hacia abajo con radio casi constante.

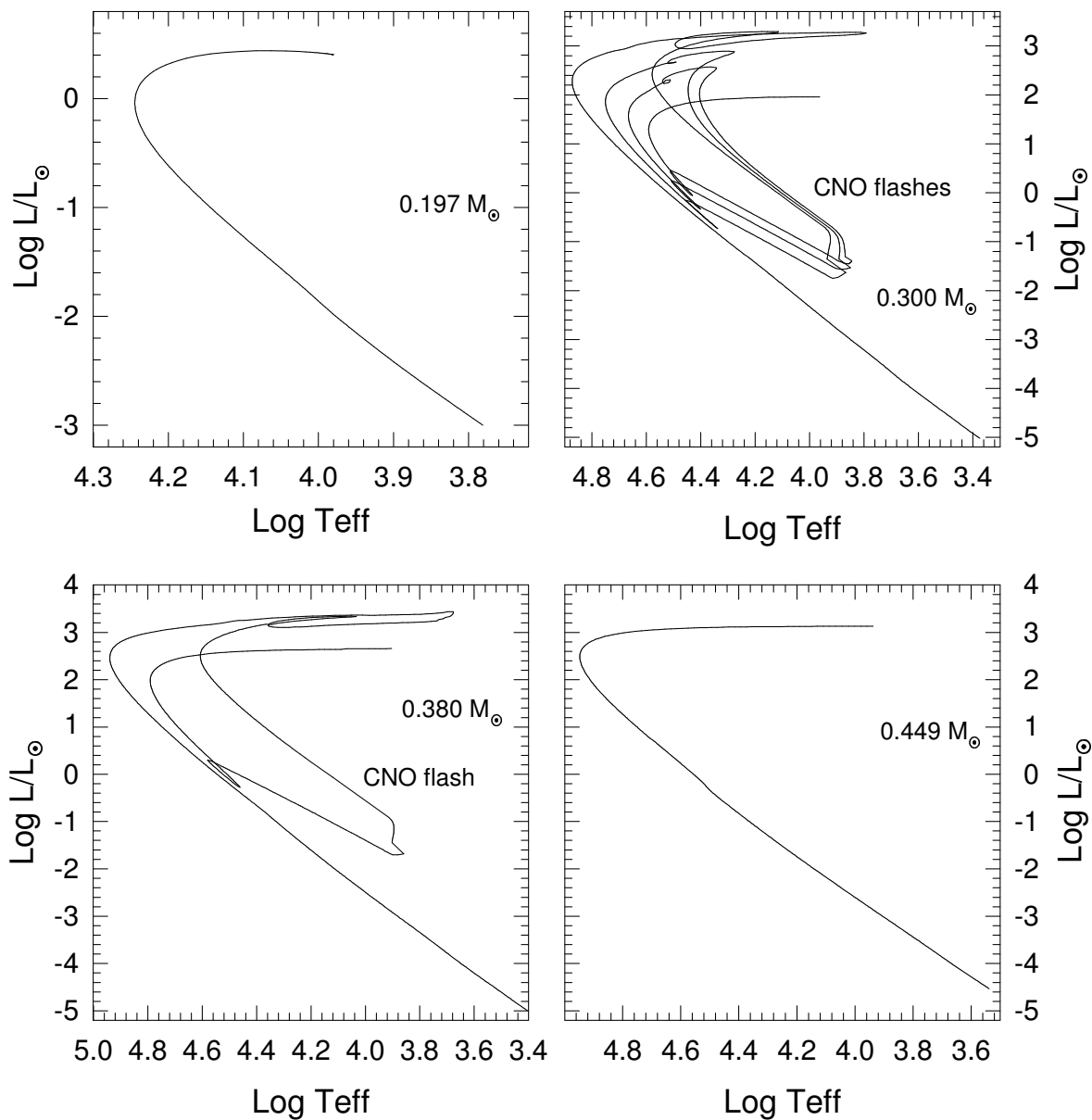


Figura 5.4: Tracks evolutivos en el HRD para algunas masas seleccionadas de nuestra grilla de modelos de HeWDs para $Z = 0.001$. El modelo menos masivos que se muestra no sufre ningún flash termonuclear y se enfría muy lentamente por efectos de la combustión nuclear residual, que es la principal fuente de energía de la estrella. Para valores intermedios de la masa estelar, representados aquí por el modelo de $0.244 M_{\odot}$, la difusión de elementos induce la ocurrencia de varios flashes nucleares dominados por la combustión vía el ciclo CNO. Para masas mayores el número de flashes CNO disminuye ($0.380 M_{\odot}$) y finalmente para el mayor valor de la masa no encontramos ningún flash termonuclear ($0.449 M_{\odot}$).

inestabilidades termonucleares.

Una característica que encontramos en nuestros cálculos es la existencia de inestabilidades térmicas en los modelos con $Z = 0.0002$ en etapas más avanzadas de la evolución que aquellas en las que ocurren los flashes de CNO. Estas inestabilidades están relacionadas con la combustión del hidrógeno de manera inestable vía las cadenas protón-protón (PP) que dominan la combustión del hidrógeno a edades avanzadas. La existencia de estos flashes PP puede entenderse en función de la envoltura más gruesa de hidrógeno que caracteriza a los modelos de tan baja metalicidad. Esto es el resultado de que la combustión previa vía el ciclo CNO es deficiente debido al bajo contenido de metales de la envoltura de la estrella durante la evolución pre-WD así como durante los flashes CNO. Después de la ocurrencia de los flashes CNO, la extensión radial del límite externo de la región donde ocurre la combustión del hidrógeno va disminuyendo a medida que la evolución de la estrella prosigue. Al mismo tiempo, algo del hidrógeno se difunde hacia el interior estelar por efectos de la difusión química, alcanzando regiones más calientes. Cuando el shell que se está quemando se vuelve lo suficientemente delgado, la combustión nuclear se torna inestable, de acuerdo a lo predicho por el criterio de inestabilidad de Kippenhahn & Weigert (1990) (ver Driebe et al., 1999 para una aplicación de este criterio en el contexto de los flashes de CNO en HeWDs)

$$C^* = C_P \left(1 - \frac{4\nabla_{ad}\delta}{4\alpha - \frac{R_{shell}}{D}} \right) > 0 \quad (5.6)$$

donde C_* y C_P son los calores específicos gravotérmicos y a presión constante respectivamente, ∇_{ad} es el gradiente adiabático, $\alpha = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln P} \right)_T$, $\delta = - \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P$, R_{shell} es la coordenada radial del shell y D su extensión radial (definida como el punto donde la liberación de energía nuclear cae por debajo de 0.001 veces de su valor máximo). En nuestros cálculos encontramos que este criterio es satisfecho por nuestros modelos al comienzo de los flashes de PP. Esto se debe a los valores grandes alcanzados por la cantidad R_{shell}/D , que excede 10 al comienzo de los flashes, mientras que α y δ valen cerca de 0.85 y 0.6 respectivamente.

