



Universidad Nacional de La Plata  
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis presentada para optar por el título de Doctor de la  
Universidad Nacional de La Plata

INCERTEZAS EN LA ESTRATIFICACIÓN QUÍMICA  
DEL NÚCLEO DE LAS ENANAS BLANCAS:  
IMPACTO SOBRE LAS PROPIEDADES PULSACIONALES Y  
DETERMINACIONES ASTROSISMOLÓGICAS DE ESTRELLAS ZZ  
CETI

Francisco C. De Gerónimo

Director: Dr. Leandro G. Althaus  
Co-Director: Dr. Alejandro H. Córscico

LA PLATA, ARGENTINA  
- DICIEMBRE DE 2017 -



# Resumen

Las estrellas enanas blancas constituyen el destino final más común de la evolución estelar (Althaus et al., 2010b), se espera que más del 97% de las estrellas culminen su vida como enanas blancas. La evolución de estos objetos estelares puede describirse como un proceso de lento enfriamiento que se prolonga por larguísimos períodos de tiempo (miles de millones de años). Debido a que estas estrellas son fósiles muy abundantes y evolucionan tan lentamente, ellas acarrear valiosa información acerca de las propiedades de todas las poblaciones Galácticas (Althaus et al., 2010b; Hansen and Liebert, 2003). En particular, las enanas blancas son consideradas como relojes cósmicos para inferir la edad de una amplia variedad de poblaciones estelares tales como el disco y halo Galáctico (García-Berro et al., 1988a; Winget and van Horn, 1987) y el sistema de Cúmulos Globulares y Cúmulos Abiertos (Hansen et al., 2007; Winget et al., 2009). Para poder emplear esta clase de estrellas en este amplio abanico de aplicaciones, es necesario disponer de secuencias evolutivas detalladas que respondan a una teoría de evolución precisa, particularmente en lo que respecta a su estructura interna.

En este sentido, existen procesos que actúan durante la evolución de las estrellas progenitoras de enanas blancas, encargados de moldear la estructura interna, que no se conocen con total exactitud. En particular, las proporciones exactas de carbono y oxígeno esperadas en el interior de estas estrellas depende fuertemente tanto de la tasa de reacción nuclear que convierte carbono en oxígeno, como de los procesos de mezcla extra que ocurren durante la fase de quema central de helio. Específicamente, la reacción nuclear  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  es una de las reacciones más importantes de la astrofísica estelar no sólo por que su eficiencia determina el cociente C/O en el interior de las enanas blancas, si no por que afecta la producción de todos los elementos más pesados que el oxígeno, influyendo así en la evolución química de la Galaxia. Además, el cociente de C/O hallado en el interior de las estrellas enanas blancas afecta apreciablemente las determinaciones de los tiempos de enfriamiento (Salaris et al., 2010). Por otro lado, y no menos importante, los procesos de mezcla extra que ocurren durante la fase de quema central de helio y en la fase de pulsos térmicos en la Rama Asintótica de las Gigantes, acarrear incertezas que afectan fuertemente los perfiles químicos de los modelos de estrellas enanas blancas. En este sentido, se espera que las propiedades pulsacionales y determinaciones astrosismológicas obtenidas de los modelos teóricos resultantes de la evolución estelar, estén afectadas por las incertezas en la evolución de los progenitores. Más aún, es esperable que los resultados obtenidos de las propiedades fundamentales de las partículas elementales, teorías de altas densidades y determinaciones de edades inferidas a través del modelado de estrellas enanas blancas se vean afectadas por tales incertezas.

No existe, hasta ahora, un trabajo que evalúe detalladamente el impacto de estas incertezas sobre el espectro de períodos teóricos y sobre las determinaciones astrosismológicas de los parámetros estelares más importantes. Esta es la meta principal de este trabajo de tesis. En los próximos capítulos nos concentraremos en cuantificar el impacto de las actuales incertezas

de los principales procesos físicos encargados de modelar el interior estelar, sobre la estructura química resultante en las enanas blancas así como también sus propiedades pulsacionales y astrosismológicas.

Los resultados obtenidos responden al cálculo de secuencias evolutivas para estrellas progenitoras de enanas blancas, desde la etapa de secuencia principal hasta la fase de pulsos térmicos y luego la fase de enfriamiento de enana blanca. Los cálculos se basaron en el uso del código de evolución estelar LPCODE el cual posee una descripción física actualizada y apropiada para simular la formación y evolución de estrellas enanas blancas. Para cuantificar el impacto de las incertezas sobre los parámetros estelares de interés, hemos modificado las variables necesarias acorde a la literatura. Específicamente, para el caso de la incerteza en la reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  hemos tenido en cuenta tasas de reacción que contemplan los errores experimentales. Para el caso de los procesos de extra mezcla conocidos como “overshooting”, hemos propuesto dos escenarios: uno en donde adoptamos un parámetro de overshooting estándar ( $f = 0.016$ ) y otro en donde suprimimos por completo este efecto. Finalmente, hemos considerado la ocurrencia de distinta cantidad de pulsos térmicos durante la fase de Rama Asintótica de las Gigantes.

Hemos podido cuantificar las variaciones inducidas en los espectros de períodos esperados en estrellas ZZ Ceti para cada una de las incertezas consideradas. En este sentido, hemos concluido que la mayor fuente de incerteza que afecta a los períodos teóricos proviene de la cantidad de pulsos térmicos experimentados por los progenitores de estrellas enanas blancas, siendo los modelos de menor masa los que se ven mayormente afectados. Por otro lado, a partir de ajustes astrosismológicos, cuantificamos las variaciones inducidas sobre los parámetros estelares de mayor importancia como lo son la masa estelar, la masa de la envoltura de hidrógeno y la temperatura efectiva. Hemos encontrado que, si bien los parámetros estelares se ven afectados, la mayor parte de los ajustes astrosismológicos muestran diferencias del orden de los errores observacionales.

Por último, y como un primer paso de un trabajo a futuro, se analizaron las propiedades evolutivas y pulsacionales de las estrellas enanas blancas provenientes de progenitores enriquecidos en helio. En este sentido, hemos encontrado que la masa final de los progenitores enriquecidos en helio es marcadamente mayor que la esperada en aquellos progenitores con abundancia de helio inicial estándar.

Esta tesis está dedicada a mi familia, mis padres Irene y Dippy y mis hermanos Nico, Angi y Mora y por último, y con especial énfasis, a mi hija adoptiva Malí. Ellos me han brindado el apoyo y amor incondicional durante toda esta etapa tan importante de mi vida.

Quisiera agradecer a mis amigos de la banda Fede, Maxi, Gordo y Emi por las largas horas de música y risas que fueron tan especiales.

A los amigos Flor, Cin, Luigi, Nacho, OctiPau, Nelly, Brenda, Nico, Ferchu, Charly, Lara y a los que pueda no recordar en este momento.

A mis directores Leandro y Alejandro por hacer esta tesis posible. Por enseñarme a trabajar, escribir y ser más crítico e inquieto.

También quisiera especialmente agradecer a Alejandra Romero y a Marcelo Miller por que desinteresadamente se ofrecieron a darme una mano cuando lo necesitaba.

A Belén, por que nos cruzamos en un momento ideal, gracias por bancarme y especialmente por tus risas.

Un especial agradecimiento hacia el CONICET por financiar, a través de sus becas, este trabajo de investigación; a la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas y al Instituto de Astrofísica de La Plata por brindarme el lugar de trabajo necesario para poder realizar esta tesis.

También quiero agradecer al Departamento de Astronomía de la Universidad Federal do Rio Grande Do Sul, en especial a S.O Kepler y su hermoso grupo de trabajo, por las tan enriquecedoras reuniones de los viernes.

“And most important of all, thanks to Mal who made it all possible.”



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>III</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Contexto general y motivación de la Tesis . . . . .	1
1.2. Evolución estelar . . . . .	5
1.2.1. Estrellas de masa baja e intermedia . . . . .	5
1.3. Estrellas enanas blancas . . . . .	10
1.4. Pulsaciones Estelares . . . . .	13
1.4.1. Pulsaciones no-radiales . . . . .	13
1.4.2. Modos esferoidales . . . . .	17
1.4.3. Aproximación asintótica . . . . .	20
1.4.4. Influencia de la rotación lenta y campos magnéticos débiles . . . . .	21
1.4.5. Mecanismos de excitación . . . . .	21
1.4.6. Mecanismos de selección . . . . .	22
1.4.7. Identificación de modos . . . . .	23
1.5. Enanas blancas pulsantes . . . . .	23
1.6. Astrosismología . . . . .	24
1.6.1. Astrosismología de enanas blancas DA en los últimos 30 años . . . . .	25
<b>2. Descripción del modelado</b>	<b>31</b>
2.1. Ecuaciones de evolución estelar . . . . .	31
2.2. LPCODE. Física incluida. . . . .	33
2.2.1. Evolución química . . . . .	33
2.2.2. Opacidades, pérdida de masa y reacciones nucleares . . . . .	34
2.3. Breve descripción numérica . . . . .	36
2.4. Código de pulsaciones . . . . .	38
<b>3. Incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras de las enanas blancas</b>	<b>41</b>
3.1. Quema central de He . . . . .	41
3.1.1. Captura $3\alpha$ . . . . .	42
3.1.2. Reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ . . . . .	42
3.1.3. Tasa de reacción utilizada en esta Tesis . . . . .	46
3.2. Procesos de mezcla . . . . .	49
3.2.1. Overshooting . . . . .	53
3.3. Incertezas durante la evolución en la rama asintótica de las gigantes . . . . .	56

## ÍNDICE GENERAL

---

<b>4. Modelos de enanas blancas</b>	<b>65</b>
4.1. Secuencias evolutivas . . . . .	65
4.2. Estructura química interna . . . . .	69
<b>5. Impacto sobre la estructura química y propiedades pulsacionales</b>	<b>75</b>
5.1. Pulsos térmicos durante la AGB . . . . .	75
5.2. Overshooting durante la quema central de helio . . . . .	81
5.3. Impacto de la tasa de reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ . . . . .	84
<b>6. Impacto sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti</b>	<b>89</b>
6.1. Primera aproximación: astrosismología a estrellas ZZ Ceti artificiales . . . . .	89
6.1.1. Impacto sobre los parámetros estelares: Pulsos térmicos . . . . .	91
6.1.2. Impacto sobre los parámetros estelares: tasa de reacción $^{12}\text{C} + \alpha$ . . . . .	98
6.2. Impacto sobre estrellas reales . . . . .	100
<b>7. Enanas blancas resultantes de progenitores enriquecidos en helio</b>	<b>107</b>
7.1. Cúmulos globulares. Poblaciones con diferentes patrones de abundancia química .	107
7.2. Evolución de los progenitores de enanas blancas . . . . .	108
7.3. Evolución de las enanas blancas . . . . .	115
7.4. Propiedades pulsacionales . . . . .	119
<b>8. Resumen y conclusiones</b>	<b>125</b>
<b>A. Apéndice A</b>	<b>131</b>

# Índice de figuras

1.1. Energía liberada por el ciclo $p - p$ y CNO y su dependencia con la temperatura central. Imagen tomada del sitio <a href="http://eagle.phys.utk.edu/guidry/astro615/">http://eagle.phys.utk.edu/guidry/astro615/</a> . . .	6
1.2. Evolución esquemática de la estructura interna de una estrella desde la ZAMS hasta la fase de enana blanca. Figura obtenida del trabajo de Goswami and Reddy (2010) . . . . .	9
1.3. Clasificación y posible evolución espectral de las enanas blancas (Althaus et al., 2010b). . . . .	11
1.4. Distribución de masas para una muestra de 298 estrellas DA con $T_{eff} > 13000$ K (Liebert et al., 2005) . . . . .	12
1.5. Diagrama HR esquemático que muestra la ubicación de las distintas clases de estrellas variables pulsantes. En la figura se muestran diferentes secuencias evolutivas calculadas por el autor. Las regiones sombreadas diagonalmente corresponden a variables con modos de pulsación $p$ ó $g$ excitadas por mecanismos relacionados con la opacidad. Las regiones sombreadas con líneas horizontales corresponden a modos $p$ producidos por excitación estocástica de la convección. Finalmente las zonas sombreadas verticalmente corresponden pulsaciones altamente no adiabáticas, posiblemente modos extraños de varios tipos (Jeffery, 2008). . . . .	14
1.6. Esquema de la parte real de los armónicos esféricos $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ . Imagen tomada del sitio <a href="http://www.atmos.albany.edu/daes/atmclasses/atm410/">http://www.atmos.albany.edu/daes/atmclasses/atm410/</a> . . . . .	16
1.7. Diagrama de propagación para varios tipos de estrellas pulsantes. Figura tomada de Althaus et al. (2010c) . . . . .	19
3.1. Abundancias centrales de $^{12}\text{C}$ y $^{16}\text{O}$ (eje-Y) durante el transcurso de la etapa de quema central de helio (eje-X), desde el inicio (100 % de helio en su interior) hasta alcanzar un 0.1 % de helio en su núcleo. Imagen tomada de (deBoer et al., 2017)	43
3.2. Esquema de la captura radiativa para $^{12}\text{C} + \alpha$ . Se muestran las energías para las temperaturas de quema de helio, el spin y la paridad $J^\pi$ de alguno de los estados y una determinación del factor-S. Figura adaptada del trabajo de deBoer et al. (2017). . . . .	47
3.3. Compilación de valores del factor-S provenientes de diferentes autores (deBoer et al., 2017). . . . .	48

3.4.	Comparación (cociente) entre los valores de las tasas de reacción provistos por diferentes autores para temperaturas $T_9 \leq 10$ . Las líneas llenas reflejan el cociente respecto a el valor estándar y las líneas punteadas respecto a los valores superior e inferior provistos en el trabajo de Kunz et al. (2002). El cociente se hace respecto a los valores proporcionados por los trabajos de Caughlan and Fowler (1988, CALTECH 88), Angulo et al. (1999, NACRE) y Buchmann (1996, Buchmann96).	50
3.5.	Comportamiento cualitativo del gradiente radiativo de temperatura en el borde convectivo durante la etapa de quema central de helio. Los números indican una secuencia temporal que aumenta de 1 a 5. Figura tomada del libro de Salaris and Cassisi (2005).	52
3.6.	Comportamiento cualitativo del gradiente radiativo de temperatura en el borde convectivo durante la etapa de quema central de helio en el caso en que se permite overshooting. Figura adaptada del libro de Salaris and Cassisi (2005)	53
3.7.	Comportamiento del gradiente radiativo de temperatura en las cercanías del borde convectivo durante la fase de quema central de helio, donde se muestra en una secuencia temporal (que aumenta de 1 a 6) los eventos que dan lugar a la aparición de la región semi-convectiva. Figura tomada del libro de Salaris and Cassisi (2005)	54
3.8.	Estructura esquemática de una estrella AGB. Imagen tomada del sitio <a href="https://astro.uni-bonn.de/~nlanger/">https://astro.uni-bonn.de/~nlanger/</a> .	57
3.9.	Relaciones masa inicial-final teóricas y observacionales provenientes de diferentes autores. Imagen tomada del trabajo de Renedo et al. (2010)	60
3.10.	Diferentes caminos evolutivos de una estrella que finaliza su vida como enana blanca. Imagen tomada del trabajo de Rosenfield et al. (2012).	62
4.1.	Abundancia central de oxígeno para los modelos con masa inicial $1.00 \leq M_{ZAMS}/M_{\odot} \leq 5.00$ que adoptan diferentes tasas de reacción.	67
4.2.	Diagrama HR para modelos de $5M_{\odot}$ en los cuales se adoptaron las tasas de reacción $K_h$ y $K_l$ . La escala de colores refleja el contenido de helio central. Cuando la abundancia central de He cae al 60%, la reacción $^{12}\text{C} + \alpha$ toma lugar, siendo el modelo caracterizado por la tasa de reacción $K_h$ el que muestra una luminosidad levemente mayor.	68
4.3.	Perfiles químicos para los elementos más abundantes de un modelo de enana blanca al comienzo de la fase de enfriamiento (línea fina de trazo y punto) y en etapa de evolución avanzada, donde los procesos de difusión y asentamiento gravitacional han actuado notoriamente (línea gruesa de trazo).	71
4.4.	En el panel superior mostramos los elementos más abundantes para un modelo de enana blanca de masa $\sim 0.6M_{\odot}$ , en la etapa de ZZ Ceti ( $\sim 12,000$ K) en conjunto con los diferentes espesores de la envoltura de hidrógeno consideradas en esta tesis. En el panel inferior mostramos el logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä, correspondiente a cada modelo. Se puede apreciar la correspondencia entre las distintas regiones de transición química en el panel superior con los “bumps” encontrados en el valor de la frecuencia.	73
5.1.	Perfil químico para los elementos más abundantes para una estrella de progenitor de masa $2.0 M_{\odot}$ en la etapa AGB, previo al primer pulso térmico (línea roja) y hacia finales del tercer pulso térmico (línea punteada negra)	77

5.2.	Diagrama HR para una estrella de masa intermedia, desde la ZAMS hasta la fase de pulsos térmicos. El recuadro muestra una ampliación de la región de la secuencia evolutiva durante la etapa de pulsos térmicos. . . . .	78
5.3.	Luminosidad de la estrella durante la etapa de pulsos térmicos, en función de la edad (eje-X). El gráfico muestra la luminosidad (eje-Y) debido a quema de helio en capa (línea verde) y a la quema de hidrógeno en capa (línea violeta). . . . .	79
5.4.	Paneles superiores: distribución de abundancias internas de O, C y He en términos de la fracción de masa exterior para los modelos de ambas masas estelares. Los perfiles químicos corresponden a la etapa de ZZ Ceti, $T_{\text{eff}} \sim 12000$ K. 0TP corresponde al modelo que abandona la AGB previo al primer pulso térmico (línea punteada roja) mientras que 3TP refiere al modelo que abandona la AGB hacia finales del tercer pulso térmico (línea negra sólida). . . . .	80
5.5.	Abundancia interna de He en términos de la masa exterior para modelos en la etapa de ZZ Ceti para los cuales el progenitor abandona la AGB previo al primer pulso térmico ó experimenta tres ó diez pulsos térmicos (modelos 0, 3 y 10TP respectivamente). . . . .	81
5.6.	Esquema gráfico del crecimiento de la masa del núcleo libre de hidrógeno (HFC) durante los primeros pulsos térmicos. Para una mejor apreciación de las pendientes de las curvas, situamos el origen en el mismo punto. . . . .	82
5.7.	Diferencias en los períodos teóricos correspondientes a modelos de enanas blancas provenientes de la evolución de progenitores que experimentan diferente número de pulsos térmicos. . . . .	83
5.8.	Perfiles químicos asociados a modelos de estrellas enanas blancas provenientes de progenitores en los que durante la fase de quema central de helio se tiene en cuenta un overshooting estándar (modelos $3^{tp}$ ) y otro en el cual se suprime este efecto (modelos $3^{tp}\text{NoOV}$ ). . . . .	84
5.9.	Diferencias en el espectro de períodos teóricos provenientes de modelos de enana blanca resultantes de la evolución de progenitores en los cuales se adoptaron diferentes parámetros de overshooting durante la quema central de helio. . . . .	85
5.10.	Cociente entre las tasas de reacción extremas superior e inferior para $^{12}\text{C} + \alpha$ obtenidas del trabajo de Kunz et al. (2002) ( $K_h$ y $K_l$ respectivamente) respecto a la tasa estándar del trabajo de Angulo et al. (1999), curvas verde y violeta respectivamente. . . . .	86
5.11.	Perfiles químicos internos asociados a modelos de enana blanca provenientes de la evolución de progenitores en los que durante la etapa de quema de helio se adoptaron las tasas de reacción $K_h$ , $K_l$ y Nacre. . . . .	87
5.12.	Diferencias en el espectro de períodos teóricos entre modelos que adoptan diferentes tasas de reacción para $^{12}\text{C} + \alpha$ . . . . .	88
5.13.	Perfiles químicos para el $^{12}\text{C}$ y $^4\text{He}$ para las tasas de reacción Kh (línea a trazos) y Kl (línea llena) y valores de la función peso para el modo de oscilación de orden radial $k = 36$ para un modelo de $M_{ZAMS} = 5M_{\odot}$ . . . . .	88
6.1.	Histograma de los períodos observados en estrellas ZZ Ceti de períodos cortos para 75 estrellas ZZ Ceti calientes (panel superior) y para 16 estrellas en donde se pudieron identificar los modos como $\ell = 1$ . Figura tomada del trabajo de Clemens et al. (2016). . . . .	91

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

6.2. Distribución uniforme de los 3000 números random inicial (barras violeta) y distribución de períodos efectivos (barras verde) en el intervalo 95 a 350 segundos. . . . .	93
6.3. Histograma de las diferencias en la temperatura efectiva para estrellas ZZ Ceti artificiales con períodos en los rangos RI, RII y RIII (paneles superior, intermedio e inferior respectivamente) . . . . .	94
6.4. Determinaciones observacionales de temperatura efectiva, gravedad, masa estelar, magnitud en el visual y tiempo de enfriamiento de la enana blanca (con sus respectivos errores en paréntesis) para un muestro de enanas blancas DA del Sloan Digital Sky Survey Data Release 4 (Tremblay et al., 2011). . . . .	95
6.5. Histograma de las diferencias en la masa estelar para estrellas artificiales con períodos en los rangos RI, RII y RIII. En los paneles superiores mostramos los resultados correspondientes a aquellos modelos en los que se permite variar libremente todos los parámetros estelares, mientras que en los paneles inferiores se muestran los resultados en los que se adopta un único espesor de la envoltura de hidrógeno. . . . .	96
6.6. Histograma para las diferencias en las determinaciones de la masa de la envoltura de hidrógeno para estrellas artificiales con períodos en los rangos RI, RII y RIII (paneles superior, medio e inferior respectivamente). . . . .	97
6.7. Figura idéntica a la figura 6.3 pero para diferencias inducidas por las incertezas en la tasa de reacción $^{12}\text{C} + \alpha$ . . . . .	99
6.8. Figura idéntica a la figura 6.5 pero para diferencias inducidas por las incertezas en la tasa de reacción $^{12}\text{C} + \alpha$ . . . . .	101
6.9. Figura idéntica a la figura 6.6 pero para diferencias inducidas por las incertezas en la tasa de reacción $^{12}\text{C} + \alpha$ . . . . .	102
6.10. Diferencia entre los parámetros estelares $T_{eff}$ , $M_{wd}$ y $\log(M_H/M_{wd})$ de las estrellas ZZ Ceti seleccionadas derivados de los ajustes astrosismológicos de de los conjuntos de modelos 0TP y 3TP. Cuadrados, círculos y triángulos refieren a estrellas ZZ Ceti de temperatura alta, intermedia y baja respectivamente. . . . .	105
6.11. Variaciones en los parámetros estelares como en la figura 6.10 pero considerando los conjuntos de modelos $K_h$ y $K_l$ . . . . .	106
7.1. Relación masa inicial-final teórica y las fases evolutivas en escala de grises, obtenidas de seguir la evolución de estrellas con abundancia de helio inicial aumentada $Y = 0,4$ y una metalicidad $Z = 0,001$ . La escala de colores de la derecha muestra la edad (en millones de años) al extremo de la fase RGB. . . . .	110
7.2. Diagrama HR para las secuencias evolutivas enriquecidas en helio $Y = 0.4$ y $Z = 0.001$ . Las secuencias evolutivas se grafican desde la ZAMS hasta la fase avanzada de enana blanca. La escala de colores muestra la fracción de la luminosidad total aportada por la quema nuclear de hidrógeno. El valor superior para la escala de colores ha sido fijado en 1.2, por lo que valores mayores de $L_{CNO+pp}/L_\star$ no son exhibidos. . . . .	111
7.3. Gráfico de los diagramas HR pero para secuencias evolutivas de mayor masa. . . . .	112

7.4.	Relación masa inicial-final para las secuencias evolutivas enriquecidas en helio con metalicidad $Z = 0,001$ y $Z = 0,0005$ (líneas sólidas negra y roja, respectivamente). Además se muestra la masa del HFC al final del primer pulso térmico para el caso $Y = 0,4$ , $Z = 0,001$ (línea sólida azul). También se incluye la relación masa inicial-final cuando se considera overshooting durante la fase TP-AGB, y aquella resultante de secuencias con contenido de helio inicial estándar ( $Y = 0,247$ y $Z = 0,001$ ) (línea punteada azul y línea sólida verde respectivamente). . . . .	113
7.5.	Evolución temporal de la masa del HFC desde el inicio de la quema nuclear de helio hasta la ocurrencia del primer pulso térmico para las secuencias de $1.0 M_{\odot}$ con $Y = 0,4$ y $Y = 0,247$ . La escala de colores de la derecha muestra la abundancia de helio central. La masa del HFC aumenta considerablemente durante la quema central de helio para la secuencia enriquecida en helio. . . . .	114
7.6.	Fracción de la luminosidad total de la enana blanca debido a la quema nuclear de hidrógeno (ciclos CNO y $p - p$ ) para todas nuestras secuencias enriquecidas en helio para metalicidades $Z = 0.0005$ y $Z = 0.001$ (paneles superior e inferior respectivamente). La línea roja (azul) muestra los resultados de las secuencias que finalizan como enanas blancas con núcleo de C/O. Las líneas verdes corresponde a una secuencia de enana blanca con núcleo de helio resultante de un progenitor con metalicidad $Z = 0.01$ y abundancia inicial de helio estándar. Para las enanas blancas menos masivas con núcleo de C/O, la quema de hidrógeno residual es una fuente relevante de energía incluso a bajas luminosidades. . . . .	116
7.7.	Tiempos de enfriamiento para las secuencias enriquecidas en helio $Y = 0.4$ y $Z = 0.001$ . Las líneas roja y azul corresponden a enanas blancas de núcleo de helio y C/O respectivamente. La línea sólida verde corresponde a una enana blanca de masa $0.435 M_{\odot}$ con núcleo de helio proveniente de un progenitor de $Z = 0.01$ y abundancia de helio inicial estándar, mientras que la línea de trazo verde corresponde a una enana blanca de masa $0.449 M_{\odot}$ resultante de un progenitor con $Z = 0.001$ y abundancia inicial de helio estándar (Serenelli et al., 2002) . . . . .	117
7.8.	Distribución de abundancias químicas para los elementos más ricos (H, He, C y O) en términos de la fracción de masa exterior para modelos de enanas blancas seleccionados en la etapa ZZ Ceti (líneas gruesas) resultantes de la evolución de progenitores enriquecidos en helio $Y = 0.4$ y $Z = 0.001$ . Los perfiles químicos al comienzo de la etapa de enfriamiento son graficados con líneas finas. . . . .	120
7.9.	Diagramas de propagación, valor del logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä y la frecuencia de Lamb correspondientes a los modelos de enanas blancas mostrados en la figura 7.8 para $\ell = 1$ . . . . .	121
7.10.	Espaciamiento de períodos $\Delta P_{i_k}$ en función de los períodos $\Pi_k$ correspondiente a los modelos mostrados en la figura 7.8 para $\ell = 1$ . . . . .	122



# Índice de tablas

1.1.	Clases de estrellas pulsantes en conjunto con los valores de los parámetros estelares más importantes. R significa modos radiales; NR(p) modos $p$ no radiales; NR(g) modos $g$ no radiales. Tabla tomada de la tesis doctoral de Romero Alejandra. . .	26
3.1.	Tabla de coeficientes para la expresión analítica de las tasas de reacción superior e inferior determinadas en el trabajo de Kunz et al. (2002). . . . .	49
4.1.	Propiedades básicas del conjunto de modelos utilizados para estudiar las incertezas provenientes de la tasa de reacción $^{12}\text{C} + \alpha$ , sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti. . . . .	66
4.2.	Propiedades básicas de los conjuntos de modelos utilizados para el estudio del impacto de la cantidad de pulsos térmicos en la fase TP-AGB, sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti. . . . .	67
6.1.	Determinaciones espectroscópicas de $T_{\text{eff}}$ y $M_{\text{wd}}/M_{\odot}$ correspondientes a las estrellas ZZ Ceti seleccionadas para este trabajo de tesis. . . . .	103
7.1.	Propiedades básicas de los modelos para las secuencias con $Y = 0.4$ y $Z = 0.001$ y $Z = 0.0005$ . . . . .	109



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Contexto general y motivación de la Tesis

Las estrellas enanas blancas constituyen el final evolutivo de más del 97% de las estrellas incluido nuestro Sol (Althaus et al., 2010b; Fontaine and Brassard, 2008; Fontaine et al., 2001; Winget and Kepler, 2008). Estos remanentes estelares son los núcleos de progenitores de estrellas con masas iniciales menores que  $\sim 10,5M_{\odot}$ , cuya evolución puede describirse como un proceso muy lento de enfriamiento (Mestel, 1952), mediante el cual la energía térmica almacenada en los iones es liberada durante el enfriamiento de la estrella. Esta característica sumada a la simplicidad de los procesos físicos responsables de su evolución, convierte a las enanas blancas en herramientas de fundamental importancia con potenciales aplicaciones en diversos campos de la astrofísica estelar.

La población actual de enanas blancas contiene un registro detallado de los procesos de formación estelar temprana de la Galaxia, preservando información precisa de su historia evolutiva completa (Hansen and Liebert, 2003). En las últimas décadas, las enanas blancas han cobrado importancia como herramientas para el estudio de diversas cuestiones de interés tales como la composición de la materia oscura, lentes gravitacionales, progenitores de supernovas Tipo Ia, incluido el destino final de sistemas planetarios extra-solares. Por otra parte, dada la lenta evolución que caracteriza a estas estrellas, las enanas blancas constituyen relojes cósmicos precisos con los cuales es posible datar de manera independiente la edad de diversas poblaciones estelares. En este sentido, es posible hoy en día mediante el uso de la función de luminosidad de las enanas blancas, establecer cotas muy precisas a la edad y procesos de formación de las poblaciones galácticas, incluyendo el disco (García-Berro et al., 1988b; Winget and van Horn, 1987), y la población de cúmulos globulares y abiertos de nuestra Galaxia (García-Berro et al., 2010; Hansen et al., 2007; Richer et al., 1997; von Hippel and Gilmore, 2000). Las enanas blancas de cúmulos ofrecen la ventaja de que poseen la misma edad, distancia, metalicidad y enrojecimiento por lo que proveen una muestra pura y homogénea que resalta claramente en el diagrama HR y por lo tanto no puede ser confundida con las estrellas de secuencia principal del campo como sí sucede con las enanas blancas de campo (Hansen and Liebert, 2003). Su historia evolutiva puede ser reconstruida debido a que la edad y composición química de sus progenitores son conocidas.

No menos importante que estas aplicaciones, es de destacar el uso de las enanas blancas en el estudio de la composición química de sistemas planetarios extra-solares. En efecto, la mayor parte de las estrellas con sistemas planetarios evolucionarán a enanas blancas, y actualmente existe

evidencia de que una fracción considerable de enanas blancas alberga remanentes de sistemas planetarios antiguos (Farihi et al., 2009). Debido a la pureza de sus atmósferas, las enanas blancas son detectores que permiten, de manera única, determinar fehacientemente la composición química de planetas extra-solares que han sido acretao por la enana blanca (Gänsicke et al., 2012; Zuckerman et al., 2007).

Durante décadas, las enanas blancas han sido consideradas como laboratorios cósmicos capaces de testear procesos físicos que suceden bajo condiciones extremas de temperatura, densidad y presión, procesos que por su naturaleza, son irreproducibles en los laboratorios terrestres. En este sentido, las enanas blancas pueden ser utilizadas para restringir propiedades fundamentales de partículas elementales tales como axiones y neutrinos (Córscico et al., 2001; García-Berro et al., 2014; Isern et al., 2010, 2008, 1992; Miller Bertolami, 2014), para estudiar problemas relacionados con la variación de las constantes fundamentales (Althaus et al., 2011; Córscico et al., 2013; García-Berro et al., 1995) y la teoría de cristalización a altas densidades (Barrat et al., 1988; Chabrier et al., 1993; Hernanz et al., 1994; Segretain et al., 1994; Winget et al., 2009), incluido el estudio de plasmas de altas densidades (Kowalski, 2006). Las conclusiones y resultados inferidos en este sentido dependen fundamentalmente del modelado de la estructura interna y evolución de las estrellas enanas blancas. Cabe mencionar también que las incertezas actuales en los modelos, se propagan a la teoría de nucleosíntesis de poblaciones estelares y evolución galáctica (Maraston, 1998).