Los flashes PP difieren de los de CNO en algunos aspectos. Por ejemplo, en la mayor parte de los casos los flashes de PP son menos intensos que los de CNO y durante los episodios de flash la mezcla convectiva de las capas externas de la estrella ocurre en menos casos con respecto a los flashes de CNO. Una característica interesante de estos flashes es que una vez que el flash se inicia, la estrella es forzada a moverse en el diagrama HR siguiendo líneas de radio casi constante, cercanas al track de enfriamiento. También, durante estos flashes la cantidad de hidrógeno total de la estrella es apenas reducida con el resultado que la estrella experimenta en general varios flashes nucleares de este tipo. En las secuencias con $Z = 0.001$ sólo aquellos modelos que no sufren flashes CNO experimentan flashes PP, pero estos ocurren a edades extremadamente altas. Todas nuestras secuencias de $Z = 0.0002$ están caracterizadas por flashes PP aún cuando hayan experimentado flashes CNO previamente. El punto importante para enfatizar es que los flashes PP son inducidos por la difusión química que opera difundiendo hacia el interior de la estrella la cola de la distribución de hidrógeno en la base de la envoltura, a regiones suficientemente calientes como para que el hidrógeno se encienda. Excepto para los modelos menos masivos ($M \leq 0.25 M_\odot$), los flashes PP en las secuencias con $Z = 0.0002$ tienen lugar entre 2 y 4 Gyr después del fin de la etapa de pérdida de masa pre-WD. En general, cuanto más masivo es el modelo, antes en su vida se producen los flashes de PP. Es importante

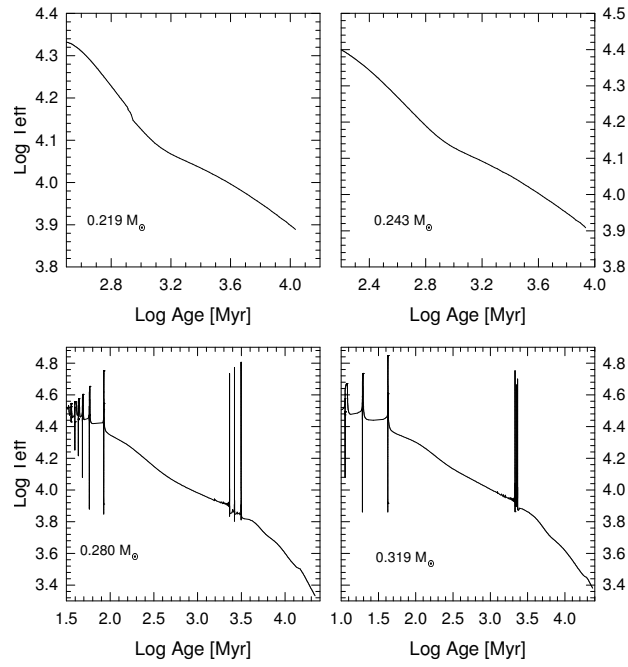


Figura 5.5: T_{eff} como función de la edad para las mismas secuencias que en la figura 5.3. En los modelos más masivos, los picos corresponden a los estados evolutivos durante los episodios de flash. Es claro que los modelos que experimentan estos flashes alcanzan T_{eff} muy bajas en menos de 15 Gyr.

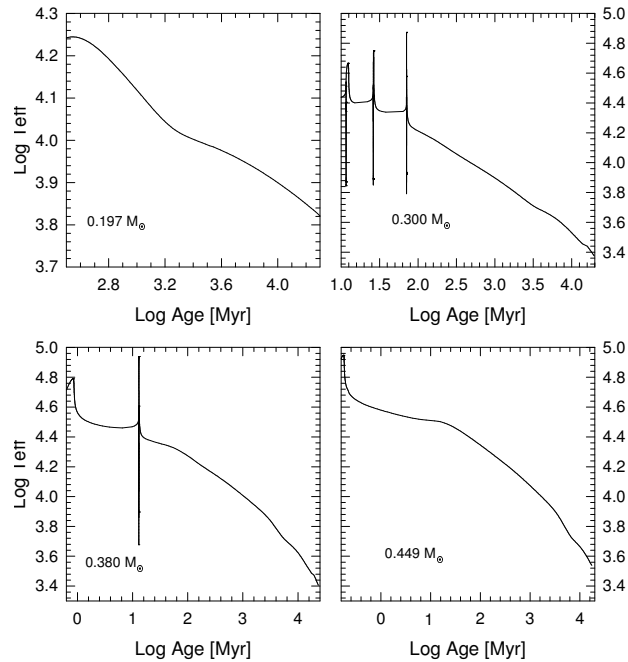


Figura 5.6: T_{eff} como función de la edad para las mismas secuencias que en la figura 5.4. Los picos corresponden a los estados evolutivos durante los episodios de flash. Igual que en la figura 5.6, los modelos caracterizados por la ocurrencia de flashes alcanzan T_{eff} muy bajas en menos de 15 Gyr. La secuencia de $0.449 M_{\odot}$ tiene escalas de tiempo de enfriamiento cortas aún en ausencia de flashes nucleares.

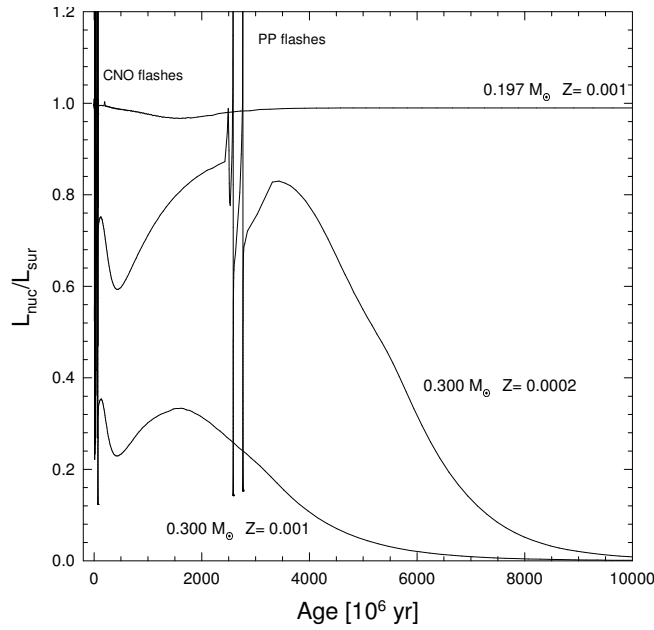


Figura 5.7: Luminosidad por combustión del hidrógeno en términos de la luminosidad superficial como función de la edad para nuestros modelos de $0.197 M_{\odot}$ ($Z = 0.001$) y $0.300 M_{\odot}$ ($Z = 0.001$ y $Z = 0.0002$). Notar que para la masa más baja, la ausencia de flashes termonucleares hace que la luminosidad superficial se deba casi exclusivamente a la producida por la combustión estable del hidrógeno. En contraste, para modelos más masivos, la combustión estable que sigue a los episodios de flash contribuye sólo parcialmente a la reserva energética de la estrella. Notar también que cuando la metalicidad es mayor, la contribución de la combustión residual del hidrógeno resulta menos importante.

remarcar que la ocurrencia de estos flashes se restringe a los modelos de baja metalicidad ya que ningún modelo de metalicidad solar (capítulo 3) los experimenta, y en el caso de $Z = 0.001$ sólo los modelos de 0.172 y $0.183 M_{\odot}$ lo hacen.

En las figuras 5.5 y 5.6 se muestra la T_{eff} como función de la edad de enfriamiento para las mismas secuencias que en las figuras 5.3 y 5.4 respectivamente. Notar que la ausencia de flashes CNO en los modelos menos masivos conduce a una velocidad evolutiva lenta durante el enfriamiento de la estrella y por lo tanto a edades grandes. Esto resulta así porque la combustión del hidrógeno vía PP es una fuente muy importante de energía para estos modelos durante casi toda su evolución. Por el contrario, la existencia de flashes CNO reduce notablemente la envoltura de hidrógeno de los modelos de manera que la combustión estable del hidrógeno durante el enfriamiento de los modelos resulta despreciable como fuente de energía. De acuerdo con esto, estos modelos están caracterizados por escalas evolutivas cortas. Esta dicotomía en las edades de enfriamiento entre los modelos que sufren flashes CNO y los modelos que no los sufren tiene las mismas características que los encontrados para modelos de HeWD de metalicidad solar (ver capítulo 3). Sin embargo, hay que notar que esta dicotomía es menos marcada en los modelos con muy bajo contenido de metales. Para poner esta afirmación en números, mencionemos que para alcanzar un valor de $T_{\text{eff}} = 8000\text{K}$, los modelos con 0.219 , 0.243 , 0.280 y $0.319 M_{\odot}$ ($Z = 0.0002$) necesitan alrededor de 10, 8.7, 3.1 y 2.3 Gyr respectivamente. En el caso de $Z = 0.001$, los modelos con 0.197 , 0.300 , 0.319 y $0.449 M_{\odot}$ necesitan unos 10, 1, 2.2 y 3.1 Gyr respectivamente. La dependencia de la historia del enfriamiento con la metalicidad de