Es importante notar que la mayoría de las aplicaciones de las enanas blancas dependen del comportamiento de sus propiedades colectivas como poblaciones estelares, sea mediante la función luminosidad o secuencia de enfriamiento en cúmulos, junto con determinaciones espectroscópicas que proveen información de las propiedades básicas superficiales de las estrellas –  $T_{eff}$ ,  $M_{wd}$ ,  $\log(g)$ , composición superficial, etc–. Sin embargo, incertezas que persisten hoy en día en la evolución estelar, en particular, procesos de extra-mezcla durante las etapas de quema central y los procesos de pérdida de masa, conllevan a incertezas en el modelado actual de las enanas blancas, y por ende a las conclusiones derivadas a partir de ellas. En este sentido, propiedades globales de las enanas blancas, tales como su distribución de masa resultan fundamentales para restringir y calibrar la teoría de evolución estelar, como puede ser la pérdida de masa en la rama asintótica de las gigantes (AGB) (vinculada con la relación masa inicial/final de las enanas blancas Williams et al., 2009).

Afortunadamente, durante su evolución, las enanas blancas experimentan varias fases de inestabilidad pulsacional, mostrando variaciones intrínsecas en su luminosidad (pulsaciones) en escala de tiempos menores que la escala de cambios evolutivos. Estas pulsaciones son el resultado de la excitación de modos de pulsación debido a diferentes factores perturbadores tales como convección, opacidad o energía nuclear y donde la fuerza restauradora es la gravedad. Estos patrones de pulsación constituyen una herramienta muy poderosa para explorar la estructura interna de las enanas blancas, inaccesible a la observación directa, con resultados mucho más prometedores que los inferidos indirectamente mediante el estudio de las propiedades colectivas de las enanas blancas en poblaciones estelares, como hemos mencionado.

La comparación de las frecuencias de oscilación con aquellas calculadas mediante modelos teóricos representativos apropiados (astrosismología) es utilizada para inferir parámetros estelares y de evolución (Althaus et al., 2010c; Fontaine and Brassard, 2008; Winget and Kepler, 2008), aventajando ampliamente a otras técnicas de observación, debido a que las frecuencias de pulsación, amplitudes y fase de las oscilaciones pueden ser observadas con mucha precisión. La astrosismología explota el hecho de que cada modo individual de oscilación se propaga en una re-

gión específica de la estrella, proveyendo así información de esa zona del interior estelar. Mientras más modos de oscilación sean observados, mayor será la información que pueda extraerse.

En la actualidad existen dos técnicas bien establecidas para la astrosismología de enanas blancas. La primera hace uso de modelos estelares estáticos con perfiles químicos parametrizados. Esta aproximación tiene la ventaja que permite una exploración casi completa del espacio de parámetros para encontrar un modelo sísmico óptimo (Bischoff-Kim and Østensen, 2011; Bischoff-Kim et al., 2014; Bradley, 1998, 2001; Castanheira and Kepler, 2009; Giammichele et al., 2017a,b), pero requiere un gran número de modos de pulsación detectados para resolver el gran número de parámetros. Otra desventaja de esta técnica es que puede dar lugar a soluciones que no estén de acuerdo con los cálculos predichos por la evolución estelar.

La otra aproximación, que hemos empleado en esta tesis, utiliza modelos que resultan de la evolución completa de la estrella progenitora desde la secuencia principal de edad cero (ZAMS<sup>1</sup>) hasta la fase de enana blanca (ver Romero et al., 2012, 2013). Este método utiliza modelos evolutivos detallados particularmente en lo que respecta a la estructura química interna esperada de la historia de quema nuclear del progenitor, lo cual es un aspecto crucial para decodificar correctamente la información encriptada en los patrones de pulsación de las estrellas enanas blancas variables. Este método ha sido empleado exitosamente en diferentes casos de enanas blancas pulsantes (ver por ejemplo Córscico and Althaus, 2006; Córscico et al., 2006, 2009; Romero et al., 2012, 2013, para estrellas ZZ Ceti, DBVs y estrellas PG1159 pulsantes).

La astrosismología de enanas blancas nos permite mirar al interior de estos objetos e inferir detalles de su estructura interna tales como abundancias, masa del núcleo, posición de transiciones químicas, masa de las envolturas de helio e hidrógeno, así como también propiedades externas como  $T_{eff}$ ,  $M_{wd}$  y  $\log(g)$ . Estas determinaciones también son relevantes para obtener información sobre los procesos físicos que son responsables de formar la estructura química de los progenitores de las estrellas enanas blancas. Como consecuencia, un análisis astrosismológico detallado nos permite mejorar nuestros modelos de enanas blancas aumentando el grado de precisión de las determinaciones de edad, metalicidad, grado de cristalización, y procesos físicos en las estrellas progenitoras.

No obstante, ninguna de las técnicas astrosismológicas tiene en cuenta las incertezas reales en la evolución estelar ni en el modelado ni en la física considerada en los progenitores de enanas blancas. En este sentido, existen varias incertezas importantes ligadas a la evolución previa de las enanas blancas que deben ser exploradas. Como es sabido, las proporciones exactas de carbono y oxígeno en el núcleo de las enanas blancas constituye un factor fundamental que impacta fuertemente en las propiedades de enfriamiento de las enanas blancas. Además la forma precisa de la distribución de las abundancias químicas es crítica para las propiedades pulsacionales de las enanas blancas pulsantes. Las principales incertezas que afectan la composición de carbono-oxígeno y los tiempos de enfriamiento de las enanas blancas están relacionadas con la tasa de reacción nuclear  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ . Otro de los procesos que modifican la estructura química es el *overshooting*: el tamaño preciso del núcleo convectivo y las regiones de mezcla son actualmente una de las mayores incertezas que afectan los cálculos evolutivos y de la estructura estelar. Particularmente, la extensión del overshooting durante la quema central de helio no se conoce a ciencia cierta y afecta fuertemente el perfil químico de carbono/oxígeno, masa del núcleo convectivo y la estratificación de la temperatura. Incertezas reales en procesos físicos que operan durante la fase de pulsos térmicos en la rama asintótica de las gigantes (TP-AGB) también

<sup>1</sup>De sus siglas en inglés Zero Age Main Sequence

afectan la estructura química final esperada en enanas blancas. Particularmente, la estratificación química de las capas más externas dependen fuertemente de la ocurrencia de overshooting y pérdida de masa durante esta etapa. Específicamente, la masa del intershell rico en helio y carbono que queda luego de un breve episodio convectivo depende tanto del overshooting como del número de pulsos térmicos (PT) el cual está determinado, entre otras cosas, por la pobremente determinada eficiencia de la pérdida de masa (Karakas and Lattanzio, 2014).

En esta Tesis se propone cuantificar por primera vez el impacto de tales incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras, sobre las inferencias astrosismológicas de parámetros fundamentales de las enanas blancas. Si bien se espera que las incertezas en la evolución previa afecten los tiempos de enfriamiento de las estrellas enanas blancas, esto ya ha sido estudiado en diversos trabajos previos (Prada Moroni and Straniero, 2007; Salaris et al., 2010). El trabajo realizado en esta tesis está basado en diversos trabajos de investigación publicados en revistas con referato a saber: los resultados presentados en el capítulo en el que describimos el impacto de las incertezas sobre la estructura química y propiedades pulsacionales de las estrellas enanas blancas DA están incluidos en el trabajo “Asteroseismology of ZZ Ceti stars with fully evolutionary white dwarf models I. The impact of the uncertainties from prior evolution on the period spectrum” el cual fue publicado en la revista *Astronomy & Astrophysics (A&A)* (2017, A&A, 599, 21); los resultados referidos al impacto sobre las determinaciones astrosismológicas debido a las incertezas durante la etapa de pulsos térmicos fueron volcados en el trabajo “Asteroseismology of ZZ Ceti stars with fully evolutionary white dwarf models. II. The impact of thermal pulses in the AGB on the asteroseismic inferences.” presentado y aceptado para su publicación en la revista A&A, mientras que los resultados referentes a las incertezas en la tasa de reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ , incluidos en el mismo capítulo, forman parte de un trabajo que actualmente se encuentra en proceso de escritura titulado “Asteroseismology of ZZ Ceti stars with fully evolutionary white dwarf models. III. The impact of  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  reaction rate during core helium burning on the asteroseismic inferences”.

Por último, los resultados volcados en el capítulo 7, constituyen un primer paso de un trabajo que pretende determinar el impacto de un enriquecimiento en la abundancia de helio inicial sobre la formación, evolución y propiedades pulsacionales de estrellas enanas blancas. Como es sabido, la contaminación de generaciones estelares previas, tal como puede suceder en cúmulos globulares viejos, enriquece el medio en el que se formarán nuevas generaciones de estrellas. Se espera que estas diferencias en las abundancias iniciales de las estrellas progenitoras cambien profundamente las propiedades estructurales y evolutivas de las estrellas. Particularmente, los tiempos durante la quema central de hidrógeno se reducen considerablemente y la relación masa inicial-final es marcadamente afectada. Si bien esto no constituye una incerteza propiamente dicha de la evolución previa, es de suma importancia investigar el impacto que tiene un cambio las abundancias iniciales sobre las propiedades estructurales, evolutivas y pulsacionales de las enana blancas resultantes. Los resultados de dicho capítulo forman parte del trabajo de investigación publicado en la revista A&A, titulado “The evolution of white dwarfs resulting from helium-enhanced, low-metallicity progenitor stars” (2017, A&A, 597, 67). Desearía mencionar también que algunas de las secuencias evolutivas desarrolladas durante esta tesis han formado parte de un trabajo en colaboración titulado: “Probing the structure of Kepler ZZ Ceti stars with full evolutionary models-based asteroseismology” Romero et. al 2017, el cual se ha sido publicado en la revista *The Astrophysical Journal* (2017, Apj, 851, 60).

Quisiera mencionar que mi trabajo de tesis ha sido desarrollado en el seno del grupo de evolución estelar y pulsaciones de La Plata. Los investigadores de este grupo han llevado a cabo

avances importantes en el estudio de las propiedades pulsacionales de las enanas blancas a lo largo de casi dos décadas. Sólo para mencionar en relación a la temática de mi tesis, las investigaciones realizadas por el grupo han demostrado que los procesos de difusión microscópica son un ingrediente fundamental en el modelado del espectro de período de pulsación de las enanas blancas, con consecuencias importantes para las propiedades de atrapamiento de modo que presentan estas estrellas. Pero fundamentalmente, este grupo ha demostrado por vez primera la importancia del modelado de los procesos físicos involucrados en la evolución de las estrellas progenitoras en la determinación de propiedades fundamentales de las enanas blancas inferidas mediante las técnicas astrosismológicas. Estos resultados han dado robustez a las determinaciones astrosísmicas de masa, radio y temperatura efectiva de las enanas blancas, las que a su vez constituyen cantidades fundamentales a la hora de utilizar a las enanas blancas como estimadores de la relación masa inicial-masa final y por ende del enriquecimiento químico de la galaxia, y también como relojes cósmicos de precisión para determinaciones de edades de poblaciones estelares. En este contexto, las investigaciones a lo largo de mi tesis han permitido cuantificar las incertezas en las inferencias astrosismológicas que resultan de nuestro actual desconocimiento de ciertos procesos físicos y etapas evolutivas de las estrellas progenitoras. Esto es un aspecto clave puesto que convierte a la astrosismología de enanas blancas en una herramienta confiable y robusta a la hora de derivar parámetros fundamentales de las enanas blancas totalmente independiente del método estándar, y muchas veces incierto, de ajustes a espectros con modelos teóricos de atmósferas estelares.

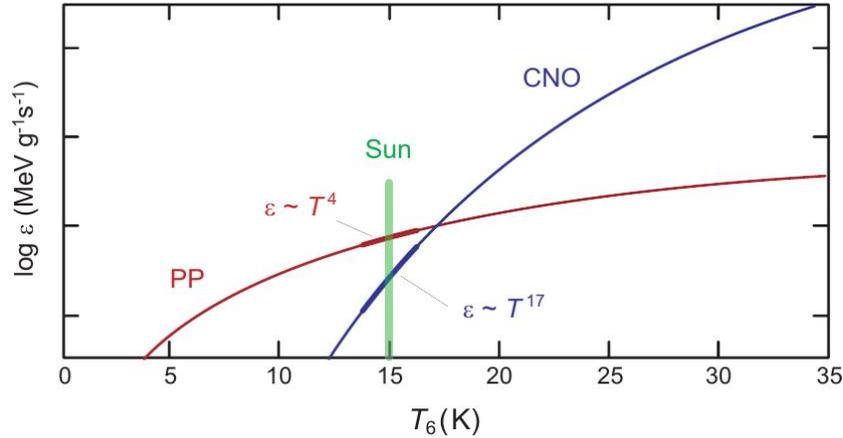
## 1.2. Evolución estelar

### 1.2.1. Estrellas de masa baja e intermedia

La formación de protoestrellas en equilibrio hidrostático, a partir del colapso de materia en una nube de gas y polvo primordial, es un fenómeno que ocurre comúnmente en el universo. Estas nubes de gas comienzan a incrementar su masa debido a la fuerza gravitatoria contrayéndose e incrementando su temperatura interior. Durante este colapso, la densidad de la nube crece en dirección al centro. Eventualmente el núcleo se vuelve denso y opaco. A partir de este momento, la configuración es una protoestrella con un núcleo rodeado por gas que cae libremente hacia el y que incrementa la radiación de energía. Si la nube original tiene la masa suficiente, la temperatura puede elevarse hasta alcanzar valores en los que sucede la fusión de hidrógeno en su centro, a unos  $\sim 10^7\text{K}$ . La estrella comienza así la fase de quema de hidrógeno (o Secuencia Principal). Durante esta etapa, el helio es producido a costas de la fusión de cuatro protones además de que cierta cantidad de energía es liberada<sup>2</sup> (unos  $\sim 26,7\text{ MeV}$ ). Parte de esta energía es usada para detener la constante contracción de la nube de gas y polvo, dejando a la estrella en un estado de equilibrio hidrostático. La etapa de quema central de hidrógeno es una de las fases más importantes en la evolución de las estrellas. Al ser la etapa evolutiva más duradera<sup>3</sup>, estadísticamente pueden observarse más estrellas en esta fase que en cualquier otra. Para estrellas con masas iniciales menores a  $1.2\text{-}1.3 M_{\odot}$  (secuencia principal inferior) el mecanismo dominante

<sup>2</sup>La fusión de los núcleos de H puede ser realizado mediante dos cadenas de reacción distintas: la cadena  $p-p$  o mediante el ciclo  $CNO$ . Aunque pueden ocurrir simultáneamente, sus eficiencias dependerán de la masa total de la estrella.

<sup>3</sup>Debido a la gran cantidad de energía liberada durante la reacción nuclear, el hidrógeno disponible se consume de forma más lenta que en cualquier otra fase de quema nuclear.



**Figura 1.1.** Energía liberada por el ciclo  $p - p$  y CNO y su dependencia con la temperatura central. Imagen tomada del sitio <http://eagle.phys.utk.edu/guidry/astro615/>.

de quema nuclear es la cadena  $p - p$ . Esto se debe a que este mecanismo es más eficiente para las temperaturas características en el centro de este tipo de estrellas, ver figura 1.1. Durante esta fase, este tipo de estrella tiene un núcleo radiativo y una envoltura convectiva debido a la presencia de H y He parcialmente ionizado. Para estrellas con masas mayores a  $1.2-1.3M_{\odot}$  (secuencia principal superior), la temperatura interior aumenta considerablemente por lo que, debido a la fuerte dependencia con la temperatura, el ciclo CNO toma el control y los procesos de quema se encuentran concentrados en el centro. Esto causa que el gradiente radiativo aumente considerablemente en dirección hacia el interior. Debido a esto, de acuerdo al criterio de Schwarzschild, el interior de la estrella se vuelve convectivo durante toda la quema central de H. La existencia de un núcleo convectivo implica que la quema de H en He se realiza en una región que esta completamente mezclada, por lo que el gradiente químico es muy diferente de aquel que puede encontrarse en estrellas menos masivas. Los cambios estructurales sufridos en esta etapa, determinarán las condiciones iniciales para el comienzo de las etapas posteriores.

A medida que se acaba el hidrógeno en las regiones centrales, los procesos de quema se trasladan a las regiones circundantes, el núcleo se contrae y la envoltura se expande mientras que la quema de H continúa en una capa alrededor del núcleo de He inerte. Durante esta etapa (rama de las gigantes rojas) la estrella posee una envoltura convectiva. A medida que la convección penetra hacia el interior de la estrella, parte del helio producido durante la etapa de quema central de hidrógeno es mezclado en la superficie. La abundancia superficial de helio aumenta monótonamente hasta que la convección alcanza su máxima penetración y ocurre el llamado “primer dragado”. Por otra parte, como consecuencia de que la capa de quema de hidrógeno en helio se mueve de forma continua hacia las capas exteriores que contienen hidrógeno fresco, tanto la masa del núcleo de helio como la densidad central están en continuo crecimiento.

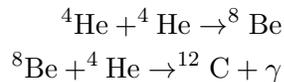
Para aquellas estrellas de masa baja<sup>4</sup> la quema de helio sucede en un núcleo de helio dege-

<sup>4</sup> Se definen como estrellas de baja masa a aquellas que desarrollan un núcleo de helio degenerado inmediatamente después de la fase de secuencia principal, lo que impone un límite superior en la masa de las estrellas de  $2-2.3M_{\odot}$ , y uno inferior de  $0.8-1.0M_{\odot}$  (Iben and Renzini, 1983).

nerado. Esta degeneración electrónica también aumenta, proveyendo la presión necesaria como para soportar la envoltura que yace por encima. El aumento de la degeneración electrónica causa un decrecimiento en las opacidades conductivas del núcleo por lo que el transporte conductivo pasa a ser muy eficiente. A pesar de la pérdida de energía debido a flujo de neutrinos y conducción electrónica, la temperatura aumenta monótonamente. Cuando la temperatura alcanza aproximadamente  $10^8$  K, la quema de helio se enciende en forma repentina. En el núcleo, el helio se encuentra bajo una fuerte degeneración electrónica, por lo que la presión del gas no es sensible a los cambios de temperatura. Cuando se enciende la quema nuclear en un núcleo no degenerado, la energía liberada por la quema nuclear aumenta la temperatura y en consecuencia un aumento en la presión, a continuación el núcleo se expande y enfría previniendo un continuo incremento en la generación de energía. Por el contrario, para núcleos con fuerte degeneración electrónica, el núcleo no responde al incremento de temperatura inicial con una expansión, por lo que la tasa a la cual las reacciones de quema de helio ocurren aumenta repentinamente, con un continuo incremento de la temperatura, lo que es llamado “fuga (ó escape)”<sup>5</sup> termonuclear. Durante este intervalo de tiempo se produce una gran generación de energía que puede alcanzar  $10^{10} L_{\odot}$ . La mayor parte de esta energía es absorbida por las envolturas, las cuales se expanden moderando la intensidad del flash de helio. Las grandes cantidades de energía inducen un transporte de energía convectivo y esto también auto regula la producción de energía.

Por otra parte, en estrellas de masa intermedia<sup>6</sup> el núcleo no degenerado responde al aumento de la temperatura inducido por la fuente de energía con un aumento en la presión y la consecuente expansión y enfriamiento. Esto impide que, como en el caso de estrellas de baja masa, haya un continuo aumento de la generación de energía. La estrella comienza una fase de quema nuclear de helio en un núcleo convectivo que se encuentra en constante crecimiento

La quema central de helio, en contraposición con lo que pasa para las estrellas en secuencia principal, ocurre de manera similar independientemente de la masa del progenitor. Aún así, el camino evolutivo que describen en el diagrama de Hertzsprung-Russell (HR) depende fuertemente de la masa inicial. Los procesos nucleares principales que actúan durante esta etapa son los encargados de convertir helio en carbono, como primer paso fundamental, y carbono en oxígeno hacia finales de la etapa<sup>7</sup>. La primer reacción encargada de comenzar la quema de helio es la reacción triple- $\alpha$ . En esta reacción, tres núcleos de  $^4\text{He}$  se fusionan para generar un núcleo de  $^{12}\text{C}$ . Esta fusión se da generalmente en dos pasos:



La sensibilidad a la temperatura de la energía liberada por la reacción triple- $\alpha$  es muy fuerte:  $\epsilon_{3\alpha} \propto T^{40}$  para  $T \sim 10^8$  K y  $\epsilon_{3\alpha} \propto T^{20}$  para  $T \sim 2 \times 10^8$  K por lo que se puede prever que durante la quema de helio, las estrellas tienen núcleos convectivos extendidos. Como veremos en capítulos siguientes, dentro del núcleo convectivo ocurren diversos procesos de mezcla relacionados con los cambios de opacidad generados al cambiar la composición química, así cómo también mecanismos

<sup>5</sup>En inglés suele denominarse “flash”.

<sup>6</sup>Se definen como estrellas de masa intermedia a aquellas que encienden el helio en condiciones no degeneradas, pero desarrollan un núcleo de carbono-oxígeno (C-O) degenerado luego de la quema del helio en el centro, esto nos dá un límite superior para la masa de la estrella de  $8-9M_{\odot}$  (Iben and Renzini, 1983).

<sup>7</sup>Durante esta etapa existen tres procesos más que involucran partículas  $\alpha$ , pero no las explicitaremos aquí por no ser tan determinantes en la estructura química final.

## 1. Introducción

---

que fomentan la extensión del núcleo convectivo más allá del límite impuesto por el criterio de Schwarzschild. La eficiencia, aún muy incierta, de estos procesos físicos impactan directamente sobre el tiempo de vida durante esta fase y las siguientes, así como también la estructura química interna que queda luego de que se agote el helio en el interior de la estrella.

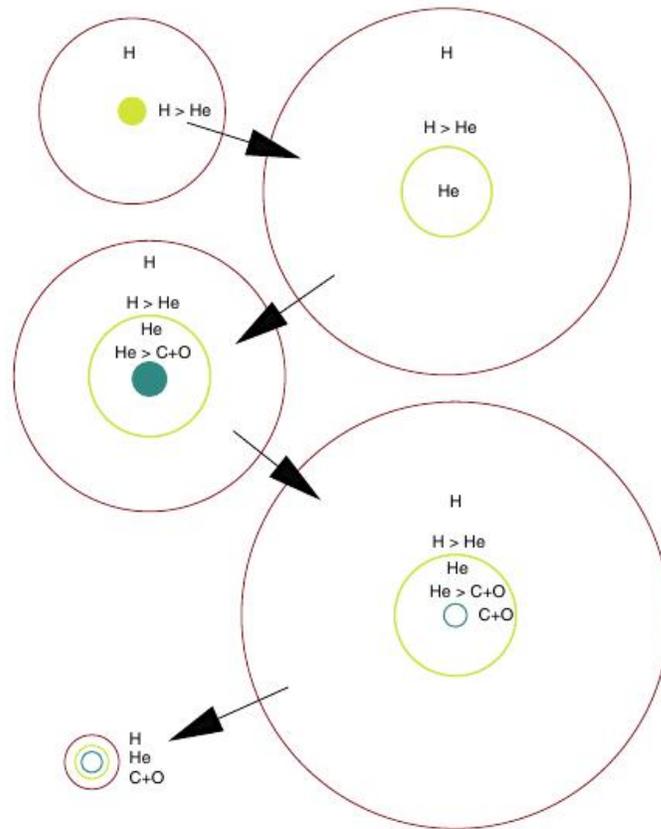
La segunda reacción más importante durante esta etapa, es la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  encargada de producir oxígeno. Esta reacción es una de las más importantes en lo que respecta a la astrofísica estelar debido a que:

- determina el cociente de carbono/oxígeno en el núcleo de las enanas blancas, afectando fuertemente los tiempos de enfriamiento,
- una vez generada una cantidad suficiente de  $^{12}\text{C}$ , esta reacción compite con la reacción triple- $\alpha$  en términos energéticos, afectando el tiempo de vida en la fase de quema de He,
- influencia tanto la producción de elementos más pesados que el oxígeno así como la evolución de las fases siguientes,
- siendo que los elementos producidos en progenitores de supernovas tipo II son dispersados en la galaxia, afecta la evolución química de la misma (Woosley and Weaver, 1995),
- afecta el valor inicial de la masa estelar para la cual el remanente de supernova será una estrella de neutrones o un agujero negro (Hashimoto, 1995)

Desafortunadamente, esta reacción tiene una resonancia y una sección eficaz muy pequeña para bajas energías por lo que los parámetros nucleares son muy difíciles de medir experimentalmente o calcular mediante un análisis teórico. Es por esto que esta reacción constituye una de las mayores incertezas que afectan la estructura química y por lo tanto la evolución de las estrellas.

A medida que la quema central de helio va haciéndose más eficiente, la luminosidad de la capa de quema de hidrógeno decrece monótonamente y la estrella realiza un bucle en el diagrama HR, volviendo hacia temperaturas más frías. Al agotar el helio en su núcleo, la quema nuclear de helio se mueve a una capa que rodea al núcleo de carbono/oxígeno. Este núcleo a su vez va aumentando de tamaño y la estrella comienza a “ascender” en el diagrama de HR por la rama asintótica de las gigantes (AGB). La estrella se expande, reduce su temperatura y la capa de quema de H se extingue. Durante esta primera etapa llamada AGB temprana, aquellas estrellas con masas superiores a  $\sim 4 M_{\odot}$  sufren un importante episodio convectivo. Este evento ocurre luego de que, debido a un gran flujo de energía producido por la capa de quema de helio, la base de la envoltura de hidrógeno se expande y enfría extinguiendo la quema de H. Eventualmente, la zona convectiva externa penetra hacia dentro de la estrella llevando hacia la superficie los materiales producidos en la quema de H ( $^4\text{He}$  y algún elemento catalizador del ciclo CNO como el  $^{14}\text{N}$ ). Este evento es llamado “segundo dragado”. Además de contaminar la superficie estelar con otros elementos químicos, el segundo dragado reduce el tamaño de la región libre de hidrógeno, previniendo la formación de enanas blancas muy masivas. Para aquellas estrellas con masas superiores, la quema de hidrógeno en capa no logra extinguirse previniendo que la zona convectiva exterior penetre hacia el interior de la estrella.

Una vez que la capa de quema de He se acerca a la zona de transición química de hidrógeno/helio, se apaga y luego de una rápida contracción la capa de quema de H se establece como la fuente de energía necesaria para mantener la estructura de la estrella. Es en este momento en



**Figura 1.2.** Evolución esquemática de la estructura interna de una estrella desde la ZAMS hasta la fase de enana blanca. Figura obtenida del trabajo de Goswami and Reddy (2010)

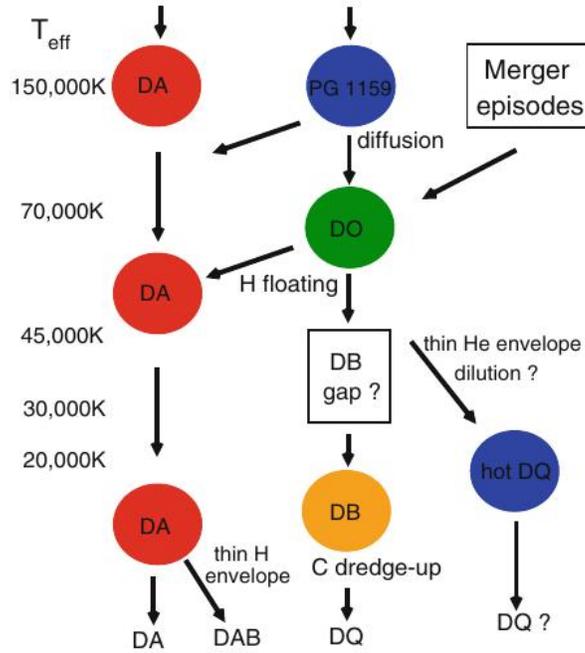
que la estrella comienza una fase conocida como Pulsos Térmicos (TP). Durante la quema de H en capa, el helio resultante se posa sobre el núcleo degenerado de carbono-oxígeno mientras es comprimido y calentado. Al alcanzar una masa del orden de  $10^{-3}M_{\odot}$  el helio se enciende de forma inestable, produciendo fuertes aumentos de la tasa de liberación de energía que pueden alcanzar  $L_{He} \sim 10^7 - 10^8 L_{\odot}$ . Estos eventos son conocidos como pulsos térmicos.

A causa de esta gran liberación de energía se desarrolla una región convectiva que se extiende desde la capa de quema de He hasta la transición H/He. Este episodio convectivo deja su impronta en la estructura química de la estrella, generando una región “intershell” rica en carbono y helio. El tamaño de esta región así como también otras características de la estructura química interna dependen fuertemente tanto de la ocurrencia de overshooting durante esta fase como de la cantidad de pulsos térmicos que experimente la estrella. Particularmente, la cantidad de pulsos térmicos (NPT) que pueda experimentar una estrella depende de su masa inicial, composición, episodios de mezcla extra y de la pobremente determinada tasa de pérdida de masa. En la actualidad, la falta de conocimiento de los procesos operativos durante la fase TP-AGB hacen del número de pulsos térmicos experimentados por la estrella una incógnita y constituya otra de las incertezas que afectan la estructura química interna de la futura enana blanca.

Luego de atravesar la etapa TP-AGB, las fuertes pérdidas de masa reducen la envoltura lo suficiente como para que ya no puedan ocurrir más pulsos térmicos. La estrella abandona la AGB moviéndose hacia temperaturas efectivas más calientes, hasta alcanzar el punto de máxima temperatura efectiva en el diagrama HR. Allí la capa de quema de H se apaga y consecuentemente las envolturas rica en H y la capa rica en He se contraen rápidamente. A continuación, la estrella puede seguir diferentes escenarios posibles lo cual dará nacimiento a diferentes tipos de enanas blancas. Nuestro interés se centra en aquellas enanas blancas con envoltura de hidrógeno (DA). El camino evolutivo seguido por estas estrellas, luego de alcanzar el punto más caliente del diagrama HR, es simplemente un enfriamiento a radio constante. En la figura 1.2 mostramos un gráfico esquemático de la evolución de la estructura interna de una estrella desde la secuencia principal, pasando por las fases de quema de hidrógeno en capa, rama horizontal y AGB hasta la fase de enana en donde las fuertes pérdidas de masa ocurridas durante la etapa TP-AGB han removido una gran parte de la envoltura.