los modelos puede entenderse mediante una inspección de la figura 5.7 en la cual se muestra la dependencia temporal de la luminosidad por combustión del hidrógeno de las secuencias de $0.300 M_{\odot}$ y $Z = 0.001$ y $Z = 0.0002$. En el caso de $Z = 0.001$, la combustión estable vía PP alcanza una contribución máxima del 35% después de 1.5 Gyr de haber ocurrido los flashes CNO. Después de alcanzar esta máximo, la combustión nuclear se vuelve menos importante a medida que la evolución continúa. Por ejemplo, a los 4 Gyr, sólo contribuye con menos del 10% a la luminosidad estelar. En contraste, en el caso de la secuencia con $Z = 0.0002$, la combustión nuclear estable contribuye apreciablemente aún para edades de alrededor de 6 Gyr. Después de los flashes de CNO, esta contribución a la luminosidad superficial de la estrella es mayor al 60% durante los primeros 5 Gyr. Esta contribución cae bastante abruptamente en las etapas sucesivas de la evolución, alcanzando un 10% a los 7 Gyr. Con respecto a esta figura, mencionemos también que se ha incluido la secuencia de $0.197 M_{\odot}$ y $Z = 0.001$ que no sufre episodios de flash. En este caso la luminosidad de la estrella está completamente soportada por la combustión estable del hidrógeno durante toda la rama de enfriamiento como puede verse en la figura 5.7.

En las figuras 5.8 y 5.9 se muestran las isocronas para algunas edades seleccionadas en el plano masa- T_{eff} para nuestras secuencias evolutivas de HeWDs de $Z = 0.001$ y $Z = 0.0002$ respectivamente. Notar que en los valores M_{th} respectivos, los gráficos de isocronas muestran una discontinuidad pronunciada. Esto no resulta sorprendente en vista de la dicotomía en las edades discutida previamente. El gráfico correspondiente a las secuencias $Z = 0.001$ es muy similar al de los modelos con un contenido de metales solar (Althaus, Serenelli & Benvenuto, 2001b). Esto es particularmente cierto con respecto a la existencia de una dicotomía en las edades en $M_{\text{th}} \approx 0.22 M_{\odot}$ para este caso. Creemos que futuras observaciones de WDs de baja masa con púlsares de milisegundo como compañeros formadas en medios de baja metalicidad podrán, eventualmente, poner una base observacional para nuestras predicciones teóricas³. Otra característica notoria de la figura 5.8 es la existencia de un máximo local en las isocronas en las secuencias de 0.380 y $0.390 M_{\odot}$. Este comportamiento es el resultado del rol jugado por la combustión estable del hidrógeno vía PP después de los flashes CNO. Específicamente, los modelos de 0.380 y $0.390 M_{\odot}$ experimentan sólo un flash de CNO pues la envoltura remanente es demasiado delgada como para que otro flash CNO ocurra. Sin embargo, las envolturas son lo suficientemente gruesas como para mantener una liberación de energía nuclear apreciable, enlenteciendo de esta manera la evolución de estos objetos durante las etapas intermedias de su evolución. Finalmente, notar el aumento de la T_{eff} para una edad fija para la secuencia más masiva, que no sufre ningún flash termonuclear, lo que resulta en edades comparativamente grandes. La situación en el caso de las secuencias con $Z = 0.0002$ es cualitativamente similar, aunque la dicotomía en las edades es menos marcada que en el caso previo y está localizada entre $0.25 - 0.26 M_{\odot}$. Como se explicó previamente, esto es el resultado de que en este caso, durante los flashes CNO, las reacciones de este ciclo son menos eficientes que para metalicidades más altas por lo que la envoltura de hidrógeno no es drásticamente consumida.

La evolución de nuestros modelos en el diagrama color-magnitud (CMD) se ilustra en la figura 5.10, que muestra la magnitud visual absoluta M_V para nuestros modelos como función de los índices de color $U - V$ y $V - I$. Notar que los modelos que sufren flashes CNO muestran un turn-off en el índice de color $V - I$ a $M_V \approx 16$ y $V - I \approx 1.4$. Este turn-off, que resulta de la fuerte influencia de las opacidades CIA del hidrógeno molecular, es alcanzado en menos de 15 Gyr, principalmente por los modelos con $Z = 0.001$. Después de alcanzar el turn-off,

³Un soporte tentativo para la existencia de la dicotomía en las edades está dado por las HeWDs de campo compañeras de PSR B1855+09, PSR J0437-4715 y PSR J1012+5307.

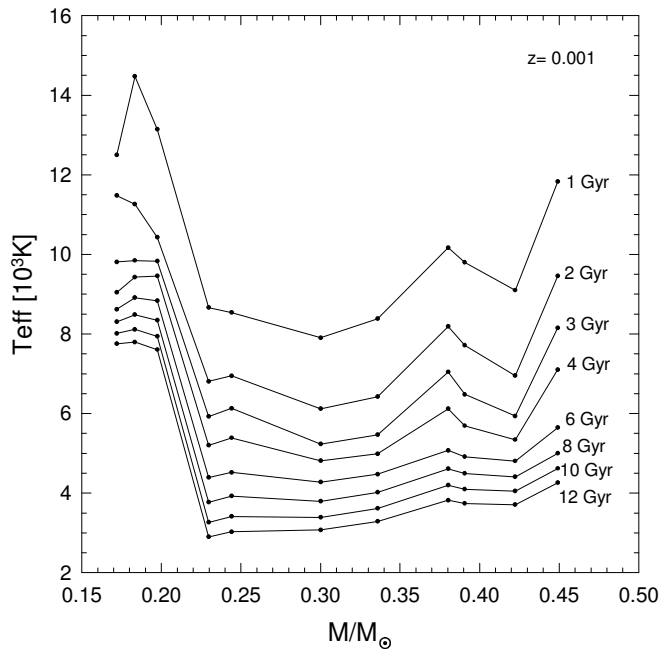


Figura 5.8: Isocronas para nuestras secuencias de HeWDs de $Z = 0.001$. La caída abrupta que muestran en el rango $0.20 - 0.22 M_{\odot}$ es consecuencia de la existencia de una masa límite para la ocurrencia de los flashes de CNO. Edades mucho más cortas resultan si la masa del modelo es mayor que la de la masa límite. El máximo local en T_{eff} que se exhibe en $\approx 0.380 M_{\odot}$ está relacionado con el aumento en la eficiencia de la combustión nuclear estable vía PP a edades bajas.

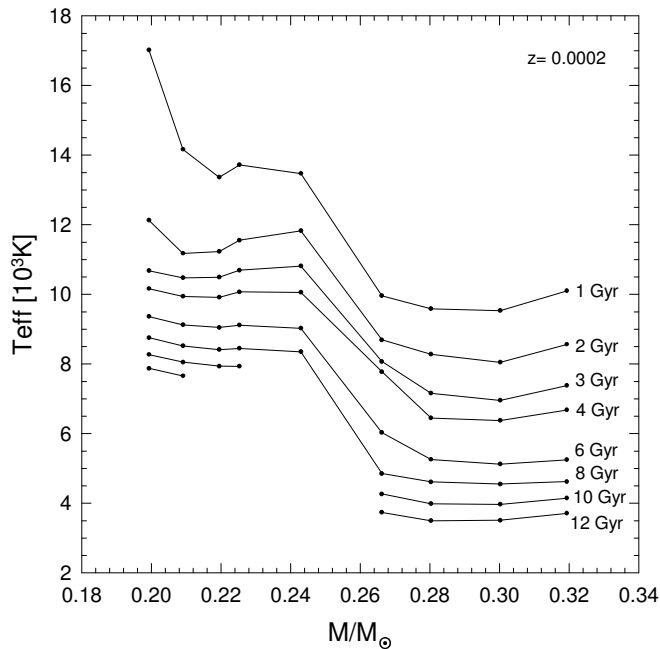


Figura 5.9: Igual que en la figura 5.8 pero para el caso de $Z = 0.0002$. Aquí las isocronas no exhiben una caída tan pronunciada como en el caso de los modelos de $Z = 0.001$. Para los modelos que no sufren flashes de CNO, los cálculos fueron detenidos antes de que los flashes de PP comiencen y por lo tanto, algunos modelos de masas bajas no han alcanzado los 10 Gyr de edad.