### 1.3. Estrellas enanas blancas

Luego de la evolución por la etapa TP-AGB, con la consecuente pérdida de la mayor parte de su envoltura, las estrellas progenitoras evolucionan hasta el punto previo de la curva de enfriamiento de las enanas blancas a unos  $2 \times 10^5$  K. A partir de este punto, la evolución será básicamente un proceso de enfriamiento. En este punto de la evolución las estrellas están compuestas por un núcleo de carbono-oxígeno degenerado y por una envoltura no degenerada de aproximadamente  $10^{-2} M_{wd}$ . La fase de enfriamiento, principalmente debida a la pérdida de energía por neutrinos, ocurre a radio prácticamente constante. Esto es debido a que la presión ejercida por el gas de electrones degenerado impide cualquier tipo de colapso gravitatorio. Aunque las enanas blancas evolucionan casi a radio constante, el papel de la contracción no es despreciable. La energía gravitatoria residual que surge de la lenta contracción de la enana blanca es invertida en aumentar la energía interna del gas de Fermi de modo que, dada la ausencia de fuentes de energía nuclear, la fuente de luminosidad de la estrella es el decrecimiento paulatino de la energía almacenada en los iones (con la consiguiente disminución de la temperatura interna). La naturaleza compacta de las estrellas enanas blancas se traduce en densidades centrales y gravedades extremas ( $\sim 10^6 \text{ gr/cm}^3$ ,  $\log(g) \sim 8$  [cgs]), y luminosidades entre  $10^3 - 10^{-5} L_{\odot}$ . La ecuación de estado que rige el estado y estructura del núcleo degenerado es puramente cuántica, la cual implica una masa límite por encima de la cual ninguna enana blanca estable con núcleo de carbono-oxígeno puede existir, alrededor de  $\sim 1.4 M_{\odot}$  (Chandrasekhar, 1939). Por otra parte, un gas de electrones degenerado es un excelente conductor de calor por lo cual el núcleo de las enanas blancas es prácticamente isotérmico. En enanas blancas frías, (como las enanas blancas pulsantes ZZ Ceti, con temperaturas superficiales de alrededor de 12000 K) se espera la formación de zonas convectivas. Cuando estas zonas convectivas alcanzan el interior degenerado, se da lugar a un acople entre el núcleo y la superficie aumentando la tasa de transferencia de energía a través de la envoltura. A medida que la estrella se enfría, la energía interna del gas de iones disminuye, pasando el gas de un estado gaseoso a uno líquido y luego a un estado sólido (cristalización), debido a las interacciones Coulombianas dominantes a baja temperatura y altas densidades. Durante este último cambio de fase se libera calor latente y los tiempos de enfriamiento de la estrella se prolongan, los cuales dependen de su composición química interna. Finalmente, el remanente reduce su temperatura hasta desaparecer en forma de un objeto frío.

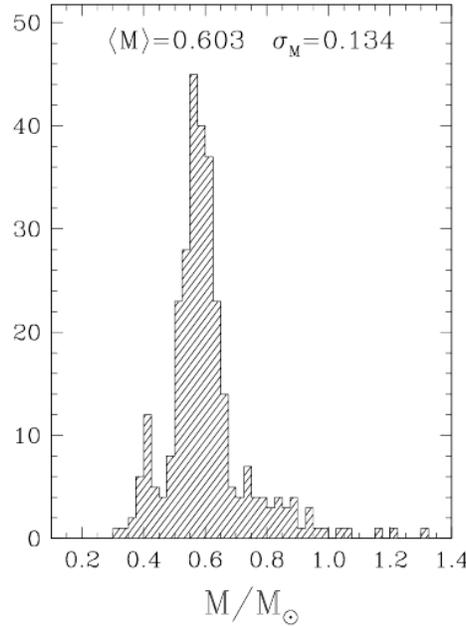


**Figura 1.3.** Clasificación y posible evolución espectral de las enanas blancas (Althaus et al., 2010b).

La clasificación espectral de estas estrellas se hace de acuerdo a su composición superficial. Además existen otras subclasificaciones de acuerdo a la presencia de polarización, campos magnéticos y pulsaciones. Las observaciones muestran que la mayoría de las enanas blancas tienen envolturas puras de hidrógeno con trazas de otros elementos. Estas son las llamadas enanas blancas DA y constituyen aproximadamente el 85 % de todas las enanas blancas. Es en esta clase de estrella que vamos a concentrar nuestro trabajo. La otra clase espectral refiere a aquellas enanas blancas deficientes en hidrógeno, con atmósferas ricas en helio, conocidas como no-DA. Estas últimas se dividen en diferentes subclases: DO (muestran líneas de He ionizado, HeII), DB (muestran líneas de He neutro) y las DC, DQ y DZ que muestran trazas de carbono y metales en su espectro. En la figura 1.3 mostramos un esquema de los posibles caminos evolutivos para las enanas blancas calientes. Notar que las enanas blancas DA se observan a lo largo de toda la curva de enfriamiento debajo de  $T_{eff} \sim 17,0000$  K hasta el límite de temperaturas fijado por la edad de la Galaxia.

El incremento por el interés en el estudio de estrellas enanas blancas ha proporcionado un entorno ideal para que tanto las misiones espaciales como así también telescopios terrestres tengan como objetivo la observación y descubrimiento de nuevas enanas blancas. El número de enanas blancas conocidas ha crecido intensamente en las últimas décadas, perfeccionando así nuestro conocimiento de las funciones de luminosidad<sup>8</sup> y distribución de masa. A partir de la función distribución de masa es posible calcular cotas en los procesos que actúan en las etapas finales, debido a que revelan la cantidad de masa expulsada por la estrella durante su evolución. Este hecho es de vital importancia para la determinación de la relación masa inicial-final y para el

<sup>8</sup>Se define a la función luminosidad como el número de enanas blancas por parsec cúbico y unidad de magnitud bolométrica (ó luminosidad) como función de la magnitud bolométrica (ó luminosidad).



**Figura 1.4.** Distribución de masas para una muestra de 298 estrellas DA con  $T_{eff} > 13000$  K (Liebert et al., 2005)

análisis de la evolución química de las poblaciones estelares.

Las funciones de distribución de masa típicas que pueden encontrarse en la literatura, como la que mostramos en la figura 1.4 (Liebert et al., 2005), revelan un excelente acuerdo con las determinaciones de gravedades superficiales y temperaturas efectivas derivadas del ajuste de modelos de atmósferas a las líneas espectrales, que en conjunto con relaciones teóricas de masa radio dan una masa promedio de enana blanca  $M \simeq 0,6 M_{\odot}$ . En la misma figura podemos observar que las enanas blancas con mayor masa yacen entre 1.0 y 1.3  $M_{\odot}$ . Se espera que este tipo de estrellas, a diferencia de las enanas blancas promedio con núcleos de carbono-oxígeno, alojen núcleos compuestos mayormente por oxígeno y neón (Ritossa et al., 1996). Se cree que este tipo de estrellas enanas blancas masivas son el resultado de la fusión de dos enanas blancas de masa promedio en binarias cercanas (Lorén-Aguilar et al., 2009) o de estrellas con mayor masa que hayan experimentado flashes de carbono (Ritossa et al., 1999). Las enanas blancas ubicadas en la parte de baja masa de la función distribución de masa, son mayormente producidas en sistemas binarios, donde la evolución ha sido truncada por la transferencia de masa (Sarna et al., 1999). Este tipo de estrellas no puede responder a la evolución de estrellas aisladas debido a que siendo la masa del progenitor baja, las edades de tales objetos serían extremadamente altas. Otra de las herramientas que nos permite obtener propiedades de las poblaciones estelares de enanas blancas en conjunto, es la función luminosidad. A partir de la determinación de esta función es posible restringir directamente la tasa de nacimiento y muerte de estrellas de masa baja e intermedia. Por otra parte, nos permite obtener información sobre edades, estructura y evolución de nuestra Galaxia, además de ser una excelente herramienta para testear la teoría de plasmas densos y astropartículas.

## 1.4. Pulsaciones Estelares

Una primera y simple aproximación a la estructura de una estrella es considerarla como una esfera de gas con gravedad propia. En esta descripción, las estrellas alcanzan un equilibrio en donde la energía generada se pierde en forma de radiación y en cada capa de la estrella el gradiente de presión compensa la fuerza gravitatoria. Si bien una estrella es considerado como un sistema estable, no esta exenta de posibles perturbaciones en su interior. En particular, dentro del interior estelar existen mecanismos que desencadenan perturbaciones y que pueden alcanzar las amplitudes suficientes como para ser observadas. Este tipo de perturbaciones se manifiestan como variaciones periódicas en la luminosidad de la estrella (pulsaciones).

Las pulsaciones estelares son ondas estacionarias (modos propios) que se propagan en el interior de la estrella, con una cierta frecuencia (frecuencia propia) asociada. Estas pulsaciones, excitadas por algún mecanismo tal como cambio en la opacidad, energía nuclear ó convección, son perturbaciones dependientes del tiempo (funciones propias) en el desplazamiento de los elementos de fluido, presión, densidad ó campo de gravedad que se hacen visibles como variaciones periódicas en el brillo, principalmente en la región del óptico. Los valores del espectro de frecuencias y los modos propios están determinados por las características de la estructura interna, masa estelar y su temperatura efectiva. Por otro lado, los tiempos de escala de los agentes excitadores de las perturbaciones determinarán cuales de todas las autofrecuencias disponibles, serán excitadas.

Las estrellas pulsantes están presentes en todo el diagrama HR como muestra la figura 1.5. Allí podemos ver que las clases de estrellas variables son muy numerosas, abarcando un amplio abanico de masas estelares y diferentes mecanismos de pulsación. A grandes rasgos, podemos clasificar a las estrellas pulsantes en dos grandes grupos: pulsadores radiales (al que pertenecen las estrellas pulsantes “clásicas” como las Cefeidas tipo II, RR Lyrae y Miras) y pulsadores no-radiales (entre los cuales se puede encontrar  $\beta$  Cep,  $\gamma$  Dor, GW Vir y ZZ Ceti). Las pulsaciones radiales son aquellos modos que mantienen la simetría esférica de la estrella y son los modos de oscilación más simples que puede tener una estrella pulsante. Por el contrario, aquellos modos que no mantienen la simetría esférica son llamadas no radiales.

En el caso de las pulsaciones radiales, las variaciones en la luminosidad se deben a cambios en el volumen de la estrella en forma periódica, manteniendo la simetría esférica. Este tipo de oscilación son ondas acústicas donde la fuerza restauradora es la presión. Por otro lado, en el caso de las pulsaciones no-radiales, el apartamiento del estado de equilibrio se produce sin conservar la simetría esférica. En este último caso, el materia se desplaza tanto en dirección radial como horizontal, siendo tanto la presión como la gravedad (flotación) las fuerzas restauradoras. Por consiguiente, mientras las pulsaciones radiales tienen un espectro de modos acústicos o de presión (modos  $p$ ), las pulsaciones no-radiales muestran además un espectro de modos de gravedad o modos  $g$  (Cowling, 1941)

### 1.4.1. Pulsaciones no-radiales

Las pulsaciones no-radiales son el tipo de pulsaciones más general que puede encontrarse. Estas pulsaciones se pueden dividir en subclases: modos esferoidales ó modos toroidales. De nuestro interés son los modos esferoidales, caracterizados por frecuencias de pulsación no nulas. Estos modos esferoidales pueden, a su vez, ser clasificados de acuerdo a la principal fuerza restauradora del modo de acuerdo a que sea la gravedad (modos  $g$  y  $f$ ) y el gradiente de presión (modos  $p$ ).

Las ecuaciones fundamentales que gobiernan las pulsaciones no radiales son las ecuaciones



básicas de la hidrodinámica, dadas por las ecuaciones de conservación de masa, el momento y la energía. Un desarrollo completo de las ecuaciones que modelan las pulsaciones no radiales para la aproximación adiabática es presentada en el Apéndice A, en donde presentamos el tratamiento (simplificado) expuesto por Unno et al. (1989).

Generalmente, las oscilaciones estelares son estudiadas en el régimen lineal, donde se consideran pequeños apartamientos del equilibrio. En este sentido, para obtener las ecuaciones de las oscilaciones, perturbamos levemente este sistema en equilibrio con simetría esférica y nos quedamos con los términos a primer orden, obtenemos por lo tanto un sistema de ecuaciones linealizadas. Para una estrella con simetría esférica<sup>9</sup>, el modo de pulsación puede ser representado como una onda estacionaria tridimensional en términos del armónico esférico  $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ <sup>10</sup>:

$$\psi'_{k\ell m}(r, \theta, \phi, t) = \psi'_{k\ell m}(r)Y_\ell^m(\theta, \phi)e^{i\sigma_{k\ell m}t} \quad (1.1)$$

donde las primas indican pequeñas perturbaciones Eulerianas de la cantidad dada (como puede ser el desplazamiento, la presión o el potencial gravitatorio),  $\sigma_{k\ell m}$  es la frecuencia de oscilación,  $\theta$  es la co-latitud y  $\phi$  la longitud. La función  $\psi'_{k\ell m}(r)$  representa la parte radial de las autofunciones. Cada modo propio de una estrella esféricamente simétrica está especificado por tres índices,  $k$  (orden radial),  $\ell$  (grado armónico) y  $m$  (orden azimutal). Geométricamente  $k = 0, 1, 2, \dots$  es el número de nodos en la componente radial de la función (superficies esféricas concéntricas donde el desplazamiento radial es nulo),  $\ell = 0, 1, 2, \dots$  es el número de líneas nodales en la superficie estelar y  $m = 0, \pm 1, \dots, \pm \ell$  es el número de tales líneas nodales, en longitud. Tanto las autofunciones como los autovalores son obtenidos como soluciones de un problema de autovalores de cuarto orden en el espacio, si consideramos la aproximación adiabática ( $dS = 0$ ) (ver ecuaciones (A.48)-(A.51)).

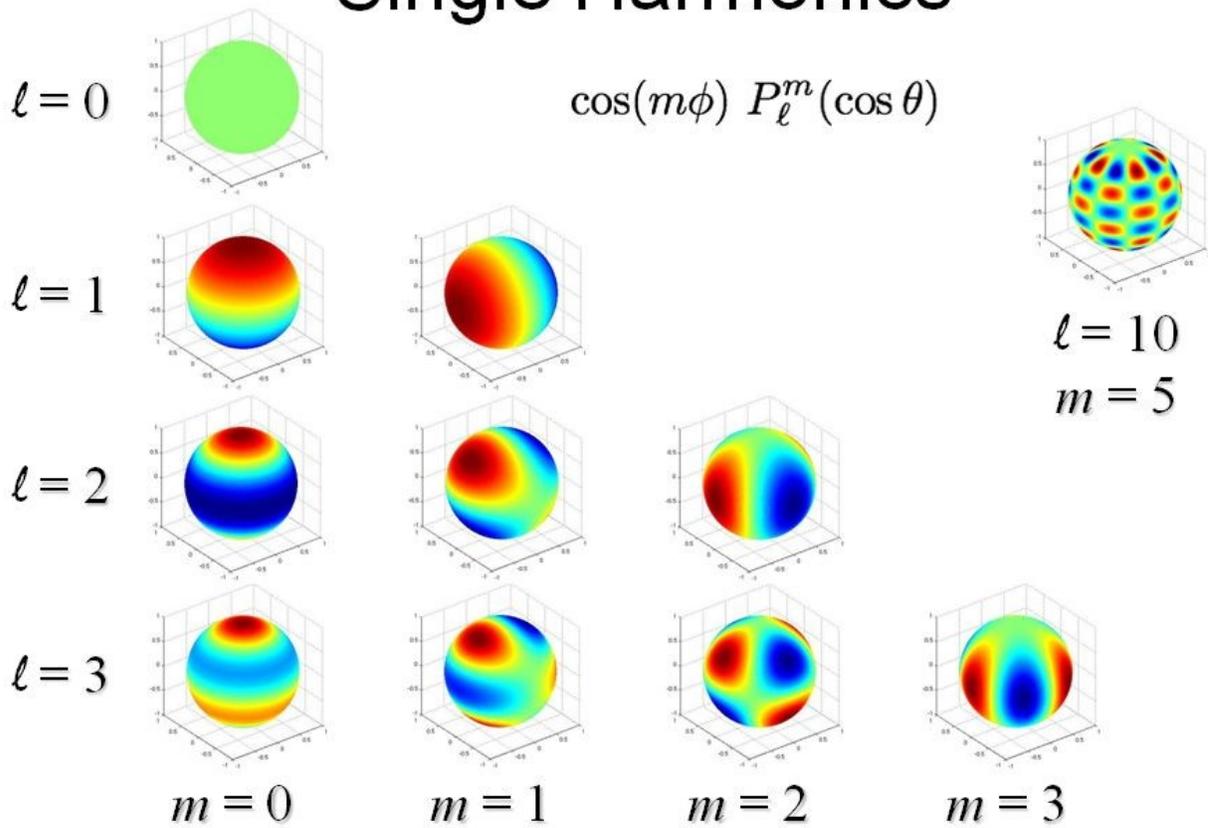
En la figura 1.6 mostramos los patrones nodales superficiales de los armónicos esféricos en función de los valores de  $\ell$  y  $m$ . Claramente se puede observar que cuando  $m = 0$ , todas las líneas nodales son paralelos, mientras que si  $\ell = |m|$  solo se tienen meridianos. El caso en que  $\ell = m = 0$  corresponde a una oscilación radial donde se conserva la simetría esférica. En general, la superficie de la estrella queda dividida en regiones de fase opuesta en brillo y velocidad del material. En un modo no-radial, algunas partes de la superficie estelar son más brillantes y otras más débiles. Algunas de las partes se mueven en dirección al observador mientras que otros en dirección contraria, como resultado se produce un efecto de cancelación que aumenta con el valor de  $\ell$  debido a que las regiones limitadas por las líneas nodales se vuelven cada vez más pequeñas. En consecuencia, la variabilidad total de la estrella se vuelve más pequeña dificultando la detección de modos con  $\ell \geq 3$ .

En modelos donde se suprime la rotación, campos magnéticos o cualquier factor que pueda modificar la simetría esférica, las ecuaciones de pulsación no dependen explícitamente del orden azimutal, por lo que los valores de la autofrecuencia  $\sigma$  serán independientes del valor de  $m$  con la consecuente degeneración de cada frecuencia de oscilación en  $2\ell + 1$  componentes. Es decir, los distintos  $2\ell + 1$  modos normales estarán caracterizados por la misma frecuencia de oscilación.

<sup>9</sup>Para estrellas enanas blancas, como la gravedad es alta y las tasas de rotación es lenta en comparación a los períodos típicos de las enanas blancas, esta aproximación se cumple satisfactoriamente.

<sup>10</sup> $Y_\ell^m(\theta, \phi) = (-1)^m c_{\ell m} P_\ell^m(\cos\theta) \exp(im\phi)$ , donde  $P_\ell^m$  es el una función de Legendre asociada y  $c_{\ell m}$  una constante de normalización.

# Single Harmonics



**Figura 1.6.** Esquema de la parte real de los armónicos esféricos  $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ . Imagen tomada del sitio <http://www.atmos.albany.edu/daes/atmclasses/atm410/>.

### 1.4.2. Modos esferoidales

Como mencionamos anteriormente, de acuerdo a que fuerza restauradora actúe obtendremos modos  $g$  o modos  $p$ . Las propiedades de dichos modos esferoidales están gobernadas por dos funciones características  $N$  y  $L_\ell$ .

A grandes rasgos los modos  $g$  están caracterizados por frecuencias de oscilación bajas (períodos largos). La estructura del espectro de períodos está gobernado por la frecuencia de Brunt-Väisälä, la cual está dada por:

$$N^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) \quad (1.2)$$

donde  $g$  es la aceleración gravitacional local. En particular,  $N$  provee la diferencia entre los gradientes de densidad actual y el adiabático. Si  $N^2 > 0$  entonces  $N$  es la frecuencia real de oscilación de una porción de fluido alrededor del punto de equilibrio bajo acción de la gravedad (Unno et al., 1989). Los períodos de pulsación que caracterizan a estos modos aumentan en valor conforme  $k$  y  $\ell$  aumentan. Para el caso de enanas blancas, la frecuencia de Brunt-Väisälä es muy pequeña en el núcleo degenerado, por lo que los modos de gravedad se propagan en regiones cada vez más externas a medida que aumenta la degeneración.

Por otra parte, los modos  $p$  se caracterizan por frecuencias altas (períodos cortos) y por desplazamientos del fluido estelar esencialmente radiales. La frecuencia crítica para los modos  $p$  es la frecuencia de Lamb:

$$L_\ell^2 = \ell(\ell + 1) \frac{c_s^2}{r^2} \quad (1.3)$$

donde  $c_s^2 = \Gamma_1 p / \rho$  es la velocidad del sonido local adiabática con  $\Gamma_1 = (d \ln p / d \ln \rho)_{ad}$ . Particularmente la frecuencia de Lamb es inversamente proporcional al tiempo que tarda una onda de sonido en recorrer una distancia  $\lambda_\ell = 2\pi r / \ell$  (Unno et al., 1989).

El análisis local del valor de ambas frecuencias puede darnos una gran cantidad de información física sobre las oscilaciones y cómo ellas muestrean el interior de la estrella (ver, por ejemplo Unno et al., 1989). Si se consideran modos con longitudes de onda cortas comparadas con las escalas características de vibración espacial de las cantidades físicas y en el contexto de la aproximación de Cowling,  $\Phi = 0$  siendo  $\Phi$  el potencial gravitatorio, los coeficientes en las ecuaciones de pulsación varían lentamente en comparación con las autofunciones y asumiendo dependencia radial de los desplazamientos de la forma  $e^{ik_r r}$ , donde  $k_r$  es el número de onda radial, se puede obtener la relación de dispersión :

$$k_r = \frac{1}{\sigma^2 c_s^2} (\sigma^2 - L_\ell^2) (\sigma^2 - N^2) \quad (1.4)$$

La ecuación (1.4) nos permite ver como las dos frecuencias características en conjunto determinan las propiedades de pulsaciones no-radiales de la estrella. A partir del análisis de esta ecuación se puede obtener información muy valiosa de las regiones de propagación de los modos no radiales. Para que un dado modo pueda propagarse, es necesario que  $k_r^2$  sea positivo lo cual sucede en dos situaciones bien definidas:

$$\sigma^2 > L_\ell, N^2 \quad (\text{I})$$

ó

$$\sigma^2 < N^2, L_\ell^2 \quad (\text{II})$$

Estas desigualdades matemáticas definen las regiones en donde la onda puede propagarse en el interior de la estrella, también llamadas “cavidades de resonancia”.

La primer clase de soluciones representa a los modos  $p$ , donde los desplazamientos radiales dominan. Para estrellas enanas blancas estos modos tienen escala de tiempo de segundos, demasiados cortos para ser los períodos de las oscilaciones observadas. La segunda clase de modos representa a los modos  $g$ , los cuales tienen tiempos de escala de cientos de segundos y más, tal como las oscilaciones observadas en estrellas enanas blancas. En estos modos, predominan los movimientos horizontales a lo largo de las superficies equipotenciales de la gravedad, la cual es energéticamente más favorable para excitar los modos de pulsación a amplitudes observables.

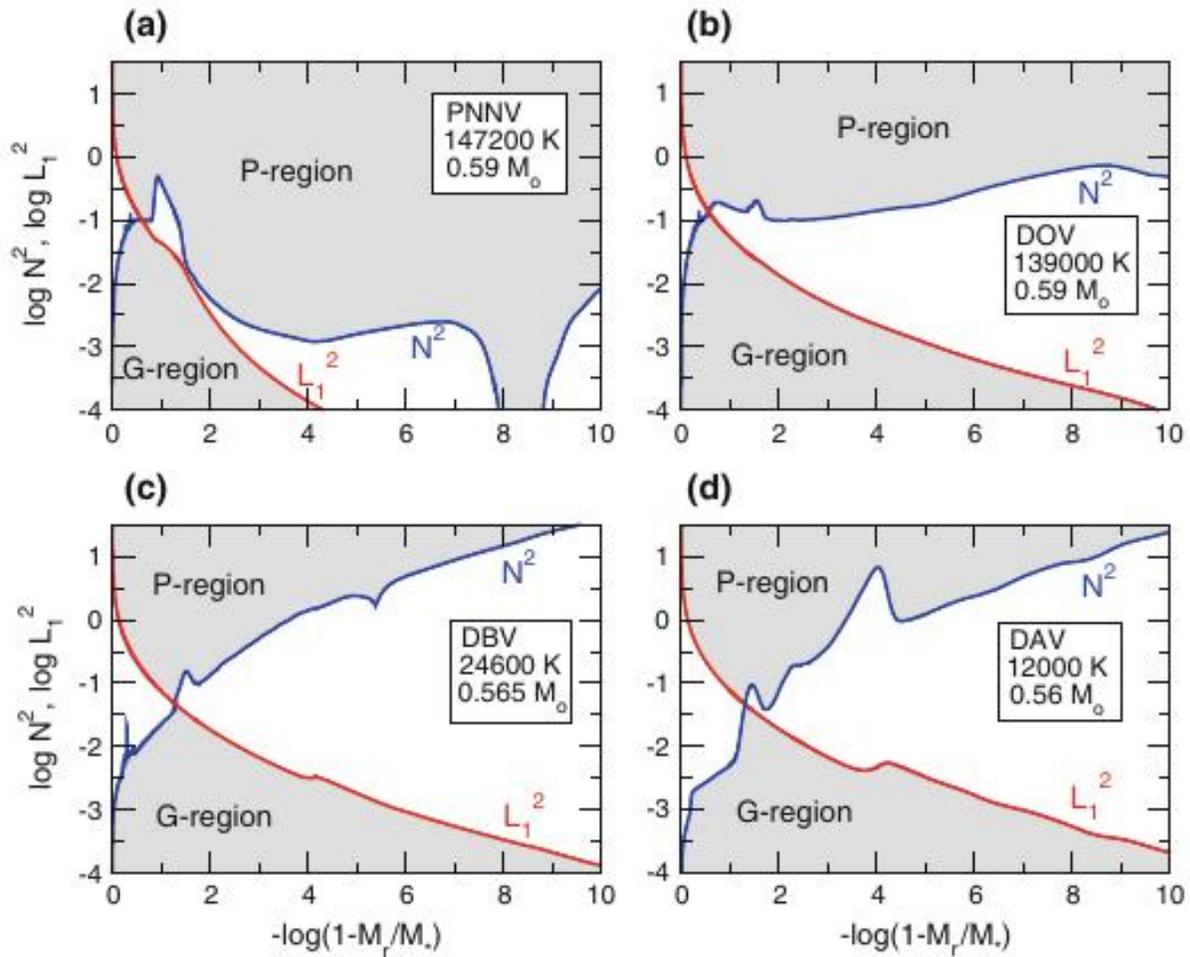
Si por el contrario ocurre que  $N^2 > \sigma^2 > L_\ell^2$  o bien  $L_\ell^2 > \sigma^2 > N^2$  esto implicaría que  $k_r^2 < 0$  y  $k_r$  sería un número imaginario, por lo que las soluciones son evanescentes disminuyendo o aumentando su amplitud exponencialmente con  $r$ .

En la figura 1.7 graficamos los valores de la frecuencia de Brunt-Väisälä y de Lamb para modos con  $\ell = 1$  en estrellas pre-enanas blancas y enanas blancas. Allí se muestran las distintas zonas de propagación (región gris) de modos  $g$  y  $p$  para el interior de estas estrellas seleccionadas. El valor de  $L_\ell$  exhibe un comportamiento, a grandes rasgos, similar para cualquiera de los modelos. Mientras que, por el contrario, el valor  $N$  muestra distinto comportamiento de acuerdo al modelo seleccionado. Esto se debe principalmente a las distintas intensidades de la degeneración electrónica de cada modelo. Los cambios en el valor de la frecuencia de Brunt-Väisälä conducen a importantes cambios en la ubicación y extensión de las cavidades de propagación. Particularmente para el caso de estrellas ZZ Ceti (DAV), la cual constituye la configuración más degenerada, el valor de la frecuencia de Brunt-Väisälä es muy pequeña en la región del núcleo, forzando a los modos  $g$  a propagarse principalmente en la envoltura. Por el otro lado, los modos  $p$  están restringidos al interior de la estrella. Aunque los modos  $g$  muestrean mayormente las regiones exteriores en estrellas DAV y DBVs, algunos modos  $g$  de bajo orden radial son capaces de sondear su interior.

En la figura 1.7 se observa también que los perfiles de ambas frecuencias presentan picos. Estos picos o “bumps” están relacionados generalmente con cambios abruptos en la composición debido a la presencia de interfaces químicas. Este hecho será de vital importancia para entender los cambios en las propiedades pulsacionales cuando analicemos los cambios químicos debido a las incertezas en la evolución del progenitor de la enana blanca. En este sentido, para enanas blancas y pre-enanas blancas, el cómputo de la frecuencia de Brunt-Väisälä se calcula a través de una expresión que es más simple para tratar numéricamente (Brassard et al., 1991; Tassoul et al., 1990)

$$N^2 = \frac{g^2 \rho}{P} \frac{\chi_T}{\chi_\rho} (\nabla_{ad} - \nabla + B) \quad (1.5)$$

donde  $\chi_T = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln T}\right)_\rho$  y  $\chi_\rho = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho}\right)_T$ ,  $\nabla$  y  $\nabla_{ad}$  son los gradientes de temperatura actual y adiabático respectivamente y  $B$  el “término de Ledoux”, donde:



**Figura 1.7.** Diagrama de propagación para varios tipos de estrellas pulsantes. Figura tomada de Althaus et al. (2010c)

$$B = -\frac{1}{\chi_T} \sum_{i=1}^{n-1} \chi X_i \frac{d \ln X_i}{d \ln P} \quad (1.6)$$

donde  $X_i$  es la abundancia por masa de la especie  $i$ ,  $n$  el número total de especies considerado y

$$\chi X_i = \left( \frac{\partial \ln P}{\partial \ln X_i} \right)_{\rho, T, X_{j \neq i}} \quad (1.7)$$

Esta formulación es llamada tratamiento de “Ledoux modificado” y puede verse explícitamente la contribución del cambio en las abundancias químicas (término  $B$ ) al valor de  $N$  lo cual está íntimamente relacionado con este trabajo de tesis.

### 1.4.3. Aproximación asintótica

Para aquellos modos caracterizados por grandes ordenes radiales, es decir,  $k \gg 1$  y siendo  $\ell$  pequeño, la aproximación de Tassoul (1980) nos permite obtener el valor de las autofrecuencias de los modos  $p$ :

$$\sigma_{k,\ell} \approx \frac{\pi}{q} \left( 2k + \ell + n + \frac{1}{2} \right) \left[ \int_0^{R_*} \frac{1}{c_s(r)} dr \right]^{-1} \quad (1.8)$$

donde  $n$  es el índice politrópico que caracteriza la estructura de las capas superficiales del modelo estelar. Por otro lado, para aquellos modelos estelares donde el transporte de energía es completamente radiativo o completamente convectivo, la frecuencia de los modos  $g$  para  $k \gg 1$  puede escribirse como (Tassoul, 1980):

$$\frac{1}{\sigma_{k,\ell}} \approx \left( 2k + \ell + n + \frac{1}{2} \right) (\ell(\ell + 1))^{-1/2} \left[ \int_0^{R_*} \frac{N(R)}{r} dr \right]^{-1} \quad (1.9)$$

A partir de la ecuación (1.8), si se fija el valor de  $\ell$ ,

$$\Delta \sigma^a = \pi \left[ \int_0^{R_*} \frac{1}{c_s(r)} dr \right]^{-1} = Cte \quad (1.10)$$

es decir que el espaciamiento de frecuencias de los modos  $p$ , en el límite asintótico, es constante e independiente del valor de  $\ell$ . Este valor sólo depende de los valores que adopte la velocidad del sonido en el interior del modelo.

De forma similar fijando el valor de  $\ell$  pero para modos  $g$ , de la ecuación (1.9):

$$\Delta \Pi_\ell^a = 2\pi^2 (\ell(\ell + 1))^{-1/2} \left[ \int_0^{R_*} \frac{N(r)}{r} dr \right]^{-1} = Cte \quad (1.11)$$

donde el período de la oscilación es  $\Pi_{k,\ell} = 2\pi/\sigma_{k,\ell}$  y  $N$  es la frecuencia de Brunt-Väisälä. En contraste con lo que pasa para modos  $p$ , el valor del espaciamiento de períodos asintótico es constante, pero depende del valor de  $\ell$ .

#### 1.4.4. Influencia de la rotación lenta y campos magnéticos débiles

Cuando se consideran rotación lenta o bien campos magnéticos débiles, la degeneración proveniente del número  $m$  en el cálculo de las autofrecuencias se rompe, debido a que se rompe la simetría esférica. Para estrellas enanas blancas puede considerarse que la frecuencia angular de rotación de la estrella es pequeña, menor que las autofrecuencias de los modos ( $\Omega \ll \sigma_{k\ell m}$ , siendo  $\Omega$  la frecuencia angular de rotación). En esta aproximación, la teoría de perturbaciones a primer orden puede aplicarse y luego cada frecuencia es dividida en  $(2\ell+1)$  componentes igualmente espaciadas, rompiendo la degeneración. Cada componente del multiplete asociado está dado por:

$$\sigma_{k\ell m}(\Omega) = \sigma_{k\ell}(\Omega = 0) + \delta\sigma_{k\ell m} \quad (1.12)$$

Podemos pensar a la estrella como un rotador rígido en el que su frecuencia de rotación angular permanece constante a lo largo de toda la estrella ( $\Omega = cte$ ), en tal caso, la corrección a la frecuencia introducida en la ecuación (1.12) es simplemente  $\delta\sigma_{k\ell m} = -m\Omega(1 - C_{\ell k})$ , con  $m = 0, \pm 1, \dots, \pm \ell$  y  $C_{\ell k}$  coeficientes que dependen de la estructura estelar. Como resultado, la degeneración en la frecuencia con el valor de  $m$  se rompe. Los valores de los coeficientes  $C$  se calculan de acuerdo a los trabajos de Cowling and Newing (1949); Ledoux (1951)

$$C_{\ell k} = \frac{\int_0^{R_*} \rho r^2 (2\xi_r \xi_t + \xi_t^2) dr}{\int_0^{R_*} \rho r^2 (\xi_r^2 + \ell(\ell+1)\xi_t) dr} \quad (1.13)$$

siendo  $\xi_r$  y  $\xi_t$  las autofunciones radial y tangencial respectivamente.

En presencia de campos magnéticos, la degeneración es quebrada parcialmente. Luego de un análisis perturbativo, se obtiene que cada autofrecuencia es dividida en  $(\ell+1)$  componentes

$$\sigma_{k\ell m}(B) = \sigma_{k\ell}(B = 0) + \sigma'_{k\ell}(B) \quad (1.14)$$

siendo la corrección dependiente de  $B^2$  y  $m^2$ .

#### 1.4.5. Mecanismos de excitación

Si bien las estrellas pulsantes pueden encontrarse en las distintas regiones del diagrama HR, de acuerdo a los niveles de precisión alcanzados en la actualidad se podría afirmar que no todas las estrellas pulsan. Aquellas estrellas que están pulsando, lo hacen en alguno/s de sus modos naturales de oscilación. La estrella variable más antigua conocida es la de  $\alpha$  Ceti (Mira) cuya variabilidad fue descubierta por Fabricius en 1596. Es decir que esta estrella ha estado pulsando, como mínimo, por cientos de años. Existen otros casos en los que también se disponen de curvas de luz por períodos de un siglo ó más. Es decir que las pulsaciones estelares son un fenómeno relativamente estable en muchas estrellas. Esto significa que debe existir algún mecanismo que provee la energía necesaria para excitar la pulsación.

Para la mayor parte del interior estelar la energía se pierde en cada ciclo de pulsación, es decir que la mayoría del volumen “amortigua” la pulsación. Las pulsaciones observadas pueden continuar sólo si existe una parte de la estrella donde se provea la energía para excitar la pulsación, así como también la que se pierde en la amortiguación.

En general, una capa de la estrella que gana calor durante la parte de compresión del ciclo de pulsación es la que impulsa la pulsación. Las otras capas, que pierden calor durante la compresión,

amortiguan la pulsación. Una vez excitada la pulsación con éxito, la estrella convierte la energía térmica en energía mecánica.

La forma bajo la cual las pulsaciones estelares son excitadas es todavía una materia de investigación. Sin embargo, varios escenarios han sido propuestos de acuerdo al tipo de estrella estudiada. Para las estrellas ZZ Ceti, el proceso más aceptado de excitación de los modos es el mecanismo  $\kappa - \gamma$  (Dolez and Vauclair, 1981; Dziembowski and Koester, 1981; Winget et al., 1982) el cual involucra un mecanismo de opacidad ( $\kappa$ ) y un mecanismo de almacenamiento de energía de ionización ( $\gamma$ ). Durante este proceso, un aumento en el flujo de radiación saliente, dará lugar a un aumento en la temperatura con la consecuente disminución en la opacidad y un escape libre de la radiación. Sin embargo, en una región de ionización parcial, un aumento en el flujo de radiación puede ser absorbido aumentando la fracción de iones presentes, en lugar de aumentar la temperatura del material. Esto resulta en un bloqueo del flujo de energía radiativa saliente, que queda almacenada en energía de ionización (mecanismo  $\gamma$ ). Si una capa de la atmósfera estelar se mueve hacia dentro, se volverá más densa y opaca, causando que el flujo de energía sea retenido aumentando la temperatura y presión que empuja la capa hacia afuera, enfriándola y repitiendo el proceso (mecanismo  $\kappa$ ). Este proceso suele actuar en las capas debajo de la región de ionización  $He^+$ . No obstante, Brickhill (1991) propuso un mecanismo alternativo de excitación de los modos de pulsación de ZZ Ceti llamado “impulso convectivo”<sup>11</sup>. Aunque ambos mecanismos pueden predecir aproximadamente el borde azul de la banda de inestabilidad, esto no es necesariamente cierto para el borde rojo donde las pulsaciones de las enanas blancas DA parecieran detenerse (Mukadam et al., 2006).

La excitación de los modos mediante la ionización parcial de los elementos más abundantes de la superficie pareciera explicar bien las pulsaciones en enanas blancas DA, así como también enanas blancas variables DB y probablemente también en las DO.

### 1.4.6. Mecanismos de selección

Una vez que las pulsaciones son excitadas, debe existir algún mecanismo que seleccione cual ó cuales son los modos en los que va a pulsar. Por ejemplo, la mayoría de las estrellas Cefeidas pulsan en su modo radial fundamental mientras que algunas lo hacen en su primer armónico, es decir que existe algún mecanismo de selección de modos. En este sentido, la posición de la zona de excitación así como también la forma de las autofunciones de cada modo determinan cual o cuales de los modos serán excitados. Si la zona de excitación para una estrella yace cerca del nodo de alguno de los modos, es poco probable que estos modos sean excitados. En el caso de enanas blancas estratificadas el gradiente abrupto del peso molecular medio entre las capas de H, He y C/O modifican el carácter de algunos modos y pueden seleccionar modos. Además debe haber un balance entre los requerimientos energéticos de excitación y amortiguamiento para que el modo sea excitado globalmente.

Para que un modo sea excitado por el mecanismo  $\kappa$  el período de oscilación debe ser similar a la escala de tiempo térmica en la zona de excitación. Para las pulsaciones, es relevante la escala de tiempo térmica local de la zona de excitación:

$$\tau_{th} \equiv \int_r^R \frac{c_p T dm}{L} \quad (1.15)$$

---

<sup>11</sup>En la literatura en inglés puede encontrarse como “convective driving mechanism”.

(Pamyatnykh, 1999). Otra de las condiciones necesarias para ser impusado por el mecanismo  $\kappa$  es que el período de la oscilación debe ser similar a la escala de tiempo térmica en la zona de excitación. Si el período de oscilación es mucho más largo que  $\tau_{th}$ , la capa de excitación permanecerá en equilibrio y no será capaz de excitar el modo. Aún así existen modos predichos teóricamente que no son observados, dejando lugar a otros posibles mecanismos de selección.

#### 1.4.7. Identificación de modos

Un paso importante el estudio de las pulsaciones estelares lo constituye la identificación de los modos de pulsación. La información que nos llega de las estrellas en su variación de la luminosidad, refleja el hecho de que la estrella está sufriendo pulsaciones pero, en principio, es difícil discernir qué o cuales modos del espectro posible son los que están excitados. La asignación de modos consiste en asignar los valores de los índices  $k$ ,  $\ell$ ,  $m$  a un modo de pulsación observado. Este es un paso crucial en el análisis astrosismológico debido a que conecta los modelos con las observaciones. La determinación para los valores de  $\ell$  y  $m$  (el valor de  $k$  en principio es el más difícil de identificar debido a que no es una cantidad visible como lo son  $\ell$  y  $m$ ) ha sido históricamente realizados en enanas blancas a partir del quiebre en la degeneración de las frecuencias observadas debido a la rotación. La presencia de rotación hace que cada frecuencia aparezca como un multiplete con  $(2\ell+1)$  componentes. Otra de las formas para obtener el valor de  $\ell$ , es mediante la comparación del espaciamiento de períodos entre modos con orden radial consecutivo ( $\Delta\Pi_k = \overline{(\Pi_{k+1} - \Pi_k)}$ ) con el espaciamiento de períodos asintótico ( $\Delta\Pi_\ell^a$ ) obtenido teóricamente el cual, para modos  $g$ , depende del valor de  $l$ . Debido al pequeño número de modos detectados en enanas blancas DAV, este método no es del todo útil.

Alternativamente, la identificación de modos es posible mediante otro tipo de técnicas basadas en el oscurecimiento al limbo en las amplitudes de pulsación Robinson et al. (1995) y de la dependencia de las amplitudes de los modos no-radiales dentro de las líneas de Balmer (Clemens et al., 2000; van Kerkwijk et al., 2000).

### 1.5. Enanas blancas pulsantes

Las enanas blancas pulsantes son herramientas que permiten examinar los procesos astrofísicos y la física de la materia a altas densidades que no pueden reproducirse en el laboratorio. Los ajustes astrosismológicos nos permiten medir con gran precisión la masa estelar, masa de la envoltura, restringir períodos de rotación y rotación diferencial, campos magnéticos y tasa de enfriamiento entre otros. Para las clases más calientes (DO y DB), la emisión de neutrinos juegan un rol muy importante y pueden ser potencialmente detectados (O'Brien and Kawaler, 2000). Para las enanas blancas más frías, los efectos de la cristalización que son muy importantes (e inciertos) para la etapa de enfriamiento, podrían ser detectables (Córscico et al., 2005; Metcalfe et al., 2004; Montgomery and Winget, 1999). Además estas estrellas son útiles para el estudio de la masa del axion (Córscico et al., 2012; Isern and García-Berro, 2008).

Durante su evolución, las enanas blancas cruzan varias bandas de inestabilidad donde las pulsaciones no-radiales se hacen presentes. Estas variaciones de brillo periódicas, se hacen evidentes en la las regiones del ultravioleta lejano y del óptico en el espectro electromagnético. Cada una de las estrellas pulsantes posee un espectro único de frecuencias, el cual está directamente relacionado con los detalles de su estructura interna. A partir de los valores de temperatura

## 1. Introducción

---

efectiva y gravedad superficial, las enanas blancas pulsantes son clasificadas en cuatro categorías bien definidas:

- $80.000\text{K} \leq T_{eff} \leq 180.000\text{K}$  y  $5.5 \leq \log(g) \leq 7.5$  constituido por estrellas variables pre-enanas blancas deficientes en H, ricas en C/O/He denominadas estrellas pulsantes PG1159. Algunos de estos objetos están rodeados por una nebulosa planetaria y se denominan PNNVs, mientras que aquellos que carecen de nebulosa son llamadas DOVs,
- $22.000\text{K} \leq T_{eff} \leq 29.000\text{K}$  y  $7.6 \leq \log(g) \leq 8.2$  constituido por estrellas ricas en helio (enanas blancas DB) denominadas DBVs ó V777 Her,
- $19.000\text{K} \leq T_{eff} \leq 22.000\text{K}$  enanas blancas con envolturas ricas en C y He llamadas DQ calientes,
- $12.500\text{K} \leq T_{eff} \leq 10.500\text{K}$  y  $7.8 \leq \log(g) \leq 8.8$  enanas blancas con envolturas de hidrógeno denominadas DAVs ó ZZ Ceti.

A partir de un muestreo de 9316 estrellas enanas blancas, Eisenstein et al. (2006) confirmaron que las enanas blancas DA constituyen uno de los grupos de estrellas compactas más numerosos, encontrando que un 86 % del total de su muestra de estrellas eran enanas blancas DA, mientras que las DB constituían un 8 %. Por lo tanto, las enanas blancas con envolturas de hidrógeno constituyen el final evolutivo más común de la mayoría de las estrellas.

### 1.6. Astrosismología

Cuando una estrella pulsa en alguno de sus modos normales es posible comparar los períodos de cada modo de oscilación, con aquellos derivados de modelos teóricos representativos e inferir información sobre su estructura interna. Este método para inferir información a través de la observación de los modos de pulsación excitados es llamada *astrosismología*. La astrosismología explota el hecho de que las pulsaciones estelares son sensibles a la estructura interna de la estrella y nos permite obtener valores de cantidades que pueden ser adquiridas mediante otras técnicas<sup>12</sup> como puede ser  $T_{eff}$ ,  $M_*$  y  $\log(g)$  y además cantidades que están ocultas excepto para la astrosismología tales como composición química, perfil de rotación interno, campos magnéticos, regiones de convección y ubicación y espesores de las transiciones químicas entre otros. De esta forma pueden inferirse detalles no solo de la estructura interna sino que también sobre su evolución previa. Particularmente, esta técnica se basa en que cada modo de oscilación se propaga en una región particular en el interior estelar, la zona en donde el modo asociado oscila con mayor amplitud. Cada uno de estos modos muestrea una zona levemente diferente de la estrella, mientras más modos sean observados más información habrá disponible para utilizar mediante técnicas astrosismológicas.

La astrosismología puede ser aplicada a cualquier objeto estelar pulsante. Particularmente, en el caso del Sol, la *heliosismología* a permitido obtener información sobre la tasa de rotación diferencial en su interior así como también los valores de la velocidad del sonido. Estas determinaciones son posibles debido a la cercanía del Sol y que este oscila en  $10^7$  modos  $p$  en simultáneo, cuyas frecuencias pueden ser medidas con gran precisión. Por el contrario, para estrellas distantes

---

<sup>12</sup>Otras técnicas de observación como espectroscopía o fotometría sólo proveen información de la fotosfera, su interior queda enmascarado.

los efectos de cancelación geométrica<sup>13</sup> se vuelven muy importantes, reduciendo la cantidad de modos observables a aquellos caracterizados por  $\ell \lesssim 3$  Dziembowski (1977).

En la tabla 1.1 mostramos los parámetros estelares de las clases de estrellas variables más importantes, en conjunto con el rango de períodos observados y los modos de pulsación excitados. Las variables pulsantes  $\delta$  Sct,  $\gamma$  Dor, roAp, SPB y  $\beta$  Cep, además de nuestro Sol, son estrellas variables que se encuentran en la etapa de quema central de hidrógeno. Entre ellas las  $\delta$  Scuti son las más conocidas. Estas estrellas pulsan en una combinación de modos radiales y no-radiales, siendo estos últimos mayormente modos  $p$  de bajo orden radial. Este tipo de estrellas muestran rotación, por lo que los efectos inducidos por el *splitting* rotacional deben ser tenidos en cuenta. Las variables roAp se caracterizan por exhibir modos  $p$  de alto orden radial. Además poseen fuertes campos magnéticos y períodos de rotación entre 2 y 12 días. Las estrellas  $\beta$  Cep se caracterizan por mostrar tanto modos de pulsación radiales así como también modos no radiales. Este tipo de estrellas suelen encontrarse en cúmulos abiertos jóvenes, algunas quemando hidrógeno en capa.

En etapa de quema central de helio podemos encontrar a las Cefeidas. Estas estrellas fueron la primer clase de estrellas pulsantes y se caracterizan por pulsar en su modo radial fundamental o primer armónico. Las estrellas Cefeidas, en conjunto con las RR Lyrae, pueblan la llamada “banda de inestabilidad clásica”. Particularmente las RR Lyrae pulsan en modos radiales y son utilizadas frecuentemente como indicadores de distancia dado que poseen una magnitud absoluta relativamente bien definida. Este tipo de estrellas se encuentran mayormente en cúmulos globulares de la Galaxia. Si bien la mayoría de las Cefeidas se encuentran en la etapa de quema central de helio, algunas pueden estar en la fase de quema de hidrógeno en capa. En la parte más azul de la rama horizontal se encuentran las estrellas sdB variables las cuales se dividen en tres clases dependiendo de los modos de pulsación exhibidos (ver tabla 1.1). A mayores temperaturas podemos encontrar a las estrellas sdO variables, cuyos modos de pulsación no están bien identificados, pero se cree que serían modos  $p$  no radiales.

Finalmente, en parte más fría del diagrama HR, se encuentran las variables Mira las cuales muestran amplitudes de oscilación mayores a 2.5 mag. Los períodos de oscilación observados pueden encontrarse entre 25 y 400 días. Estas estrellas se encuentran en la etapa AGB y son el resultado de la evolución de estrellas con masas del orden de la masa del sol.

Finalmente, la clase de estrellas en las que está centrada la investigación de esta tesis son las enanas blancas, particularmente las enanas blancas DA. Las enanas blancas exhiben pulsaciones no-radiales y constituyen la clase de pulsadores compactos más numerosa. Así mismo, esta clase puede subdividirse en cuatro subclases diferentes: las DQV, DOV, DBV y DAV.

### 1.6.1. Astrosismología de enanas blancas DA en los últimos 30 años

Los estudios astrosismológicos con modelos de enanas blancas comienza a partir del trabajo de Tassoul et al. (1990). Dicho trabajo constituye una de las piedras fundamentales en el desarrollo de modelos teóricos de estrellas enanas blancas DA con fines astrosismológicos. En el trabajo mencionado, los autores desarrollaron una grilla de modelos adecuados tanto para el estudio adiabático como no adiabático de propiedades sismológicas. Trabajos posteriores, como los de Brassard et al. (1992a, 1991, 1992b), exploraron las propiedades pulsacionales de los modelos

<sup>13</sup>Las oscilaciones dividen la superficie de la estrella en sectores en contrafase de temperatura y velocidad. A grandes distancias, si el número de sectores es grande no podrá distinguirse el aporte de cada sector, si no que se observa una variación de luminosidad promediada.

## 1. Introducción

Tipo	Acrónimo	$T_{\text{eff}}(10^3\text{K})$	$M_*/M_{\odot}$	$L_*/L_{\odot}$	Período	Modos
Cefeidas	$\delta$ Cep	5.5-6.5	5-20	$10^3 - 10^5$	2-100 d	R
Mira	M ó Mira	2.5-4.0	$\sim 1-2$	$10^2 - 10^4$	25-400 d	R
RGR ó RAG	SRa, Srb, Lb, Lc	2.5-4.0	$\sim 1-8$	$10^2 - 10^4$	25-400 d	R
RR Lyrae	RR Lyr	6-7	0.5-0.8	40-50	0.2-1.2 d	R
$\delta$ Scuti	$\delta$ Sct	7.5-8.7	1.6-2.6	10-1000	0.5-6 h	R,NR(p)
Sol	Sol	6.0	1.0	1.0	5-10 m	NR(p)
Ap rápidamente oscilantes	roAp	7.0-8.5	1.6-2.6	10-50	4-15m	NR(p)
$\gamma$ Doradus	$\gamma$ Dor	6.5-7.3	1.4-1.7	5-20	0.5-3 d	NR(g)
$\beta$ Cephei	$\beta$ Cep	22-30	8-15	4000-20000	3.5-6 h	NR(p)
Slowly pulsating B	SPB	13-17	3-8	2.5-6	0.6-3 d	NR(g)
Line profile variables	LPVs	15-40	$10^3 - 10^5$	5-50	3-30 h	NR(p)
GW Virginis	DOV	$\sim 100$	$\sim 0.6$	$\sim 10^2$	300-3500 s	NR(g)
DB enanas blancas variables	DBV	$\sim 23$	$\sim 0.6$	$\sim 0.03$	400-1200 s	NR(g)
hot DQ enanas blancas variables	DQV	$\sim 20$	$\sim 0.6$	$\sim 0.032$	250-1100 s	NR(g)
DA enanas blancas variables	DAV	$\sim 12$	$\sim 0.6$	$\sim 10^{-3}$	100-1200 s	NR(g)
Luminous Blue variables	LBV	$\sim 20$	30-100	$10^3 - 10^6$	$\sim 30-50$ d	NR(?)
R Corona Borealis	RCBr	5-7	$\sim 1$	$\sim 10^4$	$\sim 40$ d	R ?
sdB	EC 14026	29-35	$\sim 0.5$	20-40	100-400 s	R,NR(p)
sdB	PG1716	23-30	$\sim 0.5$	20-40	2000-8000 s	NR(g)
sdO	sdOV	48-52	...	$3 \times 10^2$	60-120 s	NR(p)?

**Tabla 1.1.** Clases de estrellas pulsantes en conjunto con los valores de los parámetros estelares más importantes. R significa modos radiales; NR(p) modos  $p$  no radiales; NR(g) modos  $g$  no radiales. Tabla tomada de la tesis doctoral de Romero Alejandra.

estelares de Tassoul et al. (1990). Una característica importante de estos modelos de estrellas enana blancas, es que se caracterizan por tener núcleos de carbono puro. Esta particularidad iría en contra de las predicciones de los cálculos evolutivos, en donde se espera un núcleo en el que tanto el carbono como el oxígeno estén presentes y cuyas proporciones exactas están determinadas por las tasas de reacción nuclear que operan durante la quema central de helio, así como también de los procesos de mezcla en el borde convectivo del núcleo. Otro de los puntos débiles de tales modelos es el tratamiento de las transiciones químicas modeladas bajo la hipótesis de equilibrio difusivo bajo la aproximación *trace element*. Este tipo de aproximación favorece la aparición de gradientes químicos abruptos, alterando las propiedades de atrapamiento de modos (Córscico et al., 2002a,b). Este tipo de modelos fueron empleados para estudios astrosismológicos de diferentes estrellas DAV, tales como G226-29 (Fontaine et al., 1992) y GD 154 (Pfeiffer et al., 1996), mientras que una versión un poco más actualizada de tales modelos, pero con las mismas desventajas, han sido utilizados para el estudio de HLTau 76 (Pech et al., 2006) y G185-32 (Pech and Vauclair, 2006).

Unos años más tarde, nuevos modelos representativos de enanas blancas con envoltura de hidrógeno fueron presentados por Bradley (1996). Los distintos modelos consideran un núcleo compuesto desde una mezcla de carbono y oxígeno hasta modelos con núcleos conformados puramente por oxígeno. Estos modelos disponían de un tratamiento de opacidades más actualizado (OPAL). Adicionalmente, la forma de las transiciones químicas son derivadas de forma más realista siendo la transición H/He modelada a través de una exponencial doble, lo cual está de acuerdo con las predicciones de equilibrio difusivo. Sin embargo, este tipo de modelos de enanas

blancas parametrizados<sup>14</sup> carece de varias características importantes predichas por la teoría de evolución estelar, por ejemplo aquellas ligadas con la forma de los perfiles de transiciones química en el núcleo o la formación de una envoltura pura de carbono que yace por encima del núcleo. Estos modelos han sido aplicados a estudios astrosismológicos de estrellas ZZ Ceti tales como G29-38 (Bradley and Kleinman, 1997), G117-B15A y R548 (Bradley, 1998), L19-2 y GD 165 (Bradley, 2001) y G185-32 (Bradley, 2006)

En este sentido, el grupo de Evolución y Pulsaciones Estelares de La Plata ha realizado un aporte importante al modelado de estrellas enanas blancas DA. Varios trabajos reflejan estos aportes como por ejemplo Benvenuto et al. (2002), en donde se presentan modelos que consideran procesos de difusión dependientes del tiempo para modelar la transición química del helio/hidrógeno, además de incluir procesos de asentamiento gravitacional y difusión química. Estos modelos se basan en los perfiles químicos centrales del trabajo de Salaris et al. (1997) adaptados de forma adecuada a las masas consideradas. En este sentido, los autores demostraron que la aproximación de *trace element* no era la adecuada para modelar las regiones de transición química en el interior de la estrella. Además, en lugar de la región pura de carbono que se encuentra en los modelos de Bradley (1996), en estos modelos se obtiene una región rica en carbono y oxígeno. Estos modelos fueron utilizados para estudiar la estrella G117-B15A (Benvenuto et al., 2002).

Por otro lado, Castanheira and Kepler (2008, 2009) realizaron un amplio estudio astrosismológico sobre una muestra de 87 estrellas DAV. Los modelos de enanas blancas utilizados para realizar tales ajustes provenían de modelos artificiales en los que se adopta una composición central de oxígeno al 50 % y carbono al 50 %, mientras que la transición química de hidrógeno/helio se adopta según el trabajo de Althaus et al. (2003). Uno de los resultados más importantes encontrados en este trabajo fue la predicción de la existencia de envolturas más finas que las obtenidas mediante los cálculos evolutivos completos. Particularmente se encontró que la masa de la envoltura de hidrógeno podría variar en un amplio rango de masas, más precisamente  $10^{-10} \lesssim M_H/M_{wd} \lesssim 10^{-4}$ . Paralelamente, Bischoff-Kim et al. (2008) presentaron un estudio astrosismológico para las estrellas ZZ Ceti G117-B15A y R 548 con modelos en los que se adoptan los perfiles del núcleo obtenidos por Salaris et al. (1997), obteniendo resultados en buen acuerdo con estudios previos.

Uno de los pasos más importantes en la astrosismología de enanas blancas de la actualidad fue el trabajo de Romero et al. (2012) en donde los autores presentan un estudio astrosismológico de 44 estrellas ZZ Ceti, incluyendo la bien conocida G117-B15A. Para realizar los ajustes, los autores utilizan los modelos completamente evolutivos de estrellas enanas blancas DA caracterizadas por perfiles químicos consistentes del trabajo de Althaus et al. (2010a). Entre otros, uno de los resultados más importantes de este trabajo es la evidencia de la existencia de envolturas de hidrógeno menos masivas que las predichas por la evolución estelar estándar, lo cual se encuentra en buen acuerdo con los resultados de Castanheira and Kepler (2008, 2009).

El método de ajuste astrosismológico utilizado en esta tesis y en diversos de los trabajos mencionados previamente, explota la comparación de los períodos de los modos de pulsación exhibidos por la estrella con aquellos derivados teóricamente de modelos representativos, en nuestro caso, de estrellas ZZ Ceti. En particular, los modelos teóricos muestran un espectro de períodos acorde a los parámetros estelares tales como masa, temperatura efectiva, gravedad

<sup>14</sup>A partir de un modelo inicial de composición estratificada, se modifican parámetros tales como abundancia interna de oxígeno y carbono, así como también la posición de las transiciones químicas y sus respectivos anchos, entre otros.

superficial y composición química interna. Mediante este método se elige aquellos modelos que exhiban los períodos más cercanos a los que se observan en la estrella a la cual se necesita hacer el ajuste. Se elige aquel modelo que minimiza la diferencia entre los períodos observados y teóricos. No obstante, como veremos más adelante, es útil utilizar determinaciones observacionales de los parámetros disponibles a fin de tener un buen acuerdo con los resultados empíricos. Sin embargo, este método no es el único que nos permite obtener información de la estrella. En la actualidad existen diversos métodos a partir de los cuales es posible obtener detalles sobre el interior de la estrella, a partir de la interpretación de los modos de pulsación exhibidos:

- **Espaciamiento medio de períodos:** a partir de un análisis asintótico, sabemos que para modos  $g$  con  $\ell$  fijo, y para altos ordenes radiales ( $k \gg 1$ )  $\Delta\Pi_\ell^g = \Pi_0/\sqrt{\ell(\ell+1)}$  con  $\Pi_0 = 2\pi \left[ \int_0^{R_*} N(r)/rdr \right]^{-1}$ . Si para una estrella podemos observar suficientes modos consecutivos en  $k$  podemos obtener los espaciamentos de períodos y promediarlo ( $\langle \Pi_{k,\ell} \rangle$ ) para luego comparar con el valor asintótico se cumple  $\langle \Pi_{k,\ell} \rangle \sim \Delta\Pi_\ell^A \propto \left[ \int_0^{R_*} N(r)/rdr \right]^{-1}$ , aún para enanas blancas estratificadas y con zonas convectivas. Dada una  $T_{eff}$  fija, el valor de la frecuencia de Brunt-Väisälä,  $N$ , crece a masas mayores debido a su dependencia con la gravedad, por lo que el valor del espaciamiento de períodos decrece. Por el contrario, si se fija la masa estelar y se reduce el valor de  $T_{eff}$ , debido al aumento de la degeneración en el núcleo de la enana blanca,  $N$  decrecerá incrementando el espaciamiento medio de períodos. Como consecuencia, el espaciamiento medio de períodos es una cantidad útil para obtener el valor de la masa de pre-enanas blancas. Por ejemplo, en estrellas pulsantes tipo PG1159 donde la cantidad de períodos observados es lo suficiente como para determinar el espaciamiento medio de períodos.
- **Mode trapping:** la estructura estratificada de las enanas blancas provoca que algunos modos  $g$  entren en resonancia mecánica. Este efecto es producido debido a que la longitud de onda local de las autofunciones de un modo particular coincide con el espesor de la capa de H o la capa de He. Para que esto ocurra alguno de los nodos de las autofunciones debe estar ubicado cerca de una de las zonas de transición química. Este efecto es llamado “mode trapping” y afecta la estructura global del espectro de períodos. Cuando esta resonancia actúa, la amplitud de las autofunciones se hace grande en la zona que tiene como extremos a la superficie estelar y a la transición química dada ó puede suceder entre dos interfaces químicas y, en tal caso, se llama “mode confining”. Para detectar este fenómeno debe tenerse en cuenta que aquellos modos atrapados (y los de orden radial adyacente) muestran espaciamientos de períodos más cortos. La efectividad del “mode trapping” es muy sensible a la forma y ancho de las transiciones químicas, particularmente la de H/He para las estrellas ZZ Ceti. Es decir que a partir de la observación de este fenómeno es posible medir el ancho de la capa que produce el atrapamiento (Brassard et al., 1992a). Además, a partir de un diagrama  $\Delta\Pi_{k,\ell}$  vs.  $\Pi_{k,\ell}$ , analizando el ciclo de los mínimos se puede obtener información de la masa de hidrógeno en estrellas ZZ Ceti o de la masa de helio en las DBVs. Por otro lado, la amplitud de la variación de  $\Delta\Pi_{k,\ell}$  es sensible al espesor de la zona de transición química (Bradley, 1996; Brassard et al., 1992a,b).
- **Tasa de cambio de los períodos:** la frecuencia de Brunt-Väisälä evoluciona a medida que la enana blanca se enfría, decreciendo en las regiones del núcleo a causa de que la degeneración electrónica aumenta. Esta disminución produce un corrimiento gradual en el

espectro de períodos hacia valores mayores. Para enanas blancas  $\dot{\Pi} = -a\frac{\dot{T}}{T} + b\frac{\dot{R}_*}{R_*}$  (Winget et al., 1983), con  $a, b > 0$  y  $T$  es la temperatura del núcleo. Un enfriamiento produce un incremento en el período, mientras que una contracción provoca un decrecimiento. Aquellos modos atrapados en la envoltura son más sensibles a la contracción que al enfriamiento, mostrando valores de  $\dot{\Pi}$  más bajos incluso negativos respecto a los no atrapados (Kawaler and Bradley, 1994). Aquellos modos confinados en el núcleo son más sensibles al enfriamiento, mostrando  $\dot{\Pi} > 0$ . A partir de la medición de  $\dot{\Pi}$  en enanas blancas es posible inferir la escala de enfriamiento, debido a que al ser la contracción casi despreciable, los valores de  $\dot{\Pi}$  están afectados mayormente por el enfriamiento. Esto puede ser utilizado para obtener información de la composición química del núcleo.

- **Splitting rotacional o magnético:** si la enana blanca posee una velocidad de rotación o un campo magnético débil, es posible observar los multipletes de cada frecuencia de oscilación. Si la rotación es lenta, se observarán  $2\ell + 1$  componentes igualmente espaciadas y a partir de allí es posible medir la frecuencia de rotación  $\Omega$ . Por otro lado, si hay un campo magnético débil presente, es posible observar las  $\ell+1$  componentes de cada frecuencia desplazadas proporcionalmente al valor del campo  $B$  y así inferir el valor de  $B$ .