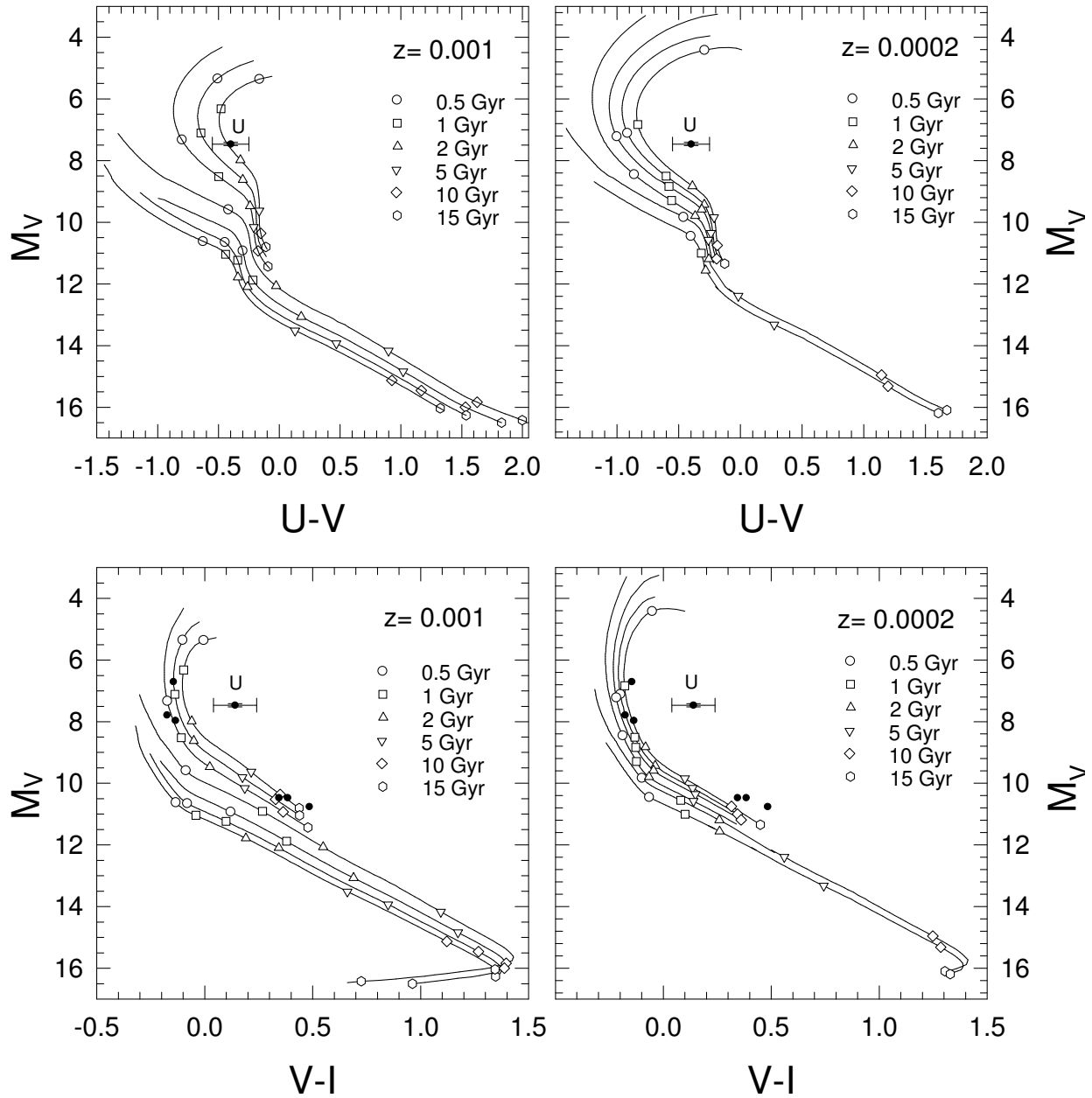


Figura 5.10: Magnitud visual absoluta en términos de los índices de color $U - V$ (paneles superiores) y $V - I$ (paneles inferiores) para los modelos de HeWD de 0.172, 0.183, 0.197, 0.230, 0.300, 0.380 y 0.449 M_{\odot} en el caso de $Z = 0.001$, y 0.199, 0.209, 0.219, 0.243, 0.266 y 0.319 M_{\odot} en el de $Z = 0.0002$. Los símbolos a lo largo de las curvas denotan las edades de enfriamiento. Además, se incluyen los datos observacionales para la HeWD en 47 Tucanae (Edmonds et al., 2001, denotada “U”) y las seis candidatas a HeWD en NGC 6397 reportadas por Taylor et al. (2001, círculos llenos).

los modelos permanecen más brillantes que $M_V \approx 17$ durante las etapas posteriores de enfriamiento. Un comportamiento análogo fue encontrado para modelos de HeWD de metalicidad solar (capítulo 4), aunque en ese caso las HeWDs de hasta $\approx 0.19 M_\odot$ alcanzan valores de la magnitud tan grandes.