Como hemos visto, existen dos enfoques distintos para realizar los ajustes astrosismológicos. El primero es aquel que emplea modelos de estrellas enanas blancas estáticos en los que el perfil químico interno es parametrizado. Este tratamiento tiene la ventaja de que es posible realizar una exploración completa del espacio de parámetros para poder hallar el modelo sísmológico óptimo, además de alcanzar un alto grado de precisión para reproducir los períodos observados (Giammichele et al., 2017a,b). Sin embargo, este enfoque astrosismológico necesita de un gran número de modos de pulsación observados para resolver el gran número de parámetros. El otro enfoque utiliza modelos evolutivos completos desde la ZAMS hasta la etapa de enana blanca (Romero et al., 2012, 2013). Este tipo de enfoque, que es utilizado también en esta tesis, involucra ingredientes físicos detallados y actualizados, particularmente en lo que respecta a la formación de la estructura química interna esperada por la historia de quema nuclear del progenitor. Este punto es un aspecto crucial para entender la información codificada en los patrones de pulsación de las estrellas enanas blancas variables. Este hecho nos permite no sólo develar la estructura interna de las estrellas, si no que también descubrir mediante qué procesos la estrella alcanza tal estructura. Este método ha sido utilizado también para el estudio de estrellas DB y PG1159 Córscico and Althaus (2006); Córscico et al. (2006, 2009).

No obstante, ninguno de los métodos astrosismológicos adoptados tiene en cuenta las incertezas actuales en la evolución estelar ni en el modelado ni en la física constitutiva de los progenitores de enanas blancas. Este tópico será la punto central a explorar durante de esta tesis.

Como es sabido, durante la evolución del progenitor, existen incertezas relacionadas con los procesos físicos encargados de dar forma a la estructura interna de la futura enana blanca, tales como las tasas de reacción nuclear, procesos de mezcla extra, pérdida de masa, etc. Estas incertezas afectan fuertemente los perfiles químicos internos y, consecuentemente, las propiedades pulsacionales de las estrellas enanas blancas. Sin embargo, ninguna de las técnicas astrosismológicas tiene en cuenta las actuales incertezas en la evolución estelar ni en el modelado ni en la física considerada en los progenitores de enanas blancas. Es en este sentido que esta tesis está orientada. En los capítulos próximos nos proponemos cuantificar, por primera vez, el impacto de tales incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras sobre las inferencias astrosismológicas de los parámetros fundamentales de las enanas blancas.



## Capítulo 2

# Descripción del modelado

Este capítulo está dedicado a describir brevemente las ecuaciones de evolución estelar y su implementación en los códigos numéricos empleados para el cálculo de las secuencias evolutivas (**LPCODE**) y propiedades pulsacionales de los modelos (**LP-PUL**). Brevemente se describirá la base del tratamiento numérico empleado por ambos códigos numéricos en conjunto con una descripción detallada de los ingredientes más importantes para esta tesis. Haremos especial énfasis en las etapas de quema central de helio, etapa de pulsos térmicos durante la rama asintótica de las gigantes (TP-AGB) y, finalmente, en la etapa de pulsación de las ZZ Ceti. Se considerará a la estrella como un objeto esférico, teniendo en cuenta que esta aproximación ha sido de gran utilidad y ha brindado resultados exitosos en estudios teóricos y simulaciones numéricas.

Los cálculos evolutivos presentados en este trabajo evolutivo han sido desarrollados con el código numérico de evolución estelar LPCODE. Este código fue desarrollado íntegramente en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas por el Grupo de Evolución y Pulsaciones Estelares Althaus et al. (2003). Esta herramienta numérica ha sido empleada en diversos trabajos para el estudio de estrellas compactas como, por ejemplo, el cálculo de modelos detallados de enanas blancas (Althaus et al., 2010d; Renedo et al., 2010), el cálculo de la formación y evolución de estrellas enanas blancas deficientes en hidrógeno tipo PG1159 (Althaus et al., 2005a; Miller Bertolami and Althaus, 2006), así como también para la formación de estrellas de la rama horizontal extrema (Miller Bertolami et al., 2008) y la formación de enanas blancas DQ calientes (Althaus et al., 2009). Más recientemente, el LPCODE, ha sido empleado para estudiar los diferentes aspectos de la evolución de enanas blancas de masa extremadamente baja (Althaus et al., 2013), y detalles de la evolución estelar durante las fases AGB y post-AGB (Miller Bertolami, 2016). Una descripción detallada del código evolutivo LPCODE puede encontrarse en la Tesis Doctoral de Serenelli (2003) y Miller Bertolami (2009).

A continuación presentamos una breve descripción de las ecuaciones de evolución estelar así como también los ingredientes físicos más importantes incluidos en el código de evolución.

### 2.1. Ecuaciones de evolución estelar

Para poder describir el interior de una estrella autogravitante, necesitaremos ecuaciones matemáticas que expliquen el comportamiento del gas. Las expresiones analíticas que son usadas en la teoría de evolución estelar se basan en algunas suposiciones:

- las estrellas son sistemas con simetría esférica. Los efectos de rotación y campos magnéticos

## 2. Descripción del modelado

---

son despreciables,

- la evolución temporal de la estructura estelar puede ser descrita por una secuencia de modelos en equilibrio hidrostático, lo que implica que la presión y densidad crecen hacia el centro,
- la materia en cada capa está cerca del equilibrio termodinámico local. La radiación puede ser descrita por la función de Planck en cada punto de la estrella. Cada capa estelar puede tomarse como un cuerpo negro,
- los mecanismos de transporte de elementos químicos dentro de la estrella son la convección y procesos de mezcla extra como el overshooting.

Las ecuaciones que determinan la estructura y evolución estelar, escritas en formulación lagrangiana (usando  $m$  como variable independiente), resultan (Kippenhahn and Weigert, 1990):

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_{\text{nuc}} - \epsilon_{\nu} - c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla \quad (2.4)$$

donde las cantidades son:  $t$  el tiempo,  $r(m, t)$  la distancia radial al centro de la estrella,  $l(m, t)$  luminosidad (flujo total a través de una capa esférica menos el flujo de energía debida a los neutrinos),  $T(m, t)$  la temperatura,  $P(m, t)$  la presión y las cantidades obtenidas:  $\rho$  densidad de masa,  $\epsilon_{\text{nuc}}$  liberación de energía nuclear por unidad de masas y de tiempo,  $\epsilon_{\nu}$  pérdida de energía por emisión de neutrinos por unidad de masa y de tiempo,  $c_p$  calor específico a presión constante por unidad de masa,  $\delta = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}\right)$ , y el gradiente adimensional de la temperatura  $\nabla = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)$ . Además,  $G$  es la constante de gravitación universal,  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío y  $a$  la constante de densidad de radiación.

Cuando el transporte es por radiación y en la aproximación de difusión,  $\nabla$  debe ser reemplazado por el gradiente radiativo

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{3}{16\pi a c G} \frac{\kappa l P}{m T^4} \quad (2.5)$$

donde  $\kappa$  es la opacidad radiativa y/o conductiva.

Cuando el transporte de energía es mediante movimientos macroscópicos de material, como la convección, la expresión de  $\nabla$  depende de la teoría de convección utilizada. En esta tesis los cálculos fueron realizados dentro de la teoría estándar de la longitud de mezcla (MLT Biermann, 1932).

## 2.2. LPCODE. Física incluida.

### 2.2.1. Evolución química

El cambio de composición química dentro de la estrella es uno de los puntos más importantes de análisis de esta tesis. A grandes rasgos, la evolución química en cada una de las capas de la estrella proviene de dos contribuciones importantes: una debido a las reacciones nucleares (causantes de convertir unos elementos químicos en otros dentro de la misma capa) y la segunda, causada por los procesos de mezcla tales como convección, inestabilidades vibracionales (semiconvección), inestabilidades termohalinas (de Rayleigh-Taylor) causadas por la inversión del peso molecular medio, difusión microscópica química, etc<sup>1</sup>. Estos procesos de mezcla son los encargados de producir un acoplamiento entre los cambios químicos de las diferentes capas.

Si  $n_i$  es el número de partículas por unidad de volumen de la especie  $i$  tenemos que, en una capa dada:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{\text{nuc}} + \left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{\text{mezcla}} \quad (2.6)$$

teniendo en cuenta que el subíndice  $i$  se refiere a la especie química,  $i = 1, \dots, I$ , donde  $I$  es el número de especies químicas distintas consideradas. Por cada capa hay  $I$  ecuaciones diferenciales acopladas, las cuales a su vez están acopladas con las ecuaciones de las capas vecinas por el término de mezcla.

Consideremos el primer término de la ecuación anterior. Dada una especie nuclear, esta puede ser creada y destruida por medio de varias reacciones nucleares con otras especies. Si denotamos a  $\langle \sigma v \rangle_{ij}$  como la tasa de reacciones nucleares por par de partículas entre las especies  $i$  y  $j$ , y  $\langle \sigma v \rangle_{km}$  a la tasa de reacciones entre las especies  $k$  y  $m$  que producen partículas  $i$  se obtiene:

$$\left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{\text{nuc}} = - \sum_j \langle \sigma v \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,m} \langle \sigma v \rangle_{km} n_k n_m \quad (2.7)$$

donde el primer término refleja las reacciones que destruyen a las partículas de la especie, mientras el segundo término las reacciones que crean partículas de esa especie.

El segundo término de la ecuación (2.6) representa una variedad muy amplia de procesos de mezcla que pueden modificar la composición química en la capa analizada. Sin embargo, los fenómenos de mezcla pueden modelarse como procesos de difusión de la composición química. Debido a la simetría esférica:

$$\left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{\text{mezcla}_j} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 D_{\text{mezcla}_j} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) \quad (2.8)$$

donde  $D_{\text{mezcla}_j}$  representa el coeficiente de difusión que describe el proceso de mezcla  $j$ . Debido a la linealidad de estas ecuaciones respecto a  $D_{\text{mezcla}_j}$ , si opera más de un proceso de mezcla simultáneamente podemos escribir  $D_{\text{mezcla}_j} = \sum_n D_{\text{mezcla}_j}$ .

Este tratamiento ofrece una visión más realista que la suposición de mezcla instantánea utilizada usualmente en la teoría de evolución. Esto se debe a que, en algunas fases de la evolución estelar, la escala de tiempo de las reacciones nucleares se vuelve comparable a la escala de tiempo de la mezcla convectiva, por lo que suponer una mezcla instantánea resulta completamente inadecuado para enfrentar el problema.

<sup>1</sup>En capítulos posteriores profundizaremos sobre algunos de estos procesos.

## 2. Descripción del modelado

---

En las etapas previas a la TP-AGB, hemos considerado episodios de mezcla extra fuera de cada borde convectivo formal<sup>2</sup>, conocidos como overshooting, de acuerdo a la formulación de Herwig et al. (1997a). Estos episodios son relevantes para la determinación de la estructura química final de las enanas blancas y, como veremos más adelante, afectan tanto los valores de las abundancias centrales así como también la forma de los perfiles químicos. En esta formulación se trata el proceso de mezcla como un proceso de difusión dependiente del tiempo mediante la adopción de un coeficiente de difusión  $D_{OV}$ . Este coeficiente se define como:

$$D_{OV} = D_0 \times e^{\left(\frac{-2z}{fH_p}\right)} \quad (2.9)$$

donde  $H_p$  es la escala de altura de presión en el borde convectivo,  $z$  es la distancia geométrica al borde de la zona convectiva formal ( $z = |r - r_{borde}|$ , siendo  $r$  la distancia radial),  $f$  es un parámetro libre cuyo valor estándar en general se adopta, para la etapa de secuencia principal,  $f = 0,016^3$ . Sin embargo, el valor del parámetro  $f$  no necesariamente es el mismo en todas las regiones convectivas. Por otro lado,  $D_0$  el valor de  $D$  en las regiones convectivas inmediatamente cercanas al borde convectivo formal. Particularmente, para las secuencias calculadas durante el desarrollo de esta tesis, hemos adoptado el valor estándar para el parámetro libre  $f$  durante las etapas previas a la etapa de pulsos térmicos durante la rama asintótica de las gigantes, mientras que cuando los modelos atraviesan esta etapa, se inhibieron los procesos de extra mezcla.

En general las ecuaciones para el cambio de abundancias están desacopladas del conjunto de ecuaciones que representan los cambios térmicos y mecánicos. Esta suposición es válida sólo en el caso en que la escala de tiempo nuclear sea mucho mayor que los otras escalas de tiempos relevantes. Esto permite tratar el problema resolviendo el conjunto de ecuaciones (2.1) - (2.4), para un  $t_0$  dado y para una composición química dada.

### 2.2.2. Opacidades, pérdida de masa y reacciones nucleares

El LPCODE emplea opacidades radiativas OPAL (incluyendo el caso de composiciones ricas en carbono y oxígeno) para un amplio rango de metalicidades (Iglesias and Rogers, 1996). Para los regímenes de baja temperatura se utilizan las opacidades dadas por Alexander and Ferguson (1994). La ecuación de estado para los regímenes de baja densidad incluye los fenómenos de ionización parcial para composiciones de hidrógeno y helio, presión de radiación y contribuciones iónicas. Para los regímenes de alta densidad también se tiene en cuenta degeneración electrónica parcial e interacciones Coulombianas. Las tasas de emisión de neutrinos han sido extraídas de los trabajos de Itoh y colaboradores, ver por ejemplo Itoh et al. (1989) e Itoh et al. (1992).

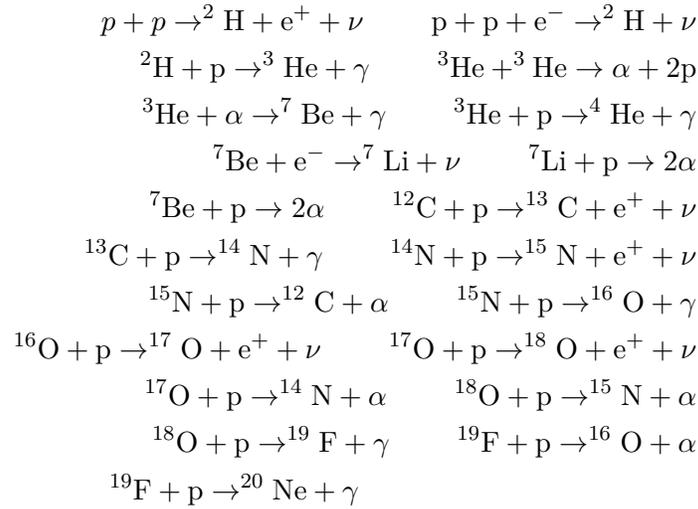
Se considera una red de reacciones nucleares que contempla 34 tasas de reacciones termonucleares y 16 isótopos ( $^1\text{H}$ ,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^7\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{15}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{17}\text{O}$ ,  $^{18}\text{O}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ) para describir la quema de hidrógeno y helio, y el encendido de C:

Para la quema nuclear del hidrógeno se consideraron:

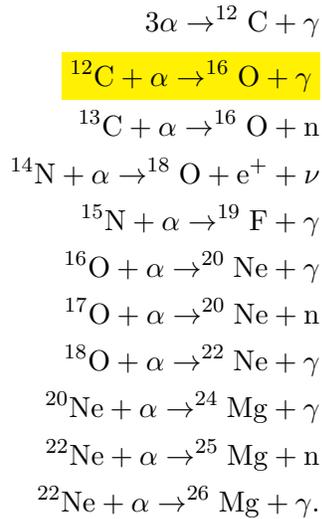
---

<sup>2</sup>Aquel definido por la condición de Schwarzschild.

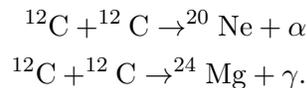
<sup>3</sup>Este valor es inferido a partir de simulaciones que reproducen el ancho de la secuencia principal superior Herwig (2000)



Para la quema de helio las reacciones tomadas en cuenta son:



Mientras que para la quema de C tomamos:



Las tasas de reacción son tomadas de trabajos de Caughlan and Fowler (1988), excepto por las reacciones  ${}^{15}\text{N}(p, \gamma){}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{15}\text{N}(p, \alpha){}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{18}\text{O}(p, \alpha){}^{15}\text{N}$ ,  ${}^{18}\text{O}(p, \gamma){}^{19}\text{F}$ ,  ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$ ,  ${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{18}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{22}\text{Ne}$ ,  ${}^{22}\text{Ne}(\alpha, n){}^{25}\text{Mg}$  y  ${}^{22}\text{Ne}(\alpha, \gamma){}^{26}\text{Mg}$ , que son tomadas del trabajo de Angulo et al. (1999).

## 2. Descripción del modelado

Particularmente de nuestro interés es la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ . En esta tesis consideraremos además las tasas provistas por Kunz et al. (2002) como límites superior e inferior para dicha reacción. Esta elección tiene el objetivo de poder cuantificar las incertezas en esta tasa de reacción. En el siguiente capítulo volveremos sobre este punto.

Respecto a los episodios de pérdida de masa, se han adoptado diferentes formulaciones de acuerdo a la etapa de evolución considerada. Durante la quema central de helio y rama de las gigantes rojas la tasa de pérdida de masa está dada por la prescripción de Schröder and Cuntz (2005):

$$\frac{\dot{M}}{M_{\odot}/\text{año}} = 8 \times 10^{-14} \frac{(L_{\star})L_{\odot})(R_{\star})R_{\odot}}{M_{\star})M_{\odot}} \left( \frac{T_{eff}}{4000K} \right)^{3,5} \left( 1 + \frac{g_{\odot}}{4300g_{\star}} \right) \quad (2.10)$$

mientras que durante las etapas AGB y TP-AGB se utilizó la fórmula de Groenewegen et al. (2009, 1998):

$$\log \left( \frac{\dot{M}^O}{M_{\odot}/\text{yr}} \right) = -9 + 0,0032(P/\text{día}) \quad (2.11)$$

para las estrellas AGB ricas en O pulsantes, mientras que para las ricas en carbono pulsantes se usó:

$$\log \left( \frac{\dot{M}^C}{M_{\odot}/\text{yr}} \right) = -16,54 + 4,08 \log(P/\text{día}) \quad (2.12)$$

donde el valor del período de pulsación se calcula a partir de la relación provista por Ostlie and Cox (1986)

$$\log(P/\text{día}) = -1,92 - 0,73 \log(M_{\star}/M_{\odot}) + 1,86 \log(R_{\star}/R_{\odot}). \quad (2.13)$$

### 2.3. Breve descripción numérica

A grandes rasgos este código se basa en el método descrito por Kippenhahn, que esta fundamentado en un esquema de tipo Henyey implícito para la integración de las ecuaciones del interior, lo que permite tener una mayor estabilidad numérica. Este tipo de esquema es utilizado frecuentemente en los distintos códigos de evolución. En el LPCODE este esquema es implementado a través de una linealización implícita de los sistemas de ecuaciones de estructura y evolución de una estrella con simetría esférica. Estas ecuaciones corresponden a las conocidas ecuaciones de equilibrio hidrostático, conservación de masa, conservación de energía y transporte de energía, escritas en formulación lagrangiana con  $m$  y  $t$  como variables independientes.

El sistema resultante de dicha linealización se resuelve iterativamente mediante un método del tipo Newton-Raphson. En el LPCODE se implementa un cambio de variables, a saber:

$$\xi = \ln(1 - m/M_{\star}) \quad (2.14)$$

$$\theta = \ln T/T_o \quad T_o \equiv 10^6 \text{K} \quad (2.15)$$

$$p = \ln P/P_o \quad P_o \equiv 10^{15} \text{ din/cm}^2 \quad (2.16)$$

$$x = \ln r/r_o \quad r_o \equiv 10^{10} \text{ cm} \quad (2.17)$$

$$\lambda = l/\Delta L_o \quad L_o \equiv 10^{33} \text{ erg/s.} \quad (2.18)$$

Las condiciones de borde se especifican mediante integraciones de la envoltura, comenzando desde la fotosfera hacia el interior del modelo. Ahora la variable independiente utilizada por el código pasa a ser  $\xi$ , mientras que las variables que dependen de  $\xi$  pasan a ser los logaritmos de las cantidades físicas importantes. En el caso de la luminosidad, el tamaño de  $\lambda$  se controla mediante la cantidad  $\Delta$ , la cual se reajusta automáticamente para mantener  $\lambda$  por debajo de 10. El manejo especial que lleva la luminosidad se debe a que ésta puede ser negativa, pues el gradiente de temperatura puede ser también y, por lo tanto, aparecer un flujo neto de energía hacia el interior de la estrella. Este panorama usualmente ocurre en los interiores estelares ya sea debido al enfriamiento por neutrinos o cuando ocurren combustiones violentas en algunas de las capas de la estrella (por ejemplo en el final de la AGB). Las soluciones a las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.3) y (2.4) permiten determinar los valores de  $r$ ,  $P$ ,  $L_r$  y  $T$  en cualquier instante y para cualquier punto.

Estas ecuaciones no tienen solución analítica, por lo que es imprescindible recurrir a métodos numéricos para poder resolverlas. Para algunas etapas evolutivas la elección del esquema de discretización y linealización de las ecuaciones es de vital importancia para asegurar estabilidad. El esquema de Henyey centrado de segundo orden, utilizado generalmente en evolución estelar, puede no ser estable durante fases rápidas de la evolución (Sugimoto, 1970). La utilización de un método descentrado provee una mejora en la estabilidad durante las fases rápidas (como los pulsos térmicos), respecto del método centrado. Esta mejora se hace a expensas de la precisión que, en principio, puede compensarse con un grillado espacial más fino. Además, este método permite elegir el esquema que mejor se adapte a cada región de la estrella.

La resolución del sistema de ecuaciones linealizadas procede de manera iterativa, corrigiendo en cada iteración  $i$  las cantidades obtenidas, hasta que se alcanza la precisión deseada

$$y_k^i = y_k^{i-1} + \delta y_k^{i-1} \quad (2.19)$$

Este esquema iterativo se aplica sobre las diferencias de las cantidades físicas (luminosidad, presión, radio y temperatura) entre el modelo actual y el modelo previo. De manera que las cantidades iteradas no son  $\theta, p, x, \lambda$  sino  $u_\theta, u_p, u_x, u_l$ , definidas como:

$$\theta^{n+1} = \theta^n + \ln(1 + u_\theta) \quad (2.20)$$

$$p^{n+1} = p^n + \ln(1 + u_p) \quad (2.21)$$

$$x^{n+1} = x^n + \ln(1 + u_x) \quad (2.22)$$

$$l^{n+1} = l^n + u_l \quad (2.23)$$

donde  $u_\theta = \Delta T/T^n$ ,  $u_p = \Delta P/P^n$ ,  $u_x = \Delta r/r^n$  y  $u_l = \Delta l$  son las variables dependientes en la forma adimensional dentro del código y  $n$  representa el paso temporal.

Queremos mencionar que en el LPCODE los cambios químicos no se tratan de una manera consistente con los cambios en la estructura estelar, las ecuaciones no son resueltas de manera simultánea. El procedimiento bajo el cual se resuelven las ecuaciones de estructura y evolución química es un método iterativo en el cual, conociendo los valores de  $T$ ,  $P$ ,  $r$  y  $l$  a un cierto tiempo  $t_n$ , se calcula la composición química a un tiempo  $t_{n+1}$ , la que luego servirá para calcular las variables de estructura al tiempo  $t_{n+1}$ . Estas variables, son luego utilizadas para el cálculo de composición química al tiempo  $t_{n+2}$ , repitiendo así el proceso sucesivamente las veces necesarias. De todas formas la resolución simultánea no es necesaria debido a que, si se utiliza un paso pequeño, no habría grandes transformaciones en las variables estructurales entre dos pasos

consecutivos. Esto se implementa en el código pidiendo que los cambios en  $T$ ,  $P$ ,  $r$ ,  $L_r$  de un modelo a otro permanezcan por debajo de valores prefijados.

### 2.4. Código de pulsaciones

Los cálculos de propiedades pulsacionales de los modelos de enanas blancas desarrollados en esta tesis fueron calculadas con el código numérico LP-PUL, desarrollado por el Dr. Alejandro H. Córscico como parte de su tesis doctoral (Córscico, 2003). Los cálculos pulsacionales realizados en ésta tesis corresponden a modos de pulsación no radiales, en una aproximación adiabática. El LP-PUL ha sido empleado en diversos estudios pulsacionales tanto en estrellas enanas blancas (Camisassa et al., 2016; Córscico et al., 2016), como en estrellas  $\delta$  Scuti y  $\gamma$  Doradus (Sánchez Arias et al., 2017) y GW Virginis (Córscico and Althaus, 2006; Córscico et al., 2006). Este código numérico resuelve las ecuaciones diferenciales que gobiernan las pulsaciones no-radiales, lineales y adiabáticas en estrellas esféricamente simétricas (tales ecuaciones son revisadas en el apéndice A). Si bien los cálculos adiabáticos son una aproximación más simple matemáticamente al problema original no-adiabático, de acuerdo a Bradley (1998) las diferencias típicas en los períodos de enanas blancas provenientes de aproximaciones adiabáticas respecto al cálculo no-adiabático son del orden de  $10^{-4}$ . Estas ecuaciones en conjunto con las condiciones de borde (centro y superficie de la estrella) constituyen un problema lineal de autovalores de cuarto orden que debe resolverse numéricamente. La resolución se hace a través de una técnica de Newton-Raphson generalizada (ver Kippenhahn et al., 1967) donde básicamente se propone una solución aproximada para el sistema que luego es mejorada iterativamente. Para más detalles sobre la resolución numérica referimos al lector al trabajo de Córscico and Benvenuto (2002) y a la tesis Doctoral de (Córscico, 2003).

Para el cálculo de los modos  $g$  de enanas blancas, se debe obtener el valor numérico de una cantidad física importante: la frecuencia de Brunt-Väisälä. La descripción utilizada (Brassard et al., 1991) es implementada para evitar errores numéricos mayores:

$$N^2 = \frac{g^2 \rho}{p} \frac{\chi_T}{\chi_\rho} (\nabla_{ad} - \nabla + B) \quad (2.24)$$

donde  $\chi$  refiere a la derivada parcial logarítmica de la presión con respecto a  $T$  o  $\rho$ , respectivamente

$$\chi_T = \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial \ln T} \right]_\rho \quad \chi_\rho = \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right]_T \quad (2.25)$$

y  $B$  es el término de Ledoux dado por:

$$B = -\frac{1}{\chi_T} \sum_{i=1}^{n-1} \chi_{X_i} \frac{d \ln(X_i)}{d \ln(p)} \quad (2.26)$$

siendo  $X_i$  la abundancia de átomos de especie  $i$ ,  $n$  el número total de especies consideradas, y

$$\chi_{X_i} = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \ln(X_i)} \right)_{\rho, T, X_{j \neq i}} \quad (2.27)$$

Este tratamiento es llamado tratamiendo de “Ledoux modificado” (Tassoul et al., 1990) el cual es generalizado para incluir las variaciones en abundancia de las especies nucleares más

abundantes en el interior de las enanas blancas (hidrógeno, helio, carbono y oxígeno) (Kawaler and Bradley, 1994). Dentro del término de Ledoux,  $B$ , está contenida la mayor parte de la contribución a la frecuencia de Brunt-Väisälä debida a cualquier cambio en la composición química. EL LP-PUL provee de las autofrecuencias  $\omega_{\ell,k}$ , las autofunciones adimensionales  $y_1, \dots, y_4$  así como los períodos ( $\Pi_{\ell,k}$ ), los coeficientes de rotación ( $C_{\ell,k}$ ), la energía cinética de oscilación ( $K_{\ell,k}$ ) y las funciones de peso ( $W_{\ell,k}$ )<sup>4</sup>, donde  $k$  y  $\ell$  son el orden radial del modo y el grado armónico respectivamente. Una breve descripción de la teoría de pulsaciones es desarrollado en el apéndice A.

---

<sup>4</sup>La función peso provee una medida de la contribución relativa de las diferentes zonas del modelo, a la formación del período.



## Capítulo 3

# Incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras de las enanas blancas

Durante la evolución de las estrellas progenitoras de las enanas blancas operan numerosos procesos físicos encargados de modelar la estructura interna, procesos que no se conocen en detalle y que, en consecuencia, introducen incertezas en la estructura química resultante de la futura enana blanca. Es de nuestro particular interés estudiar aquellos procesos que están relacionados con la formación del núcleo de carbono-oxígeno esperado en estrellas enanas blancas.

Es durante la quema central de helio donde las abundancias del núcleo de la enana blanca son fijadas. Estas abundancias están determinadas básicamente por la ocurrencia de dos procesos: la quema nuclear de helio que lleva a la creación de carbono y oxígeno y los procesos de mezcla convectiva y mezcla extra en el núcleo durante esta etapa. Una vez que la estrella agota el helio en su interior, y la parte más interna del núcleo ha sido formada, la estrella comienza a ascender en su evolución en el diagrama HR por la fase AGB, enfriándose. Durante esta parte de la evolución, la cáscara de quema helio va moviéndose gradualmente hacia el exterior mientras que el producto de la quema nuclear va situándose encima del núcleo degenerado de carbono-oxígeno, aumentando su masa. Durante la etapa final del ascenso la estrella sufre inestabilidades térmicas que liberan gran cantidad de energía en un lapso corto de tiempo conocidas como pulsos térmicos. Durante los pulsos térmicos, debido a episodios de mezcla convectiva, se desarrolla una región ubicada entre el núcleo y el buffer de helio rica en helio y carbono. De esta forma, la evolución a través de la fase pulsante en la AGB deja su impronta en el perfil químico interno. Durante la fase AGB la estrella pierde una gran cantidad de masa a una tasa que no se conoce con exactitud, por lo que la cantidad de pulsos térmicos que la estrella experimente es una incógnita.

### 3.1. Quema central de He

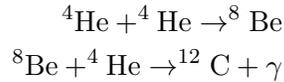
Para que ocurra el encendido del helio en el centro de la estrella es necesario que su masa inicial sea superior a  $0.5M_{\odot}$ . A diferencia de la evolución en la fase de quema de hidrógeno, dónde los procesos físicos que tienen lugar dependen fuertemente de la masa inicial, durante esta fase los procesos correspondientes son independientes de la masa inicial del progenitor. Al finalizar la etapa de gigante roja, la estrella posee un núcleo de helio puro con una temperatura próxima a los

$10^8 K$ , suficiente para alcanzar las condiciones necesarias para el encendido del helio. La energía liberada durante este proceso de combustión nuclear es tal que el progenitor de la enana blanca experimenta la segunda etapa más lenta de su vida. En su inicio, la quema nuclear de helio lleva a la formación de abundante  $^{12}\text{C}$  mediante la reacción triple- $\alpha$  ( $3\alpha$ ); una vez generado suficiente  $^{12}\text{C}$ , este se combina con una partícula  $\alpha$  para dar lugar a la formación de  $^{16}\text{O}$ . Esencialmente la quema de helio termina ahí, porque nuevas capturas (para formar  $^{20}\text{Ne}$ , por ejemplo) ocurren muy lentamente a estas temperaturas y densidades como para ser significativas. Por ejemplo, la tasa de reacción para  $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ , está muy por debajo de la correspondiente a la tasa de reacción de  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  para  $T_9^1 < 0.2$  (Fowler et al., 1975).

#### 3.1.1. Captura $3\alpha$

La primera y fundamental reacción en el proceso de quema nuclear de helio es la producción de  $^{12}\text{C}$  a partir de la fusión de tres núcleos de  $^4\text{He}$  (reacción  $3\alpha$ ). Durante este proceso la cantidad de energía liberada es de  $\sim 7.27\text{MeV}$  por cada núcleo de carbono generado, lo que equivale a  $\sim 0.6\text{MeV}$  por nucleón. Esta cantidad es aproximadamente un orden de magnitud más pequeña que la liberada por el ciclo CNO durante la quema de hidrógeno, lo que explica que el tiempo de vida que la estrella permanece en esta fase es alrededor de 100 veces más corto que el tiempo en la etapa de quema de hidrógeno.

La reacción nuclear  $3\alpha$  ocurre en dos etapas:



El  $^8\text{Be}$  actúa como un elemento secundario, involucrado simultáneamente en procesos de destrucción y creación. A medida que la temperatura del interior se incrementa, la probabilidad de la segunda reacción también crece debido a dos efectos combinados:

- el número de reacciones  $^4\text{He} + ^4\text{He}$  aumenta y, como el tiempo de vida de  $^8\text{Be}$  permanece constante, aumenta también significativamente la concentración de  $^8\text{Be}$ ,
- la sección eficaz nuclear de la reacción  $^8\text{Be} + \alpha$  se intensifica fuertemente.

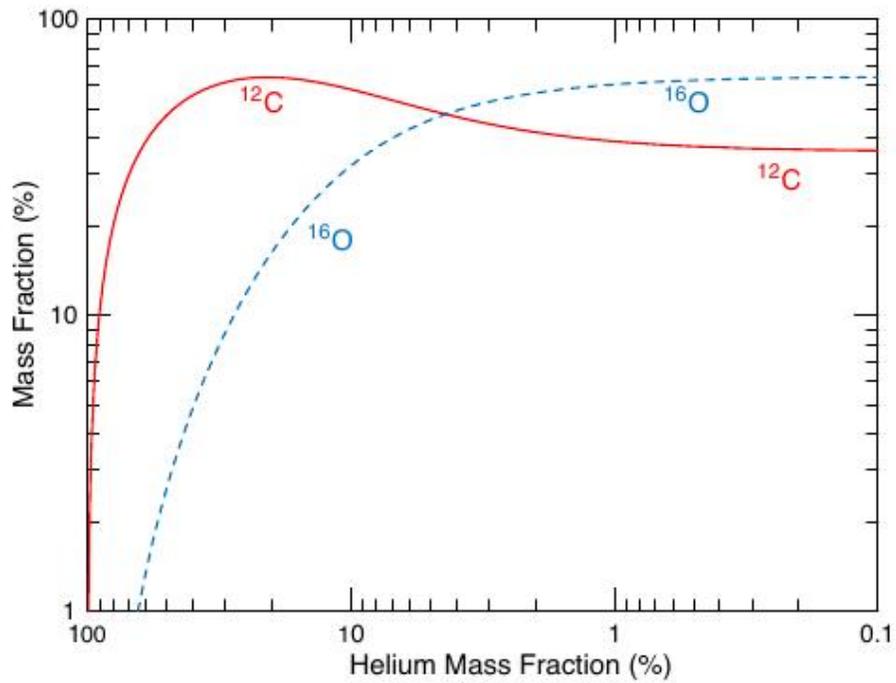
Como consecuencia, la probabilidad de que un núcleo de carbono sea producido antes que  $^8\text{Be}$  decaiga aumenta. La estimación de las secciones eficaces nucleares para ambas reacciones es complicada debido a la presencia de varias resonancias nucleares. Sin embargo la tasa de esta reacción está relativamente bien determinada para la región de temperaturas de interés, con una incerteza del 10% (Fynbo et al., 2005).

#### 3.1.2. Reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ .

Una vez que la captura  $3\alpha$  ha producido suficiente  $^{12}\text{C}$  en el interior de la estrella, la probabilidad de una interacción entre una partícula de carbono y un núcleo de helio aumenta, por lo que eventualmente la reacción nuclear  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  comienza a operar. En decir, se espera un enriquecimiento en oxígeno en el núcleo de la estrella a expensas del helio disponible. En la

---

<sup>1</sup>Temperatura en miles de millones grados Kelvin.



**Figura 3.1.** Abundancias centrales de  $^{12}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}$  (eje-Y) durante el transcurso de la etapa de quema central de helio (eje-X), desde el inicio (100 % de helio en su interior) hasta alcanzar un 0.1 % de helio en su núcleo. Imagen tomada de (deBoer et al., 2017)

### 3. Incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras de las enanas blancas

figura 3.1 mostramos un gráfico de la evolución típica de las abundancias centrales de  $^{16}\text{O}$  y  $^{12}\text{C}$  en función del porcentaje de helio disponible en el núcleo (es decir, en el sentido de la evolución temporal de la estrella). Allí se puede observar que a partir que la abundancia de  $^{12}\text{C}$  se eleva en valores mayores a 60 %, la tasa de reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  comienza a ser operativa dando lugar a la aparición de  $^{16}\text{O}$ .

La reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  es una de las reacciones termonucleares más importantes de la astrofísica. Para estrellas que logran quemar helio en su interior, el cociente entre la tasa de esta reacción y la tasa para la reacción  $3\alpha$  determina directamente la relación entre las abundancias C/O a finales de la quema de helio siendo, en el contexto de las enanas blancas, un factor decisivo en la determinación de sus edades. Por otra parte, esta reacción nuclear tiene un fuerte impacto en la producción de elementos más pesados sintetizados en etapas posteriores y en la proporción de abundancia carbono/oxígeno en el material expulsado por estrellas masivas. En efecto, las cantidades relativas de carbono y oxígeno al final de la fase de quema de helio establecen las condiciones iniciales para la próxima fase en las estrellas masivas que es la quema de metales más pesados, donde los elementos hasta el hierro son sintetizados. La cadena de procesos que esto involucra es muy sensible a la tasa de captura de  $\alpha + ^{12}\text{C}$ , por lo que las abundancias e incluso la evolución final de las estrellas masivas que explotan como supernovas, dependen críticamente de su determinación. Más aún, cuando la abundancia de helio durante la etapa de quema central se reduce lo suficiente, ésta reacción comienza a equipararse en términos energéticos a la reacción  $3\alpha$ . De esta forma, la tasa de la reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  es una cantidad determinante en el tiempo que la estrella invierte en esta fase. Recientemente Fields et al. (2016) encontraron, a partir de un estudio exhaustivo mediante métodos Monte Carlo de las incertezas en varias tasas de reacción operativas durante la quema de H y He, que las incertezas en las reacciones  $^{12}\text{C} + \alpha$  y  $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$  eran las principales fuentes de errores sobre parámetros estelares tales como la masa, edad y abundancias centrales de carbono oxígeno. Por otro lado, Salaris et al. (2010) estudiaron las diferencias encontradas en los tiempos de enfriamiento debido a incertezas en diferentes procesos de la evolución de los progenitores de enanas blancas, encontrando que los cambios asociados a la reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  podrían alcanzar un 7 %.

En un contexto general, la tasa de reacción  $\langle \sigma v \rangle$  se obtiene pesando la sección eficaz con la distribución de velocidad de las partículas involucradas que, en el caso de un gas estelar no degenerado en equilibrio termodinámico, está descrito por la distribución de Maxwell-Boltzmann. La expresión para la tasa de reacción se escribe de la forma:

$$N_A \langle \sigma v \rangle = N_A \left( \frac{8}{\pi \mu} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(k_b T)^{3/2}} \int_0^\infty E \sigma(E) \exp\left(\frac{-E}{k_b T}\right) dE, \quad (3.1)$$

donde  $N_A$  es el número de Avogadro, penetrabilidad,  $E = \mu v^2/2$  es la energía del centro de masas siendo  $v$  la velocidad relativa entre las partículas proyectil y blanco,  $\mu$  es la masa reducida de las partículas,  $k_b$  la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura del gas.

Cuando se trabaja con reacciones inducidas por partículas cargadas a energías muy bajas, debajo de la barrera Coulombiana, es más conveniente introducir el factor astrofísico  $S(E)$ , el cual se define históricamente cómo:

$$S(E) = E \sigma(E) \exp(2\pi\eta), \quad (3.2)$$

donde  $\eta = Z_A Z_a e^2 / (\hbar v)$  es el parámetro de Sommerfeld, siendo  $Z_A Z_a e^2$  el producto de las cargas nucleares de  $A$  (blanco) y  $a$  (proyectil) y  $\sigma(E)$  es la sección eficaz. El factor exponencial

$\exp(2\pi\eta)$  está relacionado con la influencia de la barrera Coulombiana. La determinación de la sección eficaz depende, entonces, de la determinación del factor-S. La función  $S(E)$  retiene toda la información nuclear, describe las componentes de las barreras nuclear y centrífuga del mecanismo de reacción. Además, el factor-S exhibe un comportamiento menos dependiente de la energía, para bajas energías, que la propia sección eficaz facilitando su extrapolación.

En la práctica, esta tasa se expresa comúnmente en unidades de  $\text{cm}^3\text{mol}^{-1}\text{s}^{-1}$  de forma tal que:

$$N_A\langle\sigma v\rangle = 3,73 \times 10^{10} \mu^{-1/2} T_9^{-3/2} \int_0^\infty E\sigma(E)\exp[-11,605E/T_9]dE \quad (3.3)$$

siendo  $T_9$  la temperatura en miles de millones de grados Kelvin. La energía en la cual el integrando de la ecuación (3.1) se hace máximo ocurre cuando el factor-S es constante o casi, lo que conduce al llamado pico de Gamow:

$$E_0 = (\mu/2)^{1/3}(\pi e^2 Z_A Z_a k_B T / \hbar)^{2/3} \quad (3.4)$$

Experimentos recientes han confirmado que la tasa de reacción del proceso  $3\alpha$  es conocida con una precisión del 10 % para temperaturas del orden de  $10^8$  K. Una precisión similar se necesita para la tasa de reacción de  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  para proveer una descripción adecuada de la etapa de quema central de helio.

La dificultad en la medición del factor-S para la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  resulta del valor extremadamente bajo de la sección eficaz  $\sigma(E_0)$ , la cual tiene un valor de aproximadamente  $10^{-17}$  barn para energías del centro de masa de 300 KeV (que corresponde a temperaturas del orden de  $2 \times 10^8$  K, donde ocurre la quema del helio). Este valor es inaccesible para medir directamente con las técnicas actuales. Los valores observados del factor-S han sido medidos hasta energías de alrededor de  $E_0 > 0.9$  MeV, por lo que necesita ser extrapolado para las energías involucradas en la quema de helio (0.3 MeV).

El mecanismo de reacción de  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  y, por lo tanto, su sección eficaz o factor-S está caracterizado por fuertes contribuciones resonantes (de modo que el ancho de resonancia es pequeño en comparación con la energía de resonancia y los efectos de interferencia pueden despreciarse) y no-resonantes (por ejemplo captura directa) más los efectos de interferencia entre ambas componentes, lo que complica fuertemente su determinación. La intensidad de cada una de estas componentes está directamente asociada a la estructura del núcleo de  $^{16}\text{O}$  (deBoer et al., 2017).

En la figura 3.2 mostramos, esquemáticamente, los niveles de energía del núcleo de  $^{16}\text{O}$  (panel izquierdo) en conjunto con la determinación del factor-S, donde las líneas sólidas rojas representan los resultados de ajustes teóricos. Este núcleo tiene cuatro estados excitados ligados a energías  $E_x = 6.05$  ( $J^\pi = 0^+$ ),  $6.13$  ( $3^-$ ),  $6.92$  ( $2^+$ ) y  $7.12$  ( $1^-$ ) MeV.

La sección eficaz de la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  ( $Q = 7,162$  MeV), en las cercanías del pico de Gamow, está dominada por transiciones del estado fundamental a través de cuatro procesos diferentes: dos amplitudes  $E1$  debido a la contribución de la cola de la resonancia  $1^-$  a  $E_{cm} = 2,42$  MeV ( $E_x = 9,585$  MeV) que se extiende a bajas energías, más una resonancia subumbral a  $E = -45$  keV ( $E_x = 7,11685$  MeV) y la amplitud  $E2$  debido a la resonancia subumbral  $2^+$  a  $E = -245$  keV ( $E_x = 6,9171$  MeV) y la captura directa al estado fundamental del  $^{16}\text{O}$  (más términos debido

---

<sup>2</sup>  $J^\pi$  es el spin asociado al estado.

a interferencias). Además, se deben tener en cuenta las transiciones de cascada, mayormente debido a la captura directa  $E2$  a los estados 6.05 MeV  $0^+$  y 6.92 MeV  $2^+$ .

Existen grandes inconsistencias entre los valores de los factor-S para la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  compilados de varios experimentos. Los errores citados para estos valores no cubren las discrepancias entre los factor-S o las tasas de reacción para los distintos trabajos. En la figura 3.3 mostramos una compilación de diferentes determinaciones para el valor del factor-S de diferentes autores y diferentes métodos, donde puede observarse un amplio rango de variación. La tabla fué obtenida del trabajo de deBoer et al. (2017). Las razones para estas variaciones e incertezas son varias: insuficiente precisión en el experimento, evidencia pobre en los datos o interpretación inadecuada y subestimación de los errores. Además existen grandes errores estadísticos y sistemáticos que afectan los datos de las capturas de baja energía y también a las débiles restricciones experimentales de las resonancias de fondo (Schürmann et al., 2005).

#### 3.1.3. Tasa de reacción utilizada en esta Tesis

Una expresión analítica para las tasas de reacciones nucleares con una parametrización apropiada es necesaria para el cálculo de modelos estelares. Para las secuencias calculadas en este trabajo de tesis, y con la idea de poder cuantificar el impacto de la incerteza en la tasa de reacción de  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ , hemos considerado tres tasas de reacción para poder estimar el rango de variación de esta tasa. En este sentido, adoptamos la tasa de reacción provista en el trabajo de Angulo et al. (1999) (NACRE) como una reacción estándar<sup>3</sup> y dos tasas como valores límites inferior y superior obtenidas en el trabajo de Kunz et al. (2002).

A partir de las parametrizaciones brindadas por los diferentes autores, se actualizaron las expresiones correspondientes en el código evolutivo implementado para el cálculo de las secuencias evolutivas y modelos estelares. A continuación detallamos las distintas expresiones para la tasa de reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  que fueron brindadas en cada uno de los trabajos considerados.

La parametrización obtenida por Angulo et al. (1999) tiene en cuenta la contribución de tres términos explícitos:

$$N_A \langle \sigma v \rangle_{gs} = N_A \langle \sigma v \rangle_{E1} + N_A \langle \sigma v \rangle_{E2} + N_A \langle \sigma v \rangle_{res}, \quad (3.5)$$

donde

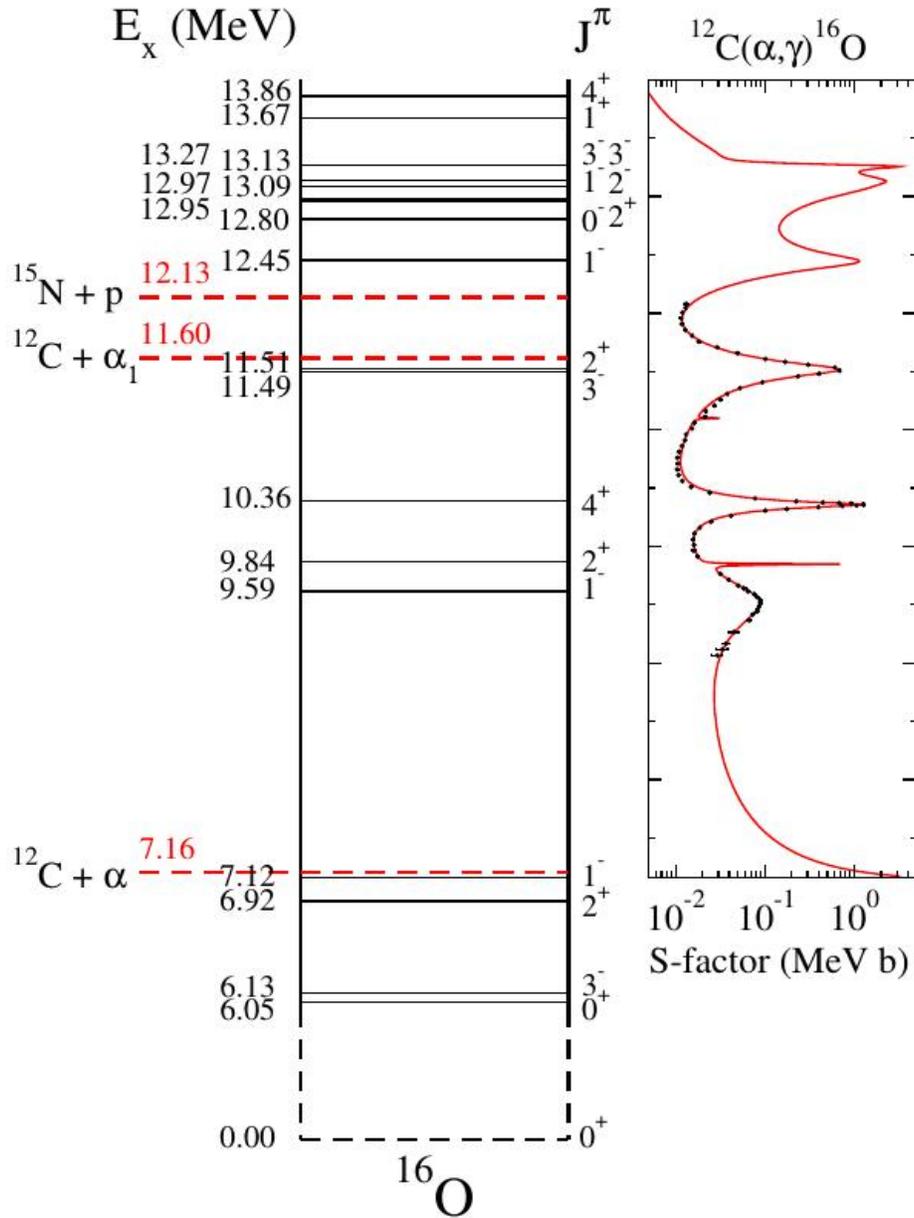
$$\begin{aligned} N_A \langle \sigma v \rangle_{E1} &= 6,66 \times 10^7 T_9^{-2} \exp(-32,123 T_9^{-1/3} - (T_9/4,6)^2) \times \\ &\quad \times (1 + 2,54 T_9 + 1,04 T_9^2 - 0,226 T_9^3) + \\ &\quad + 1,39 \times 10^3 T_9^{(-3/2)} \exp(-28,930/T_9), \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} N_A \langle \sigma v \rangle_{E2} &= 6,56 \times 10^7 T_9^{-2} \exp(-32,123 T_9^{-1/3} - (T_9/1,3)^2) \times \\ &\quad (1 + 9,23 T_9 - 13,7 T_9^2 + 7,4 T_9^3), \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$N_A \langle \sigma v \rangle_{res} = 19,2 T_9^2 \exp(-26,9/T_9). \quad (3.8)$$

---

<sup>3</sup>Esta tasa de reacción es en general adoptada por los diferentes grupos de investigación cómo el valor estándar para el cálculo de modelos de evolución estelar.



**Figura 3.2.** Esquema de la captura radiativa para  $^{12}\text{C} + \alpha$ . Se muestran las energías para las temperaturas de quema de helio, el spin y la paridad  $J^\pi$  de alguno de los estados y una determinación del factor-S. Figura adaptada del trabajo de deBoer et al. (2017).

### 3. Incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras de las enanas blancas

TABLE IV Extrapolations of the  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$   $S$ -factor to  $E_{\text{c.m.}} = 300$  keV categorized by either cluster model calculations are phenomenological fits. The abbreviations used below are for the generalized coordinate method (GCM) and potential model (PM) for the theoretical works and Breit-Wigner (BW),  $R$ -matrix ( $R$ ), and  $K$ -matrix ( $K$ ) for the phenomenological calculations. Hybrid  $R$ -matrix (HR) models have also been used in an effort to connect the phenomenological calculations more closely to more fundamental theory.

Ref.	$S(300 \text{ keV})$ keV b			Total	Model
	$E1$	$E2$	Cascades		
<b>Cluster Models</b>					
Descouvemont <i>et al.</i> (1984)	300	90			GCM
Langanke and Koonin (1985)	160-280	70	<10 <sup>c</sup>	230-350	HR&PM
Funck <i>et al.</i> (1985)		100			PM
Redder <i>et al.</i> (1987)	$140^{+120}_{-80}$	$80 \pm 25$	$7 \pm 3^c$ $1.3^{+0.5d}_{-1.0}$		$R$ &PM
Descouvemont and Baye (1987)	160	70			GCM
Ouellet <i>et al.</i> (1992)	$1^{+6}_{-1}$	$40 \pm 7$			$R$ &PM
Descouvemont (1993)		90			GCM
Ouellet <i>et al.</i> (1996)	$79 \pm 16$	$36 \pm 6$		$120 \pm 40$	$R, K, PM$
Dufour and Descouvemont (2008)		$42 \pm 2$			GCM
Katsuma (2012)	$\approx 3$	$150^{+41}_{-17}$	$18.0 \pm 4.5^e$	$171^{+46}_{-22}$	PM
Xu <i>et al.</i> (2013) (NACRE2)	$80 \pm 18$	$61 \pm 19$	$6.5^{+4.7e}_{-2.2}$	$148 \pm 27$	PM
<b>Phenomenological Fits</b>					
Burbidge <i>et al.</i> (1957)	340			340	BW
Barker (1971)	50-330			50-330	$R$
Koonin <i>et al.</i> (1974)	$80^{+50}_{-40}$			$80^{+50}_{-40}$	HR
Dyer and Barnes (1974)	$140^{+140}_{-40}$			$140^{+140}_{-40}$	$R$ &HR
Weisser <i>et al.</i> (1974)	170			170	$R$
Humblet <i>et al.</i> (1976)	$80^{+140}_{-70}$			$80^{+140}_{-70}$	$K$
Kettner <i>et al.</i> (1982)	250	180	$12(2)^{c,d}$	$420^{+160}_{-120}$	BW
Langanke and Koonin (1983)	150 or 340	<4% of $E1$		150 or 340	HR
Barker (1987)	$150^{+140}_{-60}$	$30^{+50}_{-30}$			$R$
Kremer <i>et al.</i> (1988)	0-140				$R$ &HR
Filippone <i>et al.</i> (1989)	0-170	5-28		0-170	$K$
Barker and Kajino (1991)	$150^{+170}_{-70}$ or $260^{+140}_{-160}$	$120^{+60}_{-70}$	$10^c$ $1-2^d$	$280^{+230}_{-140}$ or $390^{+200}_{-230}$	$R$
Humblet <i>et al.</i> (1991)	$43^{+20}_{-16}$	$7^{+24}_{-5}$		$50^{+30}_{-20}$	$K$
Humblet <i>et al.</i> (1993)	$45^{+5}_{-6}$				$K$
Azuma <i>et al.</i> (1994)	$79 \pm 21$ or $82 \pm 26$				$R$ & $K$
Buchmann <i>et al.</i> (1996)	$79 \pm 21$	$70 \pm 70$	$16 \pm 16^{a,c,d}$	$165 \pm 75$	$R$ & $K$
Hale (1997)	20				$R$
Trautvetter <i>et al.</i> (1997)	79	14.5			BW
Brune <i>et al.</i> (1999)	$101 \pm 17$	$42^{+16}_{-23}$			$R$
Roters <i>et al.</i> (1999)	$79 \pm 21$				$R$
Angulo and Descouvemont (2000)		190-220			$R$
Gialanella <i>et al.</i> (2001)	$82 \pm 16$ or $2.4 \pm 1.0$				$R$
Kunz <i>et al.</i> (2001)	$76 \pm 20$	$85 \pm 30$	$4 \pm 4^e$	$165 \pm 50$	$R$
Tischhauser <i>et al.</i> (2002)		$53^{+13}_{-18}$			$R$
Hammer <i>et al.</i> (2005b)	$77 \pm 17$	$81 \pm 22$		$162 \pm 39$	$R$
Buchmann and Barnes (2006)			$5^{+7}_{-4.5}$ <sup>a</sup> $7^{+13c}_{-4}$		$R$
Matei <i>et al.</i> (2006)			$25^{+16a}_{-15}$		$R$
Matei <i>et al.</i> (2008)			$7.1 \pm 1.6^c$		$R$
Tang <i>et al.</i> (2010)	$86 \pm 22$				$R$
Schürmann <i>et al.</i> (2011)			<1 <sup>a</sup>		$R$
Schürmann <i>et al.</i> (2012)	83.4	73.4	$4.4^e$	$161 \pm 19$ <sub>(stat)</sub> <sup>+8</sup> <sub>-2</sub> <sub>(syst)</sub>	$R$
Oulebsir <i>et al.</i> (2012)	$100 \pm 28$	$50 \pm 19$		$175^{+63}_{-62}$	$R$
Sayre <i>et al.</i> (2012)		$62^{+9}_{-6}$			$R$
Avila <i>et al.</i> (2015)			$1.96 \pm 0.30$ or $4.36 \pm 0.45^a$		$R$
An <i>et al.</i> (2015)	$98.0 \pm 7.0$	$56 \pm 4.1$	$0.12 \pm 0.04$ or $1.44 \pm 0.12^b$		$R$
this work	86.3	45.3	$8.7 \pm 1.8^e$	$162.7 \pm 7.3$	$R$
			$7^c$	$140 \pm 21$ <sub>(MC)</sub> <sup>+18</sup> <sub>-11</sub> <sub>(model)</sub>	$R$

<sup>a</sup> 6.05 MeV transition

<sup>b</sup> 6.13 MeV transition

<sup>c</sup> 6.92 MeV transition

<sup>d</sup> 7.12 MeV transition

<sup>e</sup> sum of all cascade transitions

**Figura 3.3.** Compilación de valores del factor-S provenientes de diferentes autores (deBoer et al., 2017).

Coficiente	Superior	Inferior
$b_0$	27.92	23.27
$b_1$	$3.0 \times 10^{-2}$	$-2.9 \times 10^{-2}$
$b_2$	-33.28	-30.9
$b_3$	-8.78	-6.538
$b_4$	2.562	1.946
$b_5$	-0.254	-0.188
$b_6$	-0.795	-0.13

**Tabla 3.1.** Tabla de coeficientes para la expresión analítica de las tasas de reacción superior e inferior determinadas en el trabajo de Kunz et al. (2002).

Mientras que la expresión funcional de la tasas de reacción presentado en el trabajo de Kunz et al. (2002):

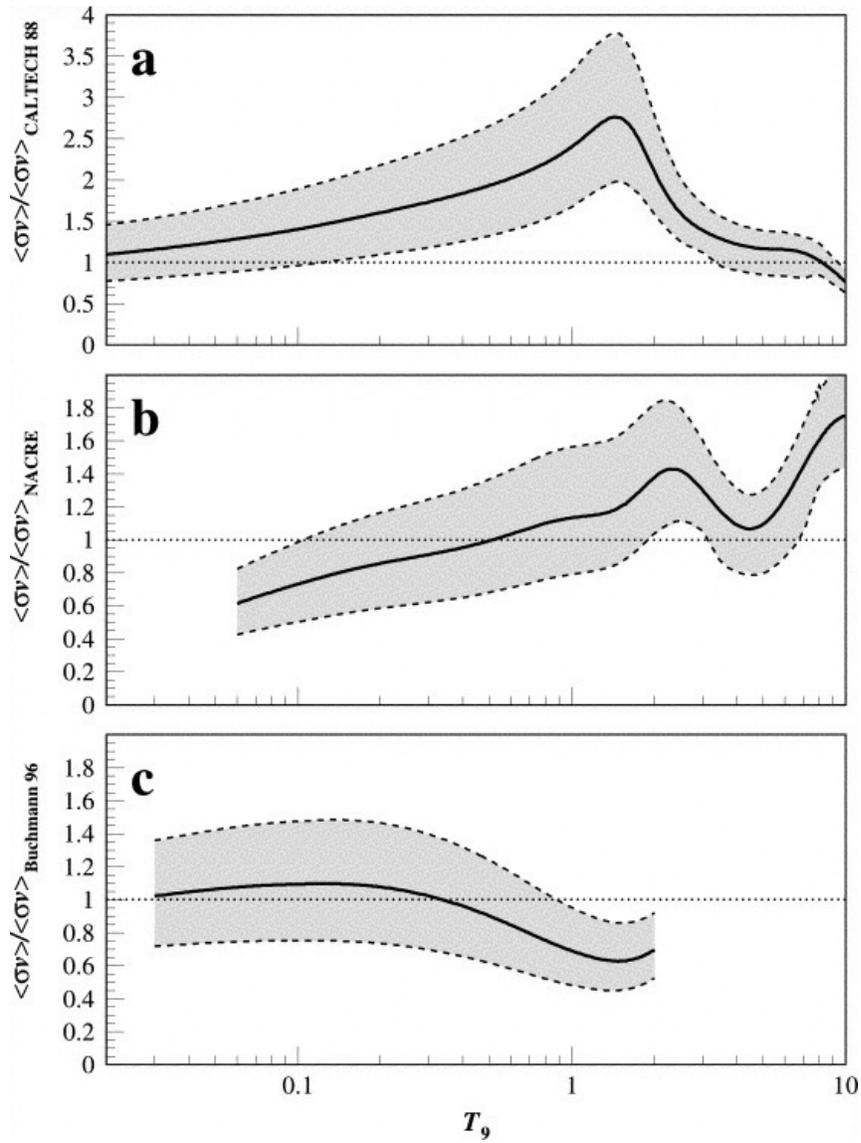
$$N_A \langle \sigma v \rangle = \exp(b_0 + b_1 \times 10^{-2} T_9^{-1} + b_2 T_9^{-1/3} + b_3 T_9^{1/3} + b_4 T_9 + b_5 T_9^{5/3} + b_6 \ln(T_9)), \quad (3.9)$$

donde los valores de los coeficientes  $b_i$  son presentados en la tabla 3.1 y tienen en cuenta el error en la propia determinación de la tasa de reacción. Tales tasas extremas fueron obtenidas mediante el análisis del error a través de un método tipo Monte Carlo, a partir de la distribución de la tasa dentro de un intervalo de  $1\sigma$ . Una de las metas principales de este trabajo de tesis es cuantificar el rango de variación de la estructura química interna esperada en estrellas enanas blancas debido a las incertezas en la tasa de reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ , y su impacto sobre las propiedades pulsacionales de las estrellas enanas blancas.

En la figura 3.4 mostramos la comparación (cociente) entre los valores para la tasa de reacción provista por diferentes autores. En línea llena de trazo continuo se grafica el cociente entre la tasa recomendada por Kunz et al. (2002) con la recomendada por Caughlan and Fowler (1988) (CALTECH, panel (a)), Angulo et al. (1999) (NACRE, panel (b)) y Buchmann (1996) (Buchmann 96, panel (c)). En línea de trazo discontinuo se grafica el cociente teniendo en cuenta los valores inferior ( $K_l$ ) y superior ( $K_h$ ). Nótese que los cocientes muestran diferentes dependencias con la temperatura y que, de nuestro interés, para temperaturas de la quema de helio en estrellas de masa intermedia,  $T \sim 0.1-0.2 T_9$  los respectivos cocientes son  $\langle \sigma_{Kl} \rangle / \langle \sigma_{Nacre} \rangle \sim 0.55$  y  $\langle \sigma_{Kh} \rangle / \langle \sigma_{Nacre} \rangle \sim 1.1$ .

## 3.2. Procesos de mezcla

Durante la etapa de quema central de helio, la eficiencia de los procesos físicos que ocurren dentro del núcleo convectivo determina tanto el tiempo que la estrella invierte en esta fase como así también la estructura química resultante. En este contexto, el tratamiento de las regiones adyacentes a las zonas estelares convectivas constituye un aspecto clave y ha sido un problema de gran interés astrofísico en las últimas décadas debido a que los flujos convectivos son procesos muy eficientes de transporte y mezcla de materia. Estos procesos proveen de material fresco para



**Figura 3.4.** Comparación (cociente) entre los valores de las tasas de reacción provistos por diferentes autores para temperaturas  $T_9 \leq 10$ . Las líneas llenas reflejan el cociente respecto a el valor estándar y las líneas punteadas respecto a los valores superior e inferior provistos en el trabajo de Kunz et al. (2002). El cociente se hace respecto a los valores proporcionados por los trabajos de Caughlan and Fowler (1988, CALTECH 88), Angulo et al. (1999, NACRE) y Buchmann (1996, Buchmann96).

ser quemado, suavizan los gradientes químicos y transportan material desde el interior de la estrella hacia la superficie.