En la figura 5.10 también hemos incluido las observaciones recientes de Taylor et al. (2001) y Edmonds et al. (2001) de las candidatas a HeWDs detectadas en NGC 6397 y 47 Tucanae, respectivamente. Para NGC 6397 hemos adoptado el módulo de distancia $(m - M)_V = 12.29$ y un enrojecimiento $E(B - V) = 0.18$ (Cool et al., 1998). En el caso de 47 Tucanae fueron usados los valores $(m - M)_V = 13.39$ y $E(B - V) = 0.055$ (Zoccali et al., 2001) para transformar a magnitudes absolutas y para desenrojecer los índices de color. En ambos casos, se aplicaron las leyes de extinción de Holtzman et al. (1995). Consideremos primero las candidatas a HeWD de NGC 6397. Dada la metalicidad de este CG ($\text{Fe}/\text{H} = -1.82$]; Anthony-Twarog & Twarog 2000), nuestras secuencias de $Z = 0.0002$ son apropiadas para una comparación directa con las observaciones. Notar que las seis candidatas pueden separarse en dos grupos de tres estrellas cada uno. En particular, para las tres estrellas más brillantes nuestros modelos evolutivos ajustan muy bien la secuencia observada. Encontramos que tales estrellas, en caso de ser HeWDs, estarían caracterizadas por valores de masa estelar entre 0.20 y $0.22 M_\odot$, que está por debajo del valor M_{th} para la ocurrencia de flashes CNO. Con respecto a la determinación de sus edades, encontramos que tienen entre 0.5 y 1.5 Gyr. En contraste, las tres estrellas menos brillantes parecen tener radios mayores incluso que nuestro modelo menos masivo ($\approx 0.20 M_\odot$), como resulta claro de la figura 5.10. Queremos señalar que en base al algoritmo de pérdida de masa que hemos implementado encontramos un valor mínimo posible para la HeWD remanente cercano a $0.2 M_\odot$ para progenitores con $Z = 0.0002$. Para revisar este punto, hemos realizado cálculos adicionales de modelos pre-WD variando la configuración inicial del sistema binario y en ningún caso hemos obtenido HeWD remanentes menos masivas que $0.195 M_\odot$. Se han realizado pruebas también cambiando el esquema de pérdida de masa, adoptando el propuesto por Ritter (1988) y el resultado encontrado ha sido el mismo. En este contexto, es importante destacar que Burderi, D'Antona & Burgay (2002) encuentran también una masa mínima límite para el objeto remanente cercana a $\approx 0.2 M_\odot$. Burderi, D'Antona & Burgay (2002) también encuentran que sus modelos tienen radios demasiado pequeños para ajustar estas observaciones. Sin embargo, hay que mencionar que nuestros modelos son menos compactos que los de Burderi, D'Antona & Burgay (2002). Creemos que la diferencia puede deberse a que en nuestros modelos la sedimentación gravitatoria lleva a la formación de envolturas de hidrógeno puro (ver el capítulo 3 en relación a cómo la sedimentación gravitatoria afecta las relaciones masa-radio), mientras que este efecto parece no estar considerado en los cálculos de Burderi, D'Antona & Burgay (2002). Por este motivo, la discrepancia entre las observaciones y los cálculos teóricos es menor en el caso de nuestros modelos evolutivos. Otro punto importante en relación con estas tres estrellas son las estimaciones de sus edades. Nuestra secuencia menos masiva da para estas estrellas edades entre 10 y 15 Gyr. Si tomamos en cuenta el tiempo transcurrido durante la evolución pre-WD (que es de entre 6 y 7 Gyr para un progenitor de $1 M_\odot$), entonces la edad de estas estrellas estaría entre 16 y 21 Gyr, mayor que la edad del cúmulo, que es 12 ± 0.8 Gyr (Anthony-Twarog & Twarog, 2000). Esto sugiere que los progenitores de estas candidatas a HeWD deberían haber sido más masivos que $1 M_\odot$, para tener edades evolutivas pre-WD más cortas. Para explorar esta posibilidad, hemos realizado cálculos adicionales con nuestra prescripción para la pérdida de masa durante la evolución binaria. Hemos supuesto que el progenitor de HeWD tiene $1.4 M_\odot$ y una compañera de la misma masa, y un período inicial de 0.5 días. En este caso encontramos que la evolución pre-WD dura unos 3 Gyr y la masa de la HeWD remanente

tiene $0.195 M_{\odot}$. Esta posibilidad alivia la discrepancia entre las edades del cúmulo y las tres candidatas a HeWD más débiles en NGC 6397. En este sentido, un estudio extensivo de la naturaleza de los sistemas binarios que llevan a la formación de HeWDs, particularmente para progenitores de baja metalicidad, es necesario para presentar conclusiones al respecto.

Con relación a la candidata a HeWD en el CG 47 Tucanae, encontramos que nuestras secuencias evolutivas con $Z = 0.001$, un valor de metalicidad no muy diferente de aquél del cúmulo ($[Fe/H=-0.76]$), dan un buen acuerdo con las observaciones para el índice de color $U - V$. en particular, derivamos para la WD una masa de $\approx 0.17 M_{\odot}$ y una edad de enfriamiento alrededor de 1.5 Gyr. Esta edad es consistente con los 2 Gyr correspondientes a la edad de spin-down del púlsar de milisegundo del cual esta WD es compañera (ver Edmonds et al. 2001 y referencias en ese artículo). Notar que, en lo que al índice $V - I$ respecta, no encontramos acuerdo entre nuestras secuencias y la observación. En efecto, nuestros modelos aparecen demasiado lejos hacia el azul. Un valor menor de la masa ($\approx 0.15 - 0.16 M_{\odot}$) sería necesario para obtener acuerdo con la observación del índice $V - I$. En el caso de $Z = 0.0002$ y para las masas estelares cubiertas por nuestras secuencias no encontramos acuerdo para ninguna de las masas.

Finalmente, en las tablas 5.3 y 5.2 listamos las características principales de algunos modelos seleccionados para nuestras secuencias de HeWD de $Z = 0.0002$ y $Z = 0.001$, respectivamente.

Table 5.2: Modelos seleccionados de nuestras secuencias de $0.199, 0.243$ y $0.300 M_{\odot}$ para $Z = 0.0002$.

M_*/M_{\odot}	T_{eff}	$Log(g)$	$Edad(\text{Gyr})$	U-B	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.199	8920	4.3218	0.295	-0.09	0.10	0.04	0.12	0.06	0.07	-0.09	-0.09	4.41
0.199	10780	4.5281	0.494	-0.24	-0.05	-0.03	-0.20	-0.02	0.02	-0.10	-0.40	4.42
0.199	14220	5.0085	0.683	-0.52	-0.13	-0.07	-0.45	-0.07	-0.02	-0.12	-1.08	5.09
0.199	16150	5.3500	0.791	-0.64	-0.15	-0.08	-0.54	-0.09	-0.04	-0.13	-1.41	5.72
0.199	16880	5.5465	0.861	-0.68	-0.16	-0.08	-0.57	-0.10	-0.04	-0.13	-1.52	6.14
0.199	17110	5.6901	0.924	-0.69	-0.15	-0.08	-0.58	-0.10	-0.04	-0.13	-1.56	6.47
0.199	16810	5.9008	1.054	-0.68	-0.14	-0.08	-0.56	-0.10	-0.04	-0.13	-1.51	7.03
0.199	16430	5.9817	1.124	-0.66	-0.13	-0.08	-0.55	-0.09	-0.04	-0.13	-1.45	7.27
0.199	15960	6.0522	1.201	-0.64	-0.12	-0.08	-0.53	-0.09	-0.03	-0.13	-1.37	7.49
0.199	15430	6.1141	1.283	-0.61	-0.11	-0.07	-0.50	-0.08	-0.03	-0.12	-1.28	7.71
0.199	14870	6.1704	1.375	-0.58	-0.09	-0.07	-0.47	-0.08	-0.02	-0.12	-1.19	7.91
0.199	14280	6.2219	1.478	-0.54	-0.08	-0.07	-0.45	-0.07	-0.02	-0.12	-1.08	8.11
0.199	13700	6.2699	1.594	-0.51	-0.06	-0.06	-0.41	-0.06	-0.01	-0.12	-0.97	8.30
0.199	13110	6.3151	1.725	-0.47	-0.04	-0.06	-0.38	-0.06	-0.01	-0.12	-0.86	8.49
0.199	12530	6.3582	1.876	-0.43	-0.01	-0.05	-0.34	-0.05	0.00	-0.12	-0.74	8.68
0.199	11960	6.4003	2.058	-0.39	0.02	-0.04	-0.29	-0.04	0.01	-0.11	-0.63	8.88
0.199	11430	6.4419	2.295	-0.36	0.05	-0.03	-0.24	-0.02	0.02	-0.11	-0.53	9.07
0.199	10930	6.4858	2.669	-0.35	0.08	-0.02	-0.18	-0.01	0.03	-0.11	-0.43	9.28
0.199	10470	6.5314	3.356	-0.35	0.11	0.00	-0.12	0.01	0.03	-0.11	-0.34	9.49
0.199	9990	6.5726	4.351	-0.37	0.15	0.03	-0.04	0.04	0.05	-0.10	-0.26	9.72
0.199	9510	6.6103	5.577	-0.39	0.18	0.06	0.08	0.07	0.06	-0.10	-0.21	9.98
0.199	9040	6.6448	6.985	-0.42	0.22	0.10	0.21	0.10	0.08	-0.09	-0.17	10.24
0.199	8570	6.6772	8.658	-0.45	0.26	0.13	0.34	0.13	0.10	-0.08	-0.14	10.53