La teoría estándar del modelado de la convección usada en los cálculos evolutivos teóricos es la Teoría de Longitud de Mezcla (MLT) originalmente propuesta por Böhm-Vitense (1958). En esta teoría, el transporte de energía y materia es producido por movimiento de burbujas de material dentro de las zonas convectivas que están definidas por el criterio de Schwarzschild:

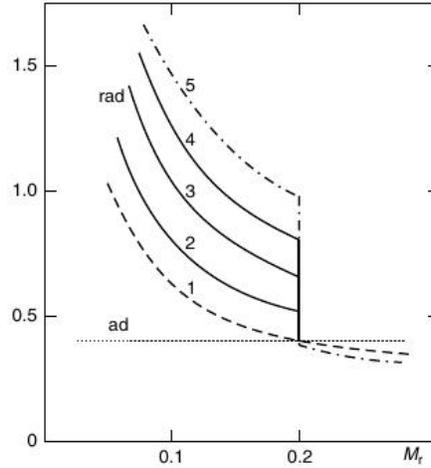
$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad} \quad (3.10)$$

Estas burbujas son aceleradas por la fuerza de flotación y, luego de recorrer una cierta distancia llamada longitud de mezcla, se disuelven liberando un exceso de energía interna. La longitud de mezcla es un parámetro libre de la teoría que es calibrado ajustando el radio solar a los modelos teóricos. A pesar de su simplicidad para describir un proceso tan complicado, esta teoría captura lo esencial del transporte convectivo estelar y ha permitido entender las principales características de la evolución de las estrellas. Sin embargo, debido a su formulación puramente local, la MLT no permite cuantificar la posible mezcla que se espera que ocurra más allá del borde convectivo definido por el criterio de Schwarzschild. Las burbujas de material se detienen abruptamente en el borde del núcleo convectivo de Schwarzschild (que es un criterio que compara fuerzas y no velocidades), produciendo una transición abrupta entre las regiones de mezcla y regiones estáticas.

En la actualidad, todavía no está claro realmente cual es el mecanismo físico bajo el cual las burbujas reducirían su velocidad hasta detenerse por completo. En la realidad, uno esperaría que la burbuja atravesase desde la zona de convección, el borde de Schwarzschild con una cierta cantidad de momento, y se “exceda” una cierta longitud finalizando su trayecto en las regiones estables. Este proceso físico es usualmente llamado “overshooting” (OV). Las dificultades de los cálculos teóricos de evolución estelar para reproducir las observaciones llevan a la conclusión de que debe ocurrir algo de mezcla fuera de los bordes convectivos (D’Antona and Mazzitelli, 1996; Hollowell and Iben, 1988; Wood, 1997).

El problema en el desarrollo de una teoría de convección que tenga en cuenta el proceso de overshooting se basa en que es imposible observar fenomenológicamente este suceso, mientras que la convección que podemos observar en la atmósfera terrestre o en un laboratorio tiene por lo menos una frontera que ejerce fuerzas de fricción, lo cual no sucede en el caso de estrellas. Por otro lado, es extremadamente difícil desarrollar una teoría de convección a partir de las ecuaciones básicas sin usar suposiciones adicionales e introducir parámetros libres. Una gran cantidad de formalismos han sido propuestos para explicar esta clase de overshooting (ver por ejemplo Kupka and Muthsam, 2017). Las suposiciones y elección del parámetro libre determina la cantidad de overshooting, el cual puede variar en un amplio rango dependiendo de cada autor (Renzini, 1987).

En el caso particular del núcleo convectivo durante la quema central de helio, el tratamiento de los bordes convectivos es dificultoso, lo cual introduce incertezas en la estratificación final de carbono -oxígeno. En efecto, la conversión de helio en carbono aumenta fuertemente la opacidad libre-libre, donde  $\kappa_{ff} \propto X_i Z_i^2$  (siendo  $X_i$  y  $Z_i$  la abundancia por masa y carga atómica respectivamente, para el elemento  $i$ ). Debido a este incremento en la opacidad, durante la transformación de helio en carbono, el efecto de la evolución química sobre el gradiente radiativo  $\nabla_{rad}$  sobrepasa a aquellos debido a otras cantidades físicas en el interior del núcleo convectivo. Este efecto resulta en un incremento monótono del valor de  $\nabla_{rad}$  en toda la región convectiva, lo que previene que el núcleo convectivo decrezca. Debido a que las escalas de tiempo de la convección son menores

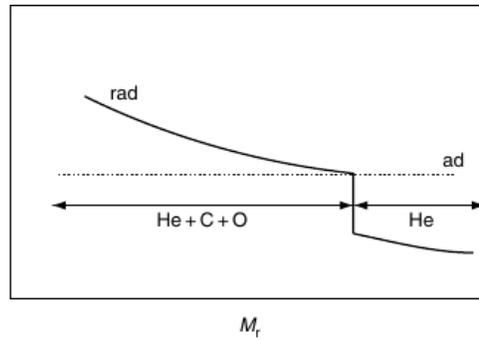


**Figura 3.5.** Comportamiento cualitativo del gradiente radiativo de temperatura en el borde convectivo durante la etapa de quema central de helio. Los números indican una secuencia temporal que aumenta de 1 a 5. Figura tomada del libro de Salaris and Cassisi (2005).

que los de la quema nuclear, la mezcla ocurre antes que las abundancias químicas sean modificadas por reacciones nucleares. La determinación de la ubicación del borde convectivo en esta etapa resulta crucial para lo que será la estratificación química del núcleo de la enana blanca emergente. Esta problemática en la determinación de la región convectiva está esquematizada en las figuras 3.5, 3.6 y 3.7, las cuales muestran el comportamiento del gradiente radiativo para distintas situaciones. La figura 3.5 muestra como crece temporalmente el gradiente radiativo en el interior del núcleo convectivo (debido a al incremento en la opacidad producido por la producción de carbono) cuando se inhibe el overshooting. Esta situación representa un panorama extremo, debido a que siempre se espera que haya, aunque sea una pequeña cantidad de overshooting.

La mezcla de una capa radiativa adyacente al núcleo convectivo mediante la inclusión de overshooting, produce un aumento local de la opacidad y la consecuente inestabilidad convectiva. Este fenómeno daría lugar a una especie de mecanismo auto-impulsado para la extensión del núcleo convectivo. En el borde de este núcleo convectivo ampliado, el gradiente radiativo iguala al adiabático, figura 3.6.

A medida que el borde convectivo se ubica progresivamente hacia capas más externas, dentro de una región rica en helio, el valor del gradiente radiativo alcanza un valor mínimo (ver perfil 3 de la figura 3.7). Este mínimo depende de forma muy compleja de la opacidad, presión, temperatura y luminosidad local. Simulaciones numéricas muestran que las capas radiativas que lo rodean son tragadas por el núcleo convectivo, produciendo una disminución del valor de  $\nabla_{rad}$  (ver perfil 4 de la figura 3.7) hasta alcanzar el valor del gradiente adiabático (ver perfil 5 de la figura 3.7). Uno de los problemas actuales en el cálculo de los modelos durante la quema central de helio, reside en el tratamiento de la zona entre el mínimo de  $\nabla_{rad}$  y el borde de la zona radiativa. Existe un desacoplamiento entre la zona del núcleo convectivo, y la capa convectiva adyacente al mínimo del  $\nabla_{rad}$  e interior a la capa radiativa, lo que da lugar a una región de mezcla parcial llamada región “semiconvectiva” perfil 6 de la figura 3.7 en donde  $\nabla_{rad} = \nabla_{ad}$ .



**Figura 3.6.** Comportamiento cualitativo del gradiente radiativo de temperatura en el borde convectivo durante la etapa de quema central de helio en el caso en que se permite overshooting. Figura adaptada del libro de Salaris and Cassisi (2005)

Esta región semiconvectiva auto inducida, se va situando cada vez más hacia capas externas debido a la evolución de las abundancias químicas causadas por la quema nuclear. Aquellos modelos que tienen en cuenta este proceso de mezcla parcial se caracterizan por tener tiempos de vidas más largos durante la etapa de quema central de helio y núcleos de carbono-oxígeno más grandes al final de la quema central de He.

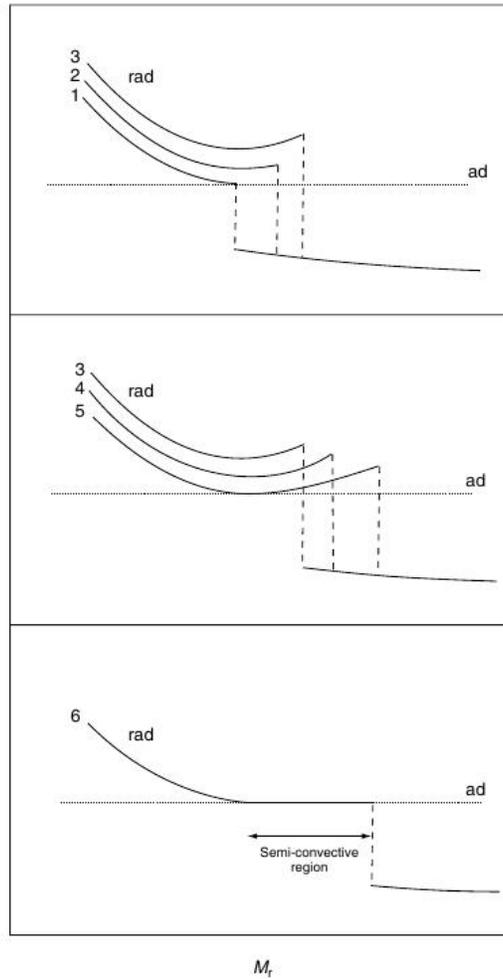
Hacia finales de la quema central de He, cuando la abundancia central de helio cae por debajo de  $\sim 0.1$ , la producción de  $^{16}\text{O}$  supera la producción de  $^{12}\text{C}$  aumentando fuertemente la opacidad, lo que tiende a generar un incremento del tamaño de la región semiconvectiva y la consecuente ingestión de helio fresco hacia el núcleo. Este enriquecimiento temporal de helio produce un incremento en la liberación de energía, aumentando la luminosidad y a su vez el valor de  $\nabla_{rad}$ . Como resultado la zona de convección aumenta, y ocurren los episodios llamados “breathing pulses”. El valor del cociente  $R_2^4$  en una muestra de cúmulos globulares Galácticos, sugeriría que la eficiencia de estos episodios es casi despreciable. Cabe mencionar, que en gran parte, la intensidad de estos episodios que evidencian los modelos evolutivos teóricos depende del tratamiento de estabilidad convectiva y su implementación numérica.

### 3.2.1. Overshooting

El criterio puro de Schwarzschild para la determinación de las zonas convectivas dentro del interior estelar, no predice la posible extensión del borde convectivo debido a que las burbujas convectivas que provienen del interior alcanzan el borde del núcleo con una velocidad no nula y, luego de cruzar este límite, reducen su velocidad hasta detenerse por completo (*overshooting*). La mezcla inducida detrás de este borde convectivo es una de las incertezas principales en la astrofísica estelar.

En este sentido, Freytag et al. (1996) llevaron a cabo simulaciones hidrodinámicas numéricas para estudiar la estructura y dinámica de una gran variedad de zonas convectivas, revelando que debe existir una cantidad de mezcla extra detrás de los bordes convectivos. Los autores parametrizaron esta mezcla extra como un decaimiento exponencial de la velocidad de los elementos

<sup>4</sup>Cociente entre la cantidad de estrellas observadas en cúmulos en la AGB respecto de la cantidad de estrellas observadas en la HB.



**Figura 3.7.** Comportamiento del gradiente radiativo de temperatura en las cercanías del borde convectivo durante la fase de quema central de helio, donde se muestra en una secuencia temporal (que aumenta de 1 a 6) los eventos que dan lugar a la aparición de la región semi-convectiva. Figura tomada del libro de Salaris and Cassisi (2005)

convectivos detrás del borde formal, la cual puede aplicarse a los cálculos evolutivos como los realizados en esta tesis.

En este sentido, Herwig et al. (1997b) aplicaron la formulación de Freytag et al. (1996) para ajustar el parámetro libre  $f$  en este tratamiento, el cual es una medida de la eficiencia de la mezcla extra parcial, definiendo la altura de escala de la velocidad de los elementos convectivos detrás del borde de las zonas convectivas.

En la formulación implementada en el LPCODE estos procesos son incluidos como un proceso de difusión en el que el campo de velocidad decae exponencialmente siguiendo la fórmula de Freytag et al. (1996). El coeficiente de difusión adoptado más allá del borde convectivo es (Herwig et al., 1997b):

$$D_{OV} = D_0 \times \exp \left[ \frac{-2z}{fH_p} \right] \quad (3.11)$$

donde  $D_0$  es el coeficiente de difusión provista por la teoría de mezcla MLT ( $D_0 = v_{MLT} \alpha_{MLT} H_p$ ) cerca al borde convectivo,  $H_p$  es la altura de escala de presión en el borde convectivo,  $z$  es la distancia al borde convectivo formal ( $z = |r - r_{borde}|$ ), y  $f$  es un parámetro que debe ser calibrado

Aunque la cantidad de OV adoptado tanto en la etapa de quema central de hidrógeno como en otras etapas constituye una incerteza, una extensión del núcleo convectivo de  $0.2H_p$  para estrellas en la secuencia principal superior ofrece un buen acuerdo con observaciones de la secuencia principal en cúmulos abiertos y el campo galáctico (Ekström et al., 2012; Herwig et al., 1997b; Pietrinferni et al., 2004; Weiss and Ferguson, 2009). Un valor de  $f \sim 0.016$  en los bordes de los núcleos convectivos estaría de acuerdo con estos resultados, aunque el valor del parámetro  $f$  podría no ser el mismo para cada uno de los bordes de las zonas convectivas desarrolladas en el interior de la estrella. Sin embargo, cabe mencionar que este valor “estándar” del parámetro  $f$  predice abundancias de oxígeno en la región entre capas de estrellas de la TP-AGB y abundancias en estrellas post-AGB deficientes en hidrógeno similares a las observadas en estrellas tipo PG1159 (Althaus et al., 2005b; Herwig et al., 1999). Es por esto que en las secuencias evolutivas calculadas en esta tesis, hemos adoptado el valor  $f = 0.016$  en todas las zonas convectivas durante la quema central de hidrógeno.

De nuestro particular interés es la mezcla en el borde convectivo en estrellas durante la quema central de helio. Es importante notar que esta mezcla es significativamente menos comprendida. Existen algunas determinaciones a partir de consideraciones físicas, como en el trabajo de Castellani et al. (1985) así como también inferencias asterosísmicas (Charpinet et al., 2013; Constantino et al., 2015) que estarían de acuerdo con la existencia de mezcla convectiva más allá de los bordes del núcleo. Recientemente Spruit (2015) propuso un límite para la tasa de crecimiento de los núcleos convectivos durante la quema central de helio, basado en la mayor flotación del material ingerido desde fuera del núcleo convectivo, que luego Constantino et al. (2017) utilizaron para testear las implicaciones de tales suposiciones sobre los modelos estelares. Estos autores encontraron que la formulación de Spruit (2015) reduce la vida durante la quema central de helio, debido a que los “breathing pulses” son o bien evitados, o su número y eficiencia son reducidos. De esta forma encontraron mejor acuerdo entre el cociente  $R_2$  y también con el espaciamiento de períodos de modos mixtos detectados en estrellas del “red clump” en el campo de la misión Kepler. Aún así el valor del parámetro  $f$ , es decir la extensión del núcleo convectivo, durante la quema central de helio no está del todo restringida. En este sentido, y a falta de mejores determinaciones, hemos adoptado un parámetro  $f = 0.016$  para las zonas convectivas

durante la quema central de helio, excepto que se indique lo contrario.

Por otro lado, en acuerdo a los resultados de los trabajos mencionados, hemos suprimido los crecimientos abruptos del núcleo convectivo, *breathing pulses*, en todos nuestros cálculos evolutivos. Para poder medir el impacto de la ocurrencia de overshooting durante la quema central de helio sobre la estructura química y pulsacionales resultantes de la futura enana blanca, hemos considerado una situación extrema en donde se calcularon secuencias evolutivas adicionales con overshooting inhibido.

### 3.3. Incertezas durante la evolución en la rama asintótica de las gigantes

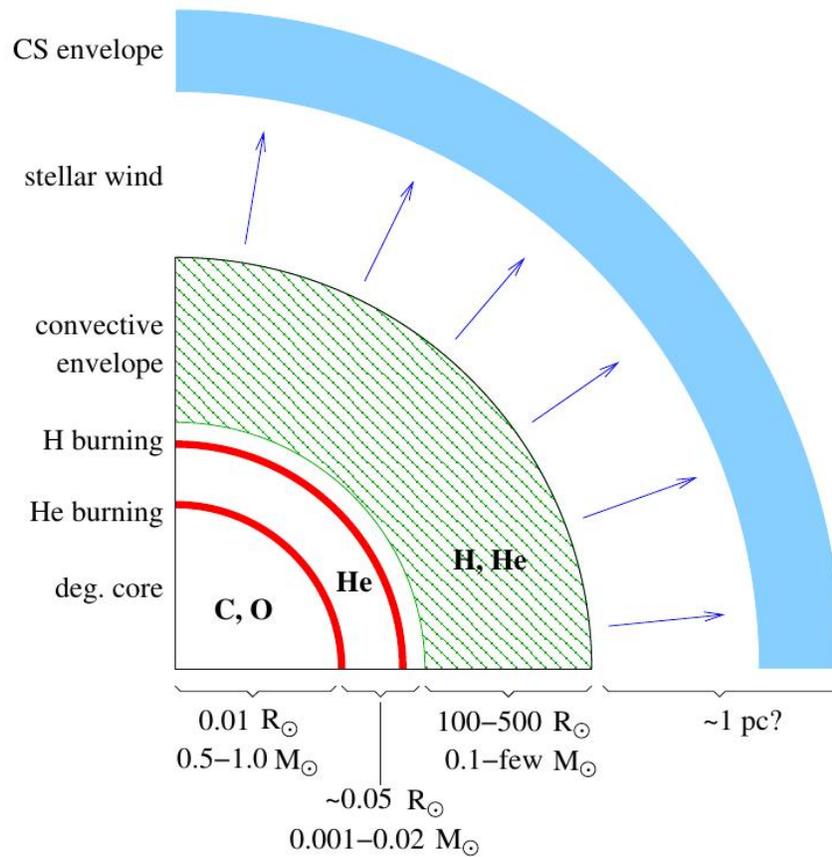
Luego de agotado el helio en el núcleo, estrellas de masa baja e intermedia experimentan su última fase de quema nuclear conocida como pulsos térmicos. Recordemos que la quema central nuclear en estrellas de masa menor a  $\sim 10M_{\odot}$  solo es posible para el H y el He, debido a que las condiciones de temperatura y presión en su interior no son lo suficientemente altas como para comenzar la quema nuclear de carbono.

En la figura 3.8 mostramos esquemáticamente el interior de una estrella de masa intermedia durante la fase AGB. Allí podemos observar una estructura compuesta de un núcleo inactivo de carbono-oxígeno, ya en estado degenerado, capas de quema nuclear, una región intershell, la envoltura convectiva y hacia el espacio exterior, la proyección de una envoltura circumestelar de densidad extremadamente baja. Durante la evolución en la AGB, la masa del núcleo de C/O aumenta gradualmente como consecuencia de las cenizas de la quema de helio en capa depositadas sobre el núcleo. En particular, este aumento de la masa del núcleo de C/O ocurre mayoritariamente durante la primera parte de la fase AGB, llamada AGB temprana.

En el caso de progenitores más masivos que  $\sim 3\text{-}5 M_{\odot}$ , la capa externa que quema hidrógeno permanece inactiva durante la etapa AGB. En estos casos, la zona convectiva exterior de la estrella penetra hasta las regiones donde se ha agotado el hidrógeno, ocurriendo un proceso de dragado de material procesado nuclearmente en etapas previas hacia la superficie, proceso conocido en la literatura como “segundo dragado”. El material dragado, que puede llegar hasta  $1 M_{\odot}$  para las estrellas más masivas de la AGB, es rico en He y  $^{14}\text{N}$ . Otra consecuencia importante del segundo dragado, en lo concerniente al futuro del progenitor, es que su ocurrencia reduce del tamaño de la región libre de hidrógeno limitando la masa de la futura enana blanca y previniendo la formación de enanas blancas muy masivas.

Mientras la estrella asciende por la AGB temprana, la capa que quema helio se desplaza gradualmente hacia las regiones externas atravesando la envoltura rica en helio. Al aproximarse a la transición química H/He, dicha capa de quemado se apaga y luego de una contracción abrupta la quema de hidrógeno en capa se reactiva, proporcionando la fuente de energía principal de la estrella y dando inicio a la fase de pulsos térmicos (TP-AGB). Luego del reinicio de la quema nuclear de H, el tamaño geométrico de la capa de quema de He se reduce impidiendo el flujo de energía y conduciendo por lo tanto a una quema nuclear inestable tipo flash, responsable de los pulsos térmicos periódicos en la capa de quema de helio. Esta etapa puede describirse de forma sintética de la siguiente manera:

- durante la mayor parte del tiempo, la quema de He en capa es una fuente menor de luminosidad,



**Figura 3.8.** Estructura esquemática de una estrella AGB. Imagen tomada del sitio <https://astro.uni-bonn.de/nlanger/>.

### 3. Incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras de las enanas blancas

---

- cuando la masa de la región que separa las capas de quema alcanza un valor crítico, el helio es encendido de forma inestable dando lugar a un “escape” termonuclear llamado flash de la capa de helio<sup>5</sup>. En este momento se alcanzan valores de  $L_{He} \sim 10^8 L_{\odot}$ . El flujo de energía induce la formación de una zona convectiva en la región intermedia, la cual transporta la química sintetizada durante la etapa de quema de helio previa ( $^{12}\text{C}$  y en menor medida  $^{16}\text{O}$ ),
- el flujo de energía, liberado durante el flash de helio, expande las capas por encima de la capa de quema de helio dando como resultado que la capa de quema de hidrógeno se apague,
- esta expansión y enfriamiento permite que haya una penetración de la zona convectiva exterior, llegando hasta la (extinta) capa de quema de hidrógeno. De esta forma los materiales presentes en esta región tales como helio y los elementos producidos durante la quema de helio ( $^{12}\text{C}$  y en menor medida  $^{16}\text{O}$ ), son llevados hacia la superficie. Este fenómeno es llamado “tercer dragado”,
- luego del tercer dragado, la quema de hidrógeno en capa se reinicia y la quema de helio en capa queda inactiva. Ahora la estrella entra en una fase de quema estable de hidrógeno en capa aumentando la masa de la región que se encuentra por debajo hasta que ocurre el próximo pulso térmico. Este período interpulso depende de la masa del núcleo y puede durar entre  $10^3$  y  $10^5$  años.

Durante los pulsos térmicos ocurren cambios químicos en la superficie como consecuencias de episodios de dragado. Dependiendo de la intensidad y frecuencia de tales episodios, el cociente de número de átomos de carbono y oxígeno en su superficie, que originalmente era  $n(\text{C})/n(\text{O}) < 1$ , puede aumentar lo suficiente y alcanzar valores tales que  $n(\text{C})/n(\text{O}) > 1$ . Este hecho da lugar a la formación de una estrella de carbono. En conjunto con estos episodios de dragado, algunas estrellas con masas mayores a  $4 M_{\odot}$  pueden experimentar el llamado “hot bottom burning” (HBB) donde la base de la envoltura convectiva penetra en la parte superior de la capa de quema de H durante la fase de interpulso. Este proceso actúa junto con el tercer dragado, produciendo nitrógeno, sodio y aluminio entre otros elementos (Karakas and Lattanzio, 2014). El evento de HBB puede también prevenir la formación de estrellas C, e incluso reducir el cociente C/O drásticamente a costas de incrementar el contenido de  $^{14}\text{N}$  en la envoltura. Esto es debido a que las reacciones que ocurren durante el HBB son ciclos CNO, los cuales queman  $^{12}\text{C}$  (y en temperaturas extremas  $^{16}\text{O}$ ) en  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$ , en donde el  $^{12}\text{C}$  es usualmente el que fue dragado a la superficie, previo al primer pulso térmico.

Como consecuencia de la ocurrencia de los pulsos térmicos también se esperan cambios en la estructura química interna de la estrella. De hecho, la estratificación química de la parte más externa del núcleo de carbono y oxígeno es creada durante la fase de pulsos térmicos y depende fuertemente de la ocurrencia de overshooting durante el flash de helio. En particular, la masa del intershell rico en He y C, que queda luego del episodio de convección durante el flash de helio, así como también la posición de la transición química núcleo-He depende tanto de la cantidad de overshooting adoptado como del número de pulsos térmicos que experimente la estrella. Específicamente, la cantidad de pulsos térmicos experimentados por las estrellas durante

---

<sup>5</sup>El mecanismo que induce este flash es completamente diferente del que ocurre para estrellas de baja masa al comienzo de la quema central de helio, el cual está inducido por la degeneración electrónica.

la AGB, depende fuertemente de la masa inicial, composición química y de la eficiencia de pérdida de masa (Karakas and Lattanzio, 2014). En particular, la tasa de pérdida de masa durante la etapa TP-AGB es hoy en día muy incierta. El fenómeno de pérdida de masa es un proceso complejo en el que la presión de radiación y los elementos disponibles en la superficie de la estrella interactúan. Este proceso puede describirse en varios pasos: como primer paso las pulsaciones sufridas en la AGB, extienden la atmósfera de la estrella, enfriándola y permitiendo que se formen moléculas. En la parte más externa de la estrella (ver figura 3.8), la temperatura cae por debajo de la temperatura de condensación y se forman una cierta cantidad de materiales sólidos tales como granos de polvo que contienen silicatos MgSiO (en ambientes ricos en O), y SiC y partículas carbonosas amorfas (alrededor de estrellas de carbono). Esto es favorecido por el fuerte aumento en la opacidad molecular que ocurre en las estrellas ricas en carbono, enfriando la estrella y facilitando la formación de granos. La presión de radiación empuja estos granos hacia afuera, y mediante colisiones estos granos se llevan consigo parte del gas, removiendo casi completamente la envoltura rica en hidrógeno y forzando al remanente a contraerse a la fase de enana blanca. Mientras que existe evidencia tanto teórica como observacional que la existencia de vientos impulsados por polvos son fuertes para estrellas ricas en C, la situación para estrellas AGB ricas en O no es tan clara.

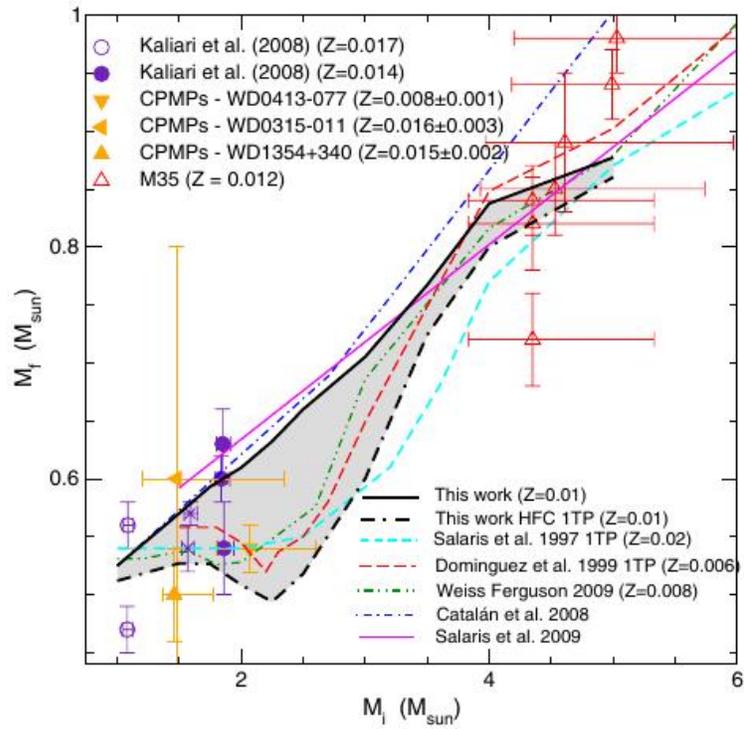
La determinación de la tasa de pérdida de masa es de suma importancia en los cálculos de evolución estelar. Este parámetro en conjunto con el overshooting durante la fase TP-AGB son los encargados de fijar la masa final de la enana blanca y por lo tanto determinan la función masa inicial-final<sup>6</sup>. En este sentido, ambos parámetros son, directa o indirectamente, los responsables de determinar la cantidad de pulsos térmicos experimentados por el progenitor de la enana blanca. Particularmente durante la TP-AGB existen dos regiones convectivas en el interior estelar y en las cuales, en principio, debería considerarse una cierta cantidad de overshooting en los bordes de las mismas: la región convectiva impulsada durante el pulso térmico –pulse-driven convective zone (PDCZ)–, y la envoltura convectiva –convective envelope (CE)–. En principio, no existe indicio de que los parámetros de overshooting adoptados  $f_{CE}$  y  $f_{PDCZ}$  para cada una de las regiones deba ser el mismo. De hecho, a partir del modelado de estrellas post-AGB y contrastando con parámetros observables<sup>7</sup> durante las etapas AGB y post-AGB, cálculos recientes realizados por (Miller Bertolami, 2016) indicarían que  $f_{PDCZ} = 0.0075$  y  $f_{CE} = 0$ . Aún así, trabajos previos indican que los valores de  $f_{CE}$  y  $f_{PDCZ}$  no están bien restringidos. En este sentido, Herwig (2000) realizó una exploración de tales parámetros de overshooting y su impacto sobre la evolución de estrellas AGB, encontrando una relación entre el parámetro  $f$  y la abundancia interna de la región intershell. A partir de una comparación con las abundancias de estrellas centrales de nebulosas planetarias tipo [WC] y estrellas PG1159<sup>8</sup> los autores encontraron que aquellos modelos que no toman en cuenta overshooting no pueden reproducir las abundancias de oxígeno observadas, mientras que aquellos que adoptan valores  $0.01 < f_{PDCZ} < 0.03$  y un valor significativamente mayor para  $f_{CE}$ , reproducirían razonablemente las abundancias de es-

<sup>6</sup> La relación masa inicial-final permite obtener información de masa límites para la formación de enanas blancas y ocurrencia de supernovas tipo II, la cantidad de masa devuelta al medio interestelar y su dependencia con la masa estelar y evolución química de la Galaxia, entre otros.

<sup>7</sup> Parámetros tales como cocientes superficiales de C/O, relaciones de masa inicial-final, abundancias de C/O en la región intershell y el rango de masas de estrellas ricas en carbono en cúmulos globulares de las Nubes de Magallanes.

<sup>8</sup> Para estas estrellas, el material de la región intershell aparece en la superficie como resultado de un pulso térmico muy tardío. Las abundancias emergentes en este tipo de estrellas, se interpretan como las abundancias de la región intershell de los progenitores.

### 3. Incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras de las enanas blancas



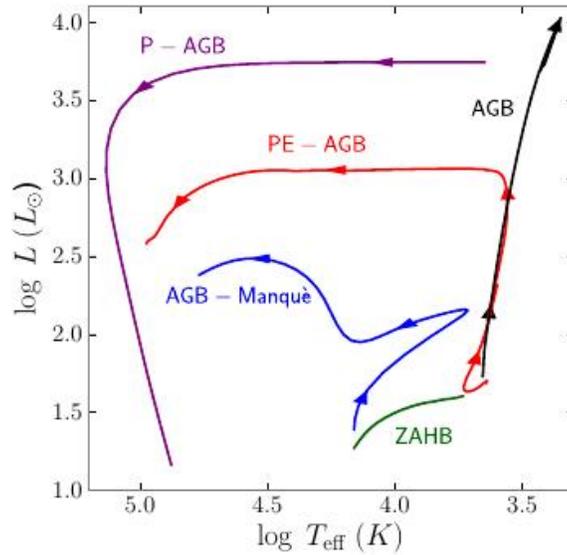
**Figura 3.9.** Relaciones masa inicial-final teóricas y observacionales provenientes de diferentes autores. Imagen tomada del trabajo de Renedo et al. (2010)

trellas PG1159. Más recientemente, Herwig (2005) encontró que las abundancias de oxígeno en las PG1159 son bien reproducidas si se toma  $0.005 < f_{PDCZ} < 0.015$  mientras que un valor de  $f_{CE} \sim 0.13$  sería suficiente para incluir la producción de elementos por procesos lentos, pero que dejaría un exceso de neutrones. Por otro lado, Lugaro et al. (2003) a partir del estudio de la producción de elementos vía captura lenta de neutrones, sugirieron que los valores adecuados serían  $f_{PDCZ} \sim 0.008$  y  $f_{CE} \sim 0.128$ . Es evidente que, si bien existen indicios de que debería existir una cierta cantidad de overshooting en los bordes convectivos durante esta etapa para poder reproducir ciertos parámetros observables, no está del todo claro en que cantidad debería ocurrir.