Continúa tabla página anterior

M_*/M_\odot	T_{eff}	$\text{Log}(g)$	$\text{Edad}(\text{Gyr})$	U-B	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.199	8110	6.7069	10.622	-0.47	0.29	0.17	0.49	0.17	0.13	-0.07	-0.13	10.82
0.199	7250	6.7575	15.738	-0.48	0.36	0.23	0.81	0.23	0.18	-0.04	-0.11	11.42
0.243	15050	4.4210	0.131	-0.59	-0.18	-0.08	-0.51	-0.09	-0.03	-0.12	-1.21	3.29
0.243	21020	5.0959	0.161	-0.84	-0.23	-0.10	-0.72	-0.13	-0.07	-0.14	-2.10	4.42
0.243	23930	5.4719	0.178	-0.93	-0.24	-0.11	-0.80	-0.14	-0.08	-0.15	-2.44	5.13
0.243	25070	5.7041	0.190	-0.95	-0.24	-0.12	-0.82	-0.15	-0.08	-0.15	-2.56	5.63
0.243	25360	5.8768	0.201	-0.96	-0.24	-0.12	-0.83	-0.15	-0.09	-0.16	-2.59	6.04
0.243	24650	6.1290	0.229	-0.94	-0.23	-0.12	-0.81	-0.14	-0.08	-0.15	-2.51	6.72
0.243	23920	6.2282	0.250	-0.93	-0.22	-0.11	-0.79	-0.14	-0.08	-0.15	-2.43	7.02
0.243	23020	6.3141	0.277	-0.91	-0.21	-0.11	-0.77	-0.14	-0.07	-0.15	-2.33	7.30
0.243	22000	6.3880	0.310	-0.88	-0.19	-0.10	-0.74	-0.13	-0.07	-0.15	-2.21	7.56
0.243	20900	6.4526	0.350	-0.85	-0.18	-0.10	-0.71	-0.12	-0.06	-0.14	-2.08	7.81
0.243	19780	6.5089	0.396	-0.81	-0.16	-0.10	-0.67	-0.12	-0.06	-0.14	-1.93	8.05
0.243	18650	6.5594	0.451	-0.77	-0.14	-0.09	-0.64	-0.11	-0.05	-0.14	-1.78	8.27
0.243	17540	6.6058	0.517	-0.72	-0.12	-0.09	-0.59	-0.10	-0.04	-0.13	-1.61	8.49
0.243	16460	6.6489	0.596	-0.68	-0.10	-0.08	-0.55	-0.09	-0.04	-0.13	-1.44	8.71
0.243	15420	6.6900	0.695	-0.63	-0.08	-0.07	-0.51	-0.08	-0.03	-0.13	-1.27	8.92
0.243	14450	6.7296	0.826	-0.57	-0.05	-0.07	-0.46	-0.07	-0.02	-0.12	-1.10	9.13
0.243	13540	6.7702	1.031	-0.52	-0.02	-0.06	-0.41	-0.06	-0.01	-0.12	-0.93	9.34
0.243	12700	6.8121	1.418	-0.46	0.01	-0.05	-0.35	-0.05	0.00	-0.12	-0.77	9.57
0.243	11870	6.8494	1.999	-0.42	0.05	-0.04	-0.28	-0.03	0.01	-0.11	-0.61	9.79
0.243	11060	6.8826	2.771	-0.41	0.09	-0.01	-0.20	0.00	0.03	-0.11	-0.45	10.02
0.243	10290	6.9114	3.712	-0.42	0.14	0.02	-0.08	0.03	0.04	-0.11	-0.31	10.27
0.243	9560	6.9384	4.897	-0.44	0.18	0.07	0.09	0.07	0.06	-0.10	-0.23	10.58
0.243	8240	6.9865	8.308	-0.49	0.26	0.16	0.46	0.16	0.12	-0.07	-0.14	11.25
0.300	24990	6.9774	0.065	-0.97	-0.21	-0.12	-0.82	-0.15	-0.08	-0.16	-2.53	8.57
0.300	23390	6.9941	0.067	-0.93	-0.19	-0.11	-0.78	-0.14	-0.07	-0.15	-2.36	8.73
0.300	21800	7.0043	0.076	-0.89	-0.17	-0.10	-0.74	-0.13	-0.07	-0.15	-2.18	8.88
0.300	20050	7.0178	0.105	-0.83	-0.15	-0.10	-0.68	-0.12	-0.06	-0.14	-1.96	9.06
0.300	18730	7.0331	0.133	-0.79	-0.13	-0.09	-0.64	-0.11	-0.05	-0.14	-1.78	9.21
0.300	17510	7.0495	0.162	-0.74	-0.10	-0.09	-0.60	-0.10	-0.04	-0.13	-1.60	9.36
0.300	16160	7.0699	0.199	-0.68	-0.08	-0.08	-0.54	-0.09	-0.03	-0.13	-1.39	9.55
0.300	14930	7.0903	0.241	-0.62	-0.05	-0.07	-0.48	-0.07	-0.02	-0.12	-1.18	9.73
0.300	13770	7.1113	0.293	-0.55	-0.01	-0.06	-0.42	-0.06	-0.01	-0.12	-0.97	9.93
0.300	12870	7.1293	0.350	-0.50	0.03	-0.05	-0.36	-0.05	0.00	-0.12	-0.80	10.10
0.300	12050	7.1470	0.424	-0.46	0.06	-0.04	-0.29	-0.03	0.01	-0.12	-0.64	10.27
0.300	11110	7.1691	0.558	-0.45	0.10	-0.01	-0.20	0.00	0.02	-0.11	-0.45	10.48
0.300	10270	7.1897	0.749	-0.46	0.15	0.03	-0.06	0.04	0.04	-0.11	-0.32	10.75
0.300	9470	7.2094	1.024	-0.48	0.19	0.08	0.12	0.08	0.07	-0.09	-0.23	11.06
0.300	8870	7.2239	1.336	-0.50	0.22	0.12	0.28	0.12	0.09	-0.08	-0.19	11.34
0.300(A)	8290	7.2368	1.766	-0.51	0.26	0.16	0.46	0.16	0.12	-0.07	-0.15	11.63
0.300(B)	7800	7.2634	2.776	-0.51	0.30	0.19	0.61	0.20	0.15	-0.06	-0.13	11.94
0.300	7150	7.2688	2.796	-0.48	0.37	0.24	0.85	0.25	0.19	-0.03	-0.12	12.32

Continúa tabla página anterior

M_*/M_\odot	T_{eff}	$Log(g)$	$Edad(\text{Gyr})$	U-B	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.300	6570	7.2731	3.751	-0.42	0.44	0.29	1.09	0.30	0.23	-0.01	-0.11	12.69
0.300	6060	7.2852	4.394	-0.33	0.53	0.35	1.33	0.35	0.27	0.01	-0.12	13.08
0.300	5210	7.3257	5.748	-0.11	0.72	0.47	1.82	0.47	0.32	0.07	-0.21	13.93
0.300	4840	7.3486	6.969	0.00	0.82	0.53	2.07	0.53	0.35	0.09	-0.31	14.40
0.300	4470	7.3622	8.269	0.12	0.92	0.59	2.23	0.59	0.33	0.04	-0.42	14.89
0.300	4110	7.3696	9.479	0.22	1.01	0.65	2.12	0.65	0.12	-0.02	-0.46	15.32
0.300	3770	7.3743	10.729	0.29	1.07	0.69	1.67	0.68	-0.14	-0.14	-0.41	15.65
0.300	3460	7.3785	12.260	0.36	1.13	0.72	1.12	0.68	-0.30	-0.28	-0.31	15.93
0.300	3180	7.3835	15.016	0.44	1.19	0.72	0.59	0.60	-0.37	-0.36	-0.16	16.16
0.300	2920	7.3858	16.606	0.51	1.24	0.69	0.05	0.43	-0.38	-0.47	0.01	16.37

Las edades se cuentan desde el fin de la transferencia de masa. Las letras A y B denotan el intervalo durante el cual el modelo de $0.300 M_\odot$ retorna varias veces a altos valores de T_{eff} como resultado de los flashes PP.

Table 5.3: Modelos seleccionados de nuestras secuencias de 0.172 , 0.230 , 0.336 y $0.449 M_\odot$ para $Z = 0.001$.

M_*/M_\odot	T_{eff}	$Log(g)$	$Edad(\text{Gyr})$	U-B	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.172	9390	4.6630	0.349	-0.13	0.07	0.02	0.02	0.03	0.05	-0.09	-0.16	5.27
0.172	12420	5.2994	0.973	-0.40	-0.07	-0.05	-0.33	-0.05	0.00	-0.11	-0.74	6.22
0.172	12760	5.4971	1.173	-0.42	-0.07	-0.05	-0.35	-0.05	0.00	-0.11	-0.81	6.67
0.172	12700	5.6392	1.356	-0.42	-0.06	-0.05	-0.35	-0.05	0.00	-0.11	-0.79	7.03
0.172	12410	5.7509	1.544	-0.40	-0.05	-0.05	-0.33	-0.05	0.00	-0.11	-0.73	7.35
0.172	12010	5.8440	1.746	-0.37	-0.03	-0.04	-0.30	-0.04	0.01	-0.11	-0.65	7.64
0.172	11540	5.9253	1.971	-0.33	0.00	-0.04	-0.26	-0.03	0.01	-0.11	-0.56	7.93
0.172	11040	5.9987	2.223	-0.30	0.04	-0.03	-0.20	-0.02	0.02	-0.11	-0.46	8.21
0.172	10520	6.0664	2.511	-0.29	0.07	-0.01	-0.14	0.00	0.03	-0.10	-0.36	8.48
0.172	10000	6.1303	2.849	-0.30	0.12	0.02	-0.06	0.03	0.04	-0.10	-0.26	8.77
0.172	9500	6.1927	3.279	-0.33	0.16	0.05	0.06	0.06	0.06	-0.10	-0.20	9.08
0.172	9050	6.2590	3.974	-0.36	0.19	0.09	0.18	0.09	0.07	-0.09	-0.16	9.42
0.172	8660	6.3336	5.723	-0.39	0.22	0.12	0.30	0.12	0.09	-0.08	-0.14	9.78
0.172	8230	6.3987	8.461	-0.42	0.26	0.15	0.44	0.15	0.12	-0.07	-0.12	10.14
0.172	7330	6.5018	15.655	-0.45	0.34	0.23	0.77	0.23	0.17	-0.04	-0.10	10.88
0.172	6880	6.5439	20.326	-0.42	0.40	0.26	0.95	0.27	0.20	-0.02	-0.09	11.26
0.230	30010	6.4188	0.203	-1.06	-0.27	-0.13	-0.94	-0.17	-0.10	-0.17	-2.98	7.12
0.230	28220	6.4678	0.203	-1.02	-0.25	-0.13	-0.90	-0.16	-0.10	-0.17	-2.84	7.37
0.230	26430	6.5134	0.203	-0.99	-0.23	-0.12	-0.86	-0.15	-0.09	-0.16	-2.68	7.61
0.230	25000	6.5480	0.203	-0.96	-0.22	-0.12	-0.82	-0.15	-0.08	-0.15	-2.54	7.80
0.230	23350	6.5868	0.203	-0.92	-0.20	-0.11	-0.78	-0.14	-0.07	-0.15	-2.36	8.02
0.230	22030	6.6168	0.204	-0.89	-0.19	-0.10	-0.74	-0.13	-0.07	-0.15	-2.21	8.19
0.230	20710	6.6461	0.205	-0.85	-0.17	-0.10	-0.70	-0.12	-0.06	-0.14	-2.05	8.37

Continúa tabla página anterior

M_*/M_\odot	T_{eff}	$\text{Log}(g)$	$\text{Edad}(\text{Gyr})$	U-B	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.230	19200	6.6727	0.214	-0.79	-0.15	-0.09	-0.65	-0.11	-0.05	-0.14	-1.85	8.56
0.230	17860	6.6782	0.251	-0.74	-0.13	-0.09	-0.61	-0.10	-0.04	-0.13	-1.66	8.70
0.230	16620	6.6907	0.299	-0.69	-0.10	-0.08	-0.56	-0.09	-0.04	-0.13	-1.47	8.85
0.230	15380	6.7116	0.345	-0.62	-0.08	-0.07	-0.50	-0.08	-0.03	-0.13	-1.26	9.04
0.230	14310	6.7331	0.390	-0.56	-0.05	-0.07	-0.45	-0.07	-0.02	-0.12	-1.07	9.21
0.230	13320	6.7549	0.442	-0.50	-0.02	-0.06	-0.39	-0.06	-0.01	-0.12	-0.89	9.40
0.230	12400	6.7768	0.501	-0.44	0.02	-0.05	-0.33	-0.04	0.01	-0.12	-0.71	9.59
0.230	11530	6.7990	0.570	-0.40	0.06	-0.03	-0.25	-0.02	0.02	-0.11	-0.55	9.79
0.230	10730	6.8210	0.648	-0.40	0.11	0.00	-0.15	0.01	0.03	-0.11	-0.38	9.99
0.230	9910	6.8455	0.751	-0.41	0.15	0.04	0.00	0.05	0.05	-0.10	-0.26	10.28
0.230	9220	6.8699	0.868	-0.44	0.20	0.09	0.17	0.09	0.07	-0.09	-0.20	10.59
0.230	8600	6.8939	1.015	-0.47	0.24	0.13	0.35	0.14	0.10	-0.08	-0.16	10.91
0.230	8070	6.9151	1.193	-0.48	0.28	0.17	0.51	0.17	0.13	-0.06	-0.13	11.21
0.230	7000	6.9588	1.824	-0.46	0.38	0.25	0.90	0.26	0.20	-0.03	-0.10	11.91
0.230	6460	6.9796	2.341	-0.40	0.45	0.30	1.13	0.30	0.24	-0.01	-0.10	12.31
0.230	5970	6.9984	2.930	-0.31	0.54	0.36	1.37	0.36	0.27	0.02	-0.12	12.71
0.230	5150	7.0477	4.075	-0.09	0.74	0.47	1.86	0.47	0.32	0.08	-0.23	13.59
0.230	4810	7.0820	4.780	0.02	0.83	0.54	2.11	0.53	0.35	0.10	-0.32	14.07
0.230	4460	7.1098	5.792	0.14	0.93	0.60	2.29	0.60	0.35	0.06	-0.43	14.58
0.230	4110	7.1265	6.876	0.24	1.02	0.66	2.23	0.66	0.18	0.00	-0.49	15.04
0.230	3780	7.1369	7.948	0.32	1.09	0.70	1.85	0.69	-0.08	-0.11	-0.46	15.39
0.230	3450	7.1443	9.157	0.39	1.15	0.73	1.25	0.69	-0.27	-0.26	-0.35	15.69
0.230	3210	7.1486	10.232	0.46	1.20	0.74	0.74	0.64	-0.36	-0.35	-0.22	15.89
0.230	2980	7.1522	11.469	0.52	1.25	0.72	0.27	0.51	-0.38	-0.43	-0.07	16.07
0.230	2760	7.1552	12.897	0.59	1.29	0.69	-0.16	0.33	-0.36	-0.54	0.08	16.26
0.230	2530	7.1593	15.744	0.68	1.35	0.62	-0.70	0.04	-0.29	-0.69	0.26	16.46
0.230	2310	7.1624	18.216	0.78	1.40	0.55	-1.27	-0.34	-0.20	-0.87	0.45	16.69
0.336	21420	7.1810	0.045	-0.88	-0.16	-0.10	-0.73	-0.12	-0.06	-0.14	-2.13	9.22
0.336	19620	7.1907	0.049	-0.82	-0.13	-0.10	-0.67	-0.11	-0.05	-0.14	-1.90	9.40
0.336	18260	7.1978	0.065	-0.78	-0.11	-0.09	-0.62	-0.10	-0.05	-0.14	-1.71	9.54
0.336	17010	7.2109	0.090	-0.72	-0.09	-0.08	-0.58	-0.09	-0.04	-0.13	-1.52	9.69
0.336	15840	7.2270	0.121	-0.67	-0.06	-0.08	-0.53	-0.08	-0.03	-0.13	-1.33	9.85
0.336	14640	7.2464	0.161	-0.61	-0.03	-0.07	-0.47	-0.07	-0.02	-0.12	-1.12	10.03
0.336	13540	7.2658	0.210	-0.55	0.01	-0.06	-0.41	-0.06	-0.01	-0.12	-0.92	10.22
0.336	12620	7.2830	0.268	-0.50	0.05	-0.05	-0.34	-0.04	0.01	-0.12	-0.75	10.40
0.336	11810	7.2986	0.337	-0.48	0.08	-0.03	-0.27	-0.02	0.01	-0.12	-0.59	10.56
0.336	10880	7.3163	0.445	-0.48	0.12	0.00	-0.16	0.01	0.03	-0.11	-0.41	10.78
0.336	10020	7.3328	0.582	-0.48	0.16	0.05	0.00	0.06	0.05	-0.10	-0.29	11.06
0.336	9370	7.3454	0.719	-0.50	0.20	0.09	0.16	0.09	0.07	-0.09	-0.23	11.33
0.336	8720	7.3573	0.889	-0.52	0.23	0.13	0.33	0.13	0.10	-0.08	-0.18	11.62
0.336	8120	7.3681	1.092	-0.52	0.27	0.17	0.51	0.17	0.13	-0.06	-0.15	11.93
0.336	7460	7.3795	1.370	-0.51	0.33	0.22	0.73	0.22	0.17	-0.04	-0.12	12.29
0.336	6950	7.3883	1.640	-0.47	0.39	0.26	0.93	0.26	0.20	-0.03	-0.11	12.61
0.336	6390	7.3987	2.023	-0.40	0.47	0.31	1.17	0.31	0.24	0.00	-0.11	13.00

Continúa tabla página anterior

M_*/M_\odot	T_{eff}	$\text{Log}(g)$	$\text{Edad}(\text{Gyr})$	U-B	B-V	V-R	V-K	R-I	J-H	H-K	BC	M_V
0.336	5870	7.4099	2.492	-0.29	0.56	0.37	1.43	0.37	0.28	0.03	-0.13	13.41
0.336	5000	7.4416	3.926	-0.05	0.77	0.50	1.96	0.50	0.34	0.08	-0.26	14.32
0.336	4610	7.4569	5.361	0.07	0.88	0.57	2.18	0.57	0.35	0.06	-0.38	14.83
0.336	4240	7.4669	6.985	0.18	0.97	0.63	2.16	0.63	0.20	-0.01	-0.44	15.29
0.336	3890	7.4727	8.597	0.26	1.05	0.68	1.80	0.67	-0.08	-0.10	-0.42	15.65
0.336	3610	7.4760	9.997	0.32	1.10	0.70	1.28	0.68	-0.26	-0.25	-0.34	15.90
0.336	3300	7.4790	11.832	0.40	1.16	0.72	0.76	0.64	-0.36	-0.34	-0.21	16.17
0.336	3020	7.4813	14.033	0.47	1.21	0.70	0.22	0.51	-0.39	-0.43	-0.05	16.39
0.449	36370	7.2604	0.002	-1.16	-0.28	-0.14	-1.00	-0.18	-0.12	-0.17	-3.45	8.13
0.449	34060	7.2999	0.004	-1.13	-0.27	-0.14	-0.99	-0.18	-0.11	-0.17	-3.27	8.34
0.449	32270	7.3577	0.011	-1.11	-0.26	-0.14	-0.97	-0.17	-0.11	-0.17	-3.13	8.58
0.449	30310	7.4037	0.023	-1.09	-0.25	-0.13	-0.94	-0.17	-0.10	-0.17	-2.98	8.82
0.449	28220	7.4342	0.035	-1.05	-0.23	-0.13	-0.90	-0.16	-0.10	-0.17	-2.82	9.04
0.449	26220	7.4605	0.049	-1.01	-0.21	-0.12	-0.86	-0.15	-0.09	-0.16	-2.64	9.24
0.449	24310	7.4844	0.068	-0.97	-0.19	-0.12	-0.81	-0.14	-0.08	-0.15	-2.45	9.44
0.449	22530	7.5065	0.093	-0.93	-0.16	-0.11	-0.76	-0.13	-0.07	-0.15	-2.25	9.63
0.449	20860	7.5270	0.128	-0.88	-0.14	-0.10	-0.71	-0.12	-0.06	-0.14	-2.05	9.81
0.449	19290	7.5462	0.174	-0.83	-0.11	-0.10	-0.66	-0.11	-0.05	-0.14	-1.84	9.99
0.449	17830	7.5638	0.237	-0.78	-0.09	-0.09	-0.61	-0.10	-0.04	-0.14	-1.63	10.17
0.449	16470	7.5796	0.320	-0.72	-0.06	-0.08	-0.56	-0.09	-0.03	-0.13	-1.42	10.34
0.449	15200	7.5938	0.429	-0.66	-0.02	-0.07	-0.50	-0.07	-0.02	-0.13	-1.21	10.51
0.449	14030	7.6063	0.570	-0.60	0.01	-0.07	-0.44	-0.06	-0.01	-0.12	-1.00	10.69
0.449	12920	7.6173	0.749	-0.55	0.06	-0.05	-0.36	-0.04	0.00	-0.12	-0.80	10.87
0.449	11890	7.6273	0.982	-0.54	0.09	-0.03	-0.28	-0.02	0.01	-0.12	-0.59	11.04
0.449	10910	7.6365	1.289	-0.53	0.13	0.01	-0.15	0.02	0.03	-0.11	-0.41	11.26
0.449	10030	7.6452	1.672	-0.53	0.17	0.05	0.02	0.06	0.05	-0.10	-0.30	11.54
0.449	9220	7.6532	2.148	-0.54	0.21	0.10	0.21	0.11	0.08	-0.09	-0.23	11.85
0.449	8460	7.6606	2.728	-0.55	0.25	0.15	0.41	0.15	0.11	-0.07	-0.18	12.19
0.449	7770	7.6674	3.349	-0.54	0.30	0.20	0.63	0.20	0.15	-0.05	-0.14	12.54
0.449	7130	7.6741	3.969	-0.49	0.36	0.24	0.86	0.25	0.19	-0.03	-0.12	12.91
0.449	6540	7.6806	4.611	-0.42	0.44	0.30	1.10	0.30	0.23	-0.01	-0.10	13.28
0.449	6020	7.6874	5.330	-0.32	0.54	0.35	1.34	0.35	0.26	0.02	-0.12	13.67
0.449	5540	7.6959	6.189	-0.21	0.63	0.41	1.59	0.41	0.29	0.05	-0.14	14.07
0.449	5110	7.7067	7.472	-0.09	0.74	0.48	1.88	0.48	0.33	0.07	-0.24	14.55
0.449	4710	7.7160	9.455	0.04	0.85	0.55	2.10	0.55	0.34	0.05	-0.34	15.04
0.449	4330	7.7221	11.582	0.14	0.94	0.61	2.10	0.61	0.20	-0.01	-0.41	15.49
0.449	3970	7.7258	13.651	0.22	1.02	0.66	1.79	0.65	-0.06	-0.09	-0.40	15.85
0.449	3640	7.7282	15.838	0.30	1.08	0.69	1.19	0.66	-0.28	-0.26	-0.31	16.16

Las edades se cuentan desde el fin de la transferencia de masa.

5.5 Conclusiones

En este estudio se ha explorado la evolución de enanas blancas con núcleos de helio (HeWDs) con progenitores de metalicidades mucho menores que la solar. Los modelos presentados aquí son