Uno de los principales problemas que enfrentan los modelos que incluyen overshooting durante la fase de TP-AGB es la falta de acuerdo entre las relaciones de masa inicial-fina derivadas teóricamente con aquellas que provienen de formulaciones observacionales (Salaris et al., 2009; Weiss and Ferguson, 2009). La inclusión de overshooting durante esta fase favorece los episodios de tercer dragado inhibiendo el crecimiento de la masa del núcleo libre de hidrógeno (HFC) y un aumento del cociente superficial de  $n(c)/n(O)$  (con un consecuente aumento de la tasa de pérdida de masa). Como resultado, la estrella abandona la fase TP-AGB antes que aquellos modelos en los que se inhibe el overshooting. En este sentido, la inclusión de overshooting afecta tanto a la masa final como al tiempo de vida durante esta fase, reduciendo la cantidad de pulsos térmicos experimentados por el progenitor. Específicamente, los modelos de estrellas post-AGB dependen tanto de las propiedades del HFC como el contenido de CNO en la envoltura (Herwig, 2005).

En la figura 3.9 se muestran diferentes relaciones de masa inicial-final obtenidas tanto teórica como observacionalmente. La línea sólida muestra el valor de la masa de la enana blanca ( $M_f$ , eje-Y), que resulta de un progenitor con masa  $M_i$  (eje-X) a partir de los cálculos de Renedo et al. (2010), mientras que la línea ( · - · ) referencia al valor de la masa del HFC al primer pulso térmico. Además se incluyen diversas relaciones teóricas, semiempíricas y observacionales (estos últimos provistos por Catalán et al., 2008; Kalirai et al., 2008, con sus errores asociados). Puede observarse que si bien las relaciones masa inicial-final teóricas están en buen acuerdo entre sí, no hay un buen acuerdo entre estas y las determinadas observacionalmente. Observando las relaciones masa inicial final de la figura, es claro que una estrella enana blanca con una cierta masa estelar dada, podría corresponder a una gran variedad de progenitores con distinta masa según cual relación sea usada. Por ejemplo, si tomamos los cálculos de Renedo et al. (2010), una enana blanca de masa  $0.6M_{\odot}$  podría provenir de un progenitor de masa  $\sim 2M_{\odot}$  que haya experimentado varios pulsos térmicos o de un progenitor de  $\sim 3M_{\odot}$  el cual abandona la AGB al finalizar el primer pulso térmico. Por otro lado, debido a los grandes errores observacionales, también existe una ambigüedad en la relación masa inicial-final empírica, por lo que no es imposible inferir de forma indirecta la cantidad de pulsos térmicos experimentados por los progenitores.

Aunque se espera que la mayor parte de las estrellas de masa baja e intermedia atraviesen la fase de pulsos térmicos y luego alcancen la etapa de enfriamiento de enana blanca, existen otros caminos en los cuales la estrella podría evitar la fase TP-AGB y ubicarse directamente en la curva de enfriamiento. Para estrellas de este tipo, con núcleo de carbono/oxígeno, existen dos alternativas adicionales, ver figura 3.10. Inmediatamente luego de que cesa la quema de helio en la rama horizontal, si la estrella arribó a la rama horizontal de edad cero (ZAHB) con una temperatura muy alta, esta evadirá la fase de AGB. Estas estrellas son comúnmente llamadas “AGB-manque” y se caracterizan por tener masa baja (tienen una envoltura tan pequeña que no se cumplen las condiciones para que se encienda la quema en capa de He o H). En el otro escenario la estrella alcanza a ascender por la rama asintótica de las gigantes, pero la abandona antes de



**Figura 3.10.** Diferentes caminos evolutivos de una estrella que finaliza su vida como enana blanca. Imagen tomada del trabajo de Rosenfield et al. (2012).

que ocurra el primer pulso térmico. Estas estrellas son llamadas “post-early AGB” (P-EAGB). Para que se dé a lugar a alguno de estos escenarios, la estrella debe haber perdido suficiente envoltura durante su primer ascenso a la rama de las gigantes o bien perdiendo masa de forma más rápida por algún proceso interno (D’Cruz et al., 1996); transferencia de masa por evolución binaria (Han et al., 2000; Pustynski and Pustynnik, 2006) o la expulsión de masa por la ingestión de un planeta o una compañera de muy baja masa (De Marco et al., 2003). Uno de los trabajos más importantes que evidencia la existencia de estas estrellas, es el presentado por (Greggio and Renzini, 1990). En donde, a partir de un estudio exhaustivo para entender el exceso de emisión ultravioleta en galaxias elípticas, los autores concluyeron que debe existir otra fuente de emisión UV a parte de la producida por estrellas post-AGB y sugirieron que las responsables serían las hot HB, P-EAGB y AGB-manque. Al evitar la etapa TP-AGB, se espera que la estructura interna de estas estrellas difiera de aquellas que atraviesan los pulsos térmicos, principalmente en la región intershell y en la posición de la transición química núcleo-He. Estos cambios estructurales impactan directamente en la determinación de edades y propiedades pulsacionales de la futura enana blanca, como veremos en el próximo capítulo.

De acuerdo a lo que hemos expuesto previamente, en la actualidad la evidencia teórica y observacional no ofrece determinaciones precisas sobre los procesos de mezcla en los bordes convectivos durante la fase TP-AGB ni sobre los procesos de pérdida de masa. Como consecuencia, tanto el tiempo de vida que las estrellas pasan en esta fase evolutiva como su estructura interna, se encuentran sujetas a errores apreciables. En este trabajo de tesis, una parte de nuestra investigación comprende el estudio de las propiedades pulsacionales de estrellas enanas blancas provenientes de progenitores que atraviesan la fase AGB o bien evitando los pulsos térmicos ó experimentando diferente cantidad de pulsos. En este sentido, nuestros modelos no adoptan overshooting durante la fase TP-AGB pero, sin embargo, son forzados a abandonar la etapa

### **3.3. Incertezas durante la evolución en la rama asintótica de las gigantes**

---

en diferentes estadios. Adoptando este criterio, abarcamos el impacto de las incertezas en la etapa TP-AGB directamente sobre la cantidad de pulsos térmicos y, en consecuencia, sobre la estructura interna de la estrella y propiedades pulsacionales de la futura enana blanca.



# Capítulo 4

## Modelos de enanas blancas

En este capítulo describiremos brevemente las características principales de los modelos evolutivos calculados en esta tesis. Estas secuencias evolutivas computadas fueron utilizadas para el desarrollo de varios trabajos publicados y cuyos resultados son descritos en los capítulos 5, 6 y 7.

### 4.1. Secuencias evolutivas

Básicamente, la evolución de estrellas con masas iniciales menores que  $\sim 8-10 M_{\odot}$  comienza con la quema central de hidrógeno. Dependiendo de la masa inicial de la estrella, esta puede pasar unos  $10^8 - 10^{10}$  años en esta fase. Una vez que el hidrógeno se agota en el centro, la quema de hidrógeno se produce en una capa que rodea al núcleo de helio, mientras la estrella va desplazándose hacia la región de la rama de las gigantes rojas en el diagrama HR. Si la masa del progenitor es lo suficientemente alta, en un momento la temperatura en el núcleo alcanza el valor necesario como para iniciar la quema nuclear de helio. Las proporciones exactas de carbono y oxígeno que queda a finales de la etapa de quema de helio están determinadas por dos procesos principales: los procesos de mezcla extra considerados y la tasa de la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ . Las proporciones de carbono y oxígeno encontradas en el núcleo de las enanas blancas es un factor clave para entender sus propiedades de enfriamiento, así cómo también propiedades pulsacionales. En etapas posteriores a la quema central de helio, la estrella asciende por la AGB quemando helio en capa, la cual se mueve progresivamente hacia capas más externas a medida que el tamaño del núcleo aumenta. Durante esta etapa de quema en capa, se construye la parte más externa del núcleo modificando la estructura de la transición química entre el núcleo y la capa de helio. El tiempo que la estrella transcurre en la fase AGB y TP-AGB es entonces un factor de extrema importancia para la determinación de su estructura química y por lo tanto de las propiedades pulsacionales de la futura enana blanca. Es durante esta última etapa que la estrella se enfría y sufre procesos de pérdida de masa, los cuales a partir de episodios de tercer dragado, aumentan considerablemente. Una vez que la envoltura de hidrógeno se reduce a unos  $10^{-3} M_{\odot}$ , la estrella se mueve hacia la parte azul del diagrama HR, con una continua pérdida de masa que al reducir la envoltura a unos  $10^{-4} M_{\odot}$  produce que la estrella (la cual carece de energía provista de reacciones nucleares) comience la última etapa de su vida.

A partir de este momento la evolución de la estrella es básicamente un proceso de enfriamiento donde la energía térmica almacenada en los iones en conjunto con la energía gravitacional residual

#### 4. Modelos de enanas blancas

$M_{ZAMS}/M_{\odot}$	$M_{wd}^h$	$M_{wd}^l$	$^{16}O_h$	$^{16}O_l$	$^{16}C_h$	$^{16}C_l$	$t_{He}^h$ <sup>a</sup>	$t_{He}^l$	$\log(M_H/M_{wd})$
1.00	0.5242	0.5239	0.7324	0.5114	0.2551	0.4761	11075.8	11067.0	-3.12
1.25	0.5490	0.5347	0.7313	0.5153	0.2559	0.4719	5004.78	4996.31	-3.587
1.50	0.5607	0.5502	0.7385	0.5273	0.2486	0.4597	2681.13	2673.13	-3.67
1.75	0.5959	0.5730	0.7412	0.5310	0.2458	0.4561	1666.49	1658.34	-3.81
2.00	0.6135	0.5908	0.7383	0.5344	0.2488	0.4527	1180.46	1181.54	-3.90
2.25	0.6239	0.6115	0.7800	0.6178	0.2071	0.3693	982.323	983.813	-3.93
2.50	0.6529	0.6419	0.7644	0.5575	0.2226	0.4295	733.415	723.942	-4.03
3.00	0.7010	0.6950	0.7308	0.5146	0.2562	0.4724	437.297	431.014	-4.20
3.25	0.7318	0.7259	0.7051	0.4998	0.2819	0.4872	345.478	342.313	-4.30
3.50	0.7672	0.7627	0.6900	0.4823	0.2970	0.5047	281.359	278.344	-4.40
3.75	0.8171	0.8154	0.6683	0.4627	0.3187	0.5243	233.296	230.593	-4.52
4.00	0.8316	0.8617	0.6787	0.4957	0.3082	0.4913	196.753	195.068	-4.61
5.00	0.8746	0.9062	0.6584	0.4537	0.3285	0.5332	113.204	112.203	-5.07

**Tabla 4.1.** Propiedades básicas del conjunto de modelos utilizados para estudiar las incertezas provenientes de la tasa de reacción  $^{12}C + \alpha$ , sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti.

<sup>a</sup>Edad de la estrella (en millones de años) al alcanzar una abundancia central de helio menor a 0.01.

son liberadas lentamente. El núcleo degenerado de estas estrellas previene a la enana blanca de contracciones considerables, por lo que su radio permanece prácticamente constante a lo largo de la evolución.

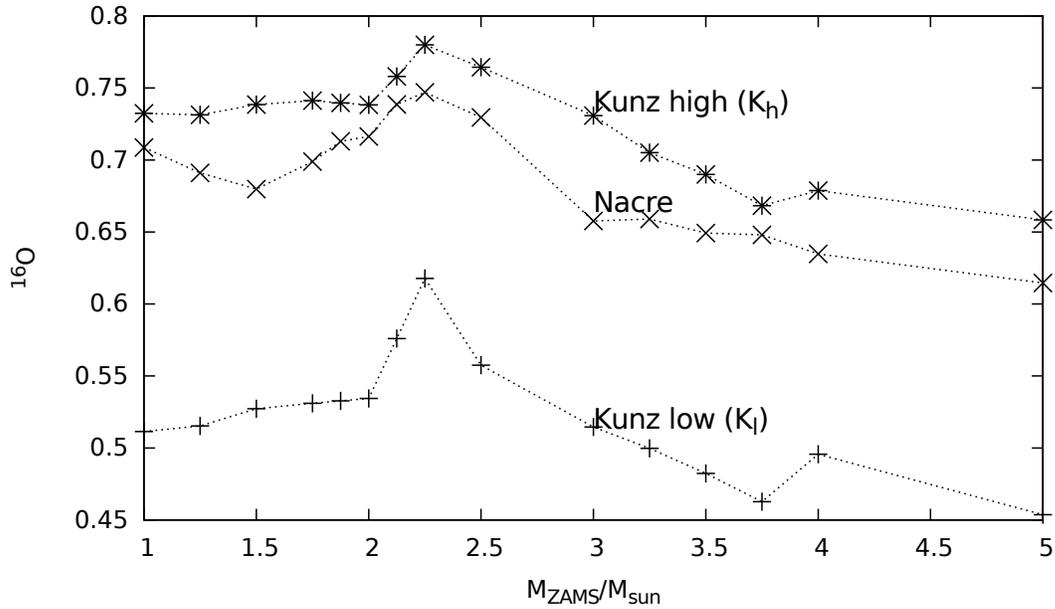
Durante el desarrollo de esta tesis, hemos calculado varios conjuntos de secuencias evolutivas completas desde la ZAMS hasta la etapa de enana blanca:

- para el estudio del impacto de las incertezas sobre las propiedades pulsacionales (capítulo 5) desarrollamos 2 secuencias evolutivas con masas finales  $M_{wd}/M_{\odot} = 0.548$  y  $0.837$  en donde, durante la evolución de los progenitores, variamos la tasa para la reacción  $^{12}C + \alpha$ , la cantidad de overshooting adoptado durante la quema central de helio y la cantidad de pulsos térmicos,
- para el estudio del impacto de las incertezas sobre las determinaciones astrosismológicas (capítulo 6) calculamos secuencias evolutivas con masas iniciales  $1.00 \leq M_{ZAMS}/M_{\odot} \leq 5.00$  en los cuales adoptamos una metalicidad  $Z = 0.01$  con  $Y = 0.254$ , para analizar las incertezas provenientes de la tasa de reacción  $^{12}C + \alpha$ . Además se desarrollaron secuencias evolutivas para progenitores con masas iniciales  $0.85 \leq M_{ZAMS}/M_{\odot} \leq 2.25$  para los cuales tomamos  $Z = 0.001$  y  $Y = 0.247$  para analizar las incertezas provenientes de la cantidad de pulsos térmicos experimentados durante la AGB,
- para el estudio de las propiedades evolutivas de estrellas enanas blancas provenientes de progenitores enriquecidos en helio se calcularon secuencias evolutivas para progenitores con masas iniciales  $0.6 \leq M_{ZAMS}/M_{\odot} \leq 2.0$  con abundancia inicial de helio de  $Y = 0.4$  adoptando metalicidad  $Z = 0.001$  y  $Z = 0.0005$

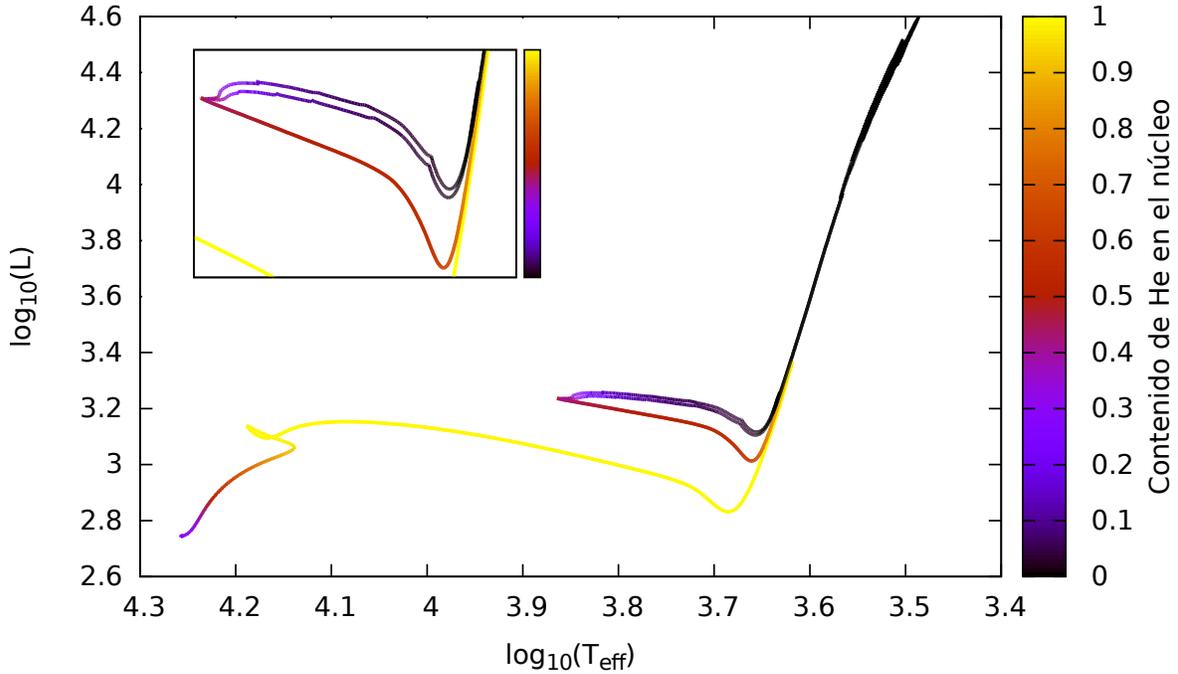
En la tabla 4.1 mostramos en detalle la grilla de modelos calculados para el análisis de las incertezas provenientes de la tasa de reacción  $^{12}C + \alpha$ . Allí exhibimos la relación masa inicial

$M_{ZAMS}/M_{\odot}$	$M_{wd}^{0TP}$	$M_{wd}^{3TP}$	$\log(M_H/M_{wd})$
0.85	0.5349	0.5508	-2.97/-3.09
1.00	0.5332	0.5530	-3.09/-3.11
1.25	0.5443	0.5643	-3.01/-3.14
1.50	0.5560	0.5726	-3.07/-3.31
1.75	0.5553	0.5725	-3.14
2.00	0.5727	0.5936	-3.00/-3.46
2.25	0.6298	0.6463	-3.34/-3.42

**Tabla 4.2.** Propiedades básicas de los conjuntos de modelos utilizados para el estudio del impacto de la cantidad de pulsos térmicos en la fase TP-AGB, sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti.



**Figura 4.1.** Abundancia central de oxígeno para los modelos con masa inicial  $1.00 \leq M_{ZAMS}/M_{\odot} \leq 5.00$  que adoptan diferentes tasas de reacción.



**Figura 4.2.** Diagrama HR para modelos de  $5M_{\odot}$  en los cuales se adoptaron las tasas de reacción  $K_h$  y  $K_l$ . La escala de colores refleja el contenido de helio central. Cuando la abundancia central de He cae al 60 %, la reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  toma lugar, siendo el modelo caracterizado por la tasa de reacción  $K_h$  el que muestra una luminosidad levemente mayor.

masa final teórica deducida de nuestros modelos, en conjunto con los valores centrales de las abundancias de  $^{16}\text{O}$  y  $^{12}\text{C}$  y las edades al llegar a finales de la quema central de helio para las tasas de reacción inferior y superior ( $K_l$  y  $K_h$  respectivamente) adoptadas del trabajo de Kunz et al. (2002). Además se incluyen los valores de las envolturas de hidrógeno derivadas de los cálculos consistentes de evolución estelar. Los modelos de menor masa que adoptan la tasa  $K_h$  están caracterizados por edades mayores al alcanzar las etapas finales de la quema de helio. Por el contrario, aquellos modelos con  $M_{ZAMS} > 3M_{\odot}$ , donde la temperatura desarrollada en el interior de la estrella favorece la producción de  $^{12}\text{C}$ , las diferencias en las edades son menores debido a que la reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  no es tan relevante. Este hecho puede corroborarse observando la figura 4.1 donde se exhiben los valores esperados en la abundancia central de oxígeno a finales de la quema central de helio en función de la masa inicial del progenitor. Tanto los valores arrojados por las tasas de reacción de (Kunz et al., 2002), así como también los obtenidos a partir de un valor estándar de la tasa de reacción (Nacre, proporcionadas por el trabajo de Renedo et al., 2010) muestran una dependencia similar en función de la masa inicial. Para las tres funciones puede observarse un crecimiento en la abundancia central hasta valores de  $M_{ZAMS}/M_{\odot} \sim 2.25$ , donde se observa pico bien definido y a partir de allí un decrecimiento casi monótono. Esta tendencia refleja la dependencia de la eficiencia de la tasa de reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  con la temperatura.

En la figura 4.2 mostramos los diferentes caminos evolutivos en el diagrama HR para modelos que adoptan diferentes tasas para la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  (utilizando dos tasas extremas  $K_h$  y  $K_l$ ) durante la quema central de helio, para un estrella progenitora de  $5M_\odot$ . La escala de colores indica la evolución del porcentaje de helio central. Cuando la abundancia de helio cae a un 60%, se ha generado el carbono suficiente como para que opere la reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  y es allí donde el camino evolutivo se ve alterado, siendo el modelo que adopta la tasa superior el que muestra una luminosidad levemente mayor. Luego de agotado el helio central, no aparecen diferencias apreciables en el camino evolutivo.

Finalmente en la tabla 4.2, se muestran los valores de los parámetros más importantes de las secuencias utilizadas para el estudio del impacto las incertezas durante la evolución del progenitor de la enana blanca durante la fase TP-AGB, modelos caracterizados por  $Z = 0.001$  y  $Y = 0.247$ . Las pequeñas diferencias encontradas en el valor de la masa estelar son debidas al crecimiento de la parte más externa del núcleo de carbono oxígeno durante la evolución en la fase TP-AGB. Como es de esperar, aquellos modelos que experimentan tres pulsos térmicos tienen masas finales levemente superiores que aquellos que abandonan la fase AGB previo al primer pulso térmico. Si bien la diferencia en el valor de las masas finales de los modelos 0TP y 3TP es prácticamente constante para masas iniciales  $< 2M_\odot$ , se observa que esta disminuye para modelos con  $M_{ZAMS} \geq 2M_\odot$ .

Por otro lado, en lo que respecta al estudio de las poblaciones enriquecidas en helio, se tuvieron en cuenta dos tipos de composición química inicial, ambas con una abundancia enriquecida en helio  $Y = 0.40$ : la primera caracterizada por  $Z = 0.001$  y la segunda con una metalicidad menor  $Z = 0.0005$ . Este tipo de abundancias químicas iniciales son características de cúmulos globulares tales como  $\omega$  Centauri y NGC 2808 (D'Antona et al., 2005; Joo and Lee, 2013; Milone et al., 2012; Norris, 2004; Tailo et al., 2016). Los valores de la masa final, así como el camino evolutivo seguido por cada progenitor se mostrarán en el capítulo 7.

## 4.2. Estructura química interna

La estructura química del interior de las enanas blancas es el reflejo de su larga historia evolutiva. Particularmente, como hemos mencionado, las enanas blancas que utilizamos para la investigación de las propiedades pulsacionales son aquellas que poseen un núcleo de carbono-oxígeno con una envoltura pura de hidrógeno. En la figura 4.3 mostramos la estructura química interna esperada en un modelo representativo a altas temperaturas efectivas  $T_{eff} \sim 10^5 \text{K}$ . El perfil químico responde a un modelo de enana blanca previo a que actúen los procesos de difusión, asentamiento gravitacional y rehomogenización por inestabilidades de Raleigh-Taylor (línea fina de trazo y punto). En conjunto se incluye la estructura química para un modelo de estrella DA en el estadio de ZZ Ceti,  $T_{eff} \sim 12,000 \text{K}$  (línea gruesa de trazo). En el eje-Y mostramos las abundancias para los elementos más ricos (H-He-C-O) mientras que en el eje-X graficamos la coordenada  $-\log(1 - M_r/M_\odot)$ . La elección particular de esta coordenada (en lugar de la habitual  $M_r$ ), permite tener una visión más amplificada de la parte más externa de la estrella que, de otra forma, quedaría invisible en este tipo de gráficos. El perfil químico de las regiones más externas del núcleo en nuestros modelos de enanas blancas se forma por episodios de procesos de mezcla convectiva y combustión nuclear en una cáscara durante la etapa de TP-AGB. No obstante, esta región del perfil químico es fuertemente modificada debido a los procesos de difusión química. Los procesos de difusión y asentamiento gravitacional, son más eficientes con masas estelares mayores

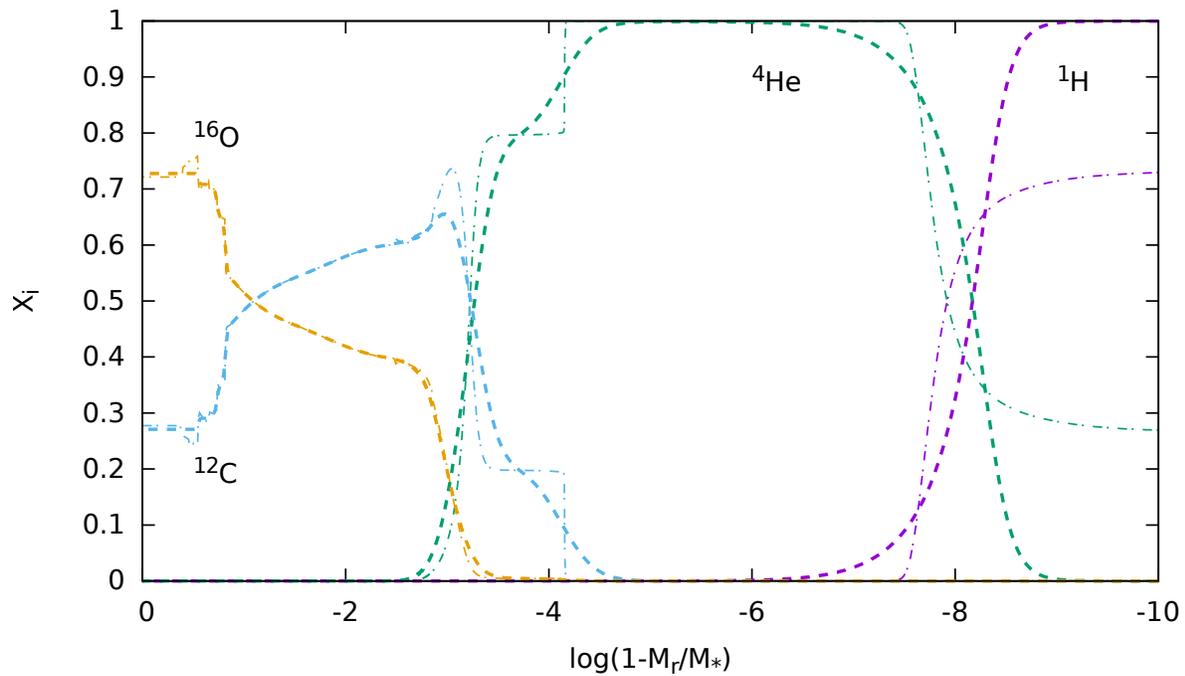
pudiendo erosionar la región intershell casi completamente al momento que el modelo alcanza el estadio de ZZ Ceti. En la figura podemos distinguir ciertas características estructurales muy importantes: tres transiciones químicas (C/O, He/C/O y He/H); un núcleo de carbono-oxígeno; una región intershell rica en C-He (sólo presente en modelos que experimentan pulsos térmicos); una región de helio puro (buffer de helio) y envoltura de hidrógeno puro. Estas características son el resultado del estado avanzado de la evolución al llegar a la etapa de ZZ Ceti, donde los procesos de difusión han actuado notablemente dando lugar a la formación de una envoltura pura de hidrógeno. En la parte más interior de la estrella, podemos observar un perfil plano de las abundancias de carbono y oxígeno, el cual es el resultado de la convección durante la quema central de helio. Además la rehomogenización por inestabilidades de Rayleigh-Taylor suaviza los picos de los perfiles químicos encontrados en los modelos de pre-enana blanca. En la parte más exterior del núcleo, particularmente el perfil decreciente de la abundancia de oxígeno, es un indicador de los procesos de quema en capa de helio post quema central de helio. Este decrecimiento en el perfil de oxígeno es debido a que en la capa que quema helio la temperatura es más alta y cómo la reacción  $3 - \alpha$  tiene una dependencia muy fuerte con la temperatura ( $\epsilon \sim T^{40}$ ), ésta domina por sobre la reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$ . La forma escalonada de los perfiles químicos en el borde del núcleo son el resultado de la inclusión de procesos de mezcla extra (overshooting) durante la quema central de helio. La ubicación de las transiciones químicas C/O y He/C/O tiene una fuerte dependencia con tres factores: la inclusión de overshooting durante la quema central de helio, la tasa de reacción para  $^{12}\text{C} + \alpha$  adoptada y la cantidad de pulsos térmicos experimentados por el progenitor de la enana blanca. Esto es un aspecto crítico al analizar las propiedades pulsacionales de los modelos debido a que los modos de pulsación y, en consecuencia, sus períodos son muy sensibles tanto a la forma de los perfiles químicos como a la ubicación y espesor de cada transición química.

De acuerdo a nuestros cálculos evolutivos y, en concordancia con los resultados de Althaus et al. (2010a), la masa de la envoltura de hidrógeno máxima esperada en enanas blancas depende de la masa estelar, pudiendo variar entre  $M_H \sim 10^{-3}/10^{-4} - 10^{-6} M_{wd}$ . En este trabajo de tesis, como complemento, decidimos variar también el espesor de la envoltura de hidrógeno. El hecho de que la enana blanca pudiera experimentar un pulso térmico tardío momentos después de abandonar la etapa AGB con la consecuente reducción de la masa de la envoltura de hidrógeno en conjunto con resultados previos (por ejemplo Romero et al., 2012) nos hacen pensar que la envoltura de hidrógeno de estrellas DA depende de su historia evolutiva. Estos son fundamentos suficientes para realizar tal exploración. Además, en este sentido, Tremblay and Bergeron (2008) mostraron que el incremento en el cociente de enanas blancas DB a DA puede ser comprendido si las enanas blancas DA con temperaturas efectivas por encima de los 10,000 K, poseen un amplio abanico de espesores de envolturas de H.

El procedimiento mediante el cual generamos las nuevas envolturas de hidrógeno es muy simple. Para cada secuencia calculada, obtenemos un valor canónico<sup>1</sup> de la envoltura de hidrógeno. A partir de estas secuencias con valores canónicos de  $M_H$ , generamos artificialmente secuencias con envolturas más delgadas reemplazando, en la base de la envoltura de H, hidrógeno por helio. Este procedimiento se realiza al comienzo de la curva de enfriamiento de la enana blanca, de forma tal que los procesos transitorios que pudiesen ocurrir durante el procedimiento finalizan mucho antes de que el modelo alcance la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti. Luego de este proceso se habilitaron los procesos de difusión que actúan mientras el modelo se enfría, suavizando los

---

<sup>1</sup>Aquellos valores obtenidos consistentemente a partir de los cálculos evolutivos detallados.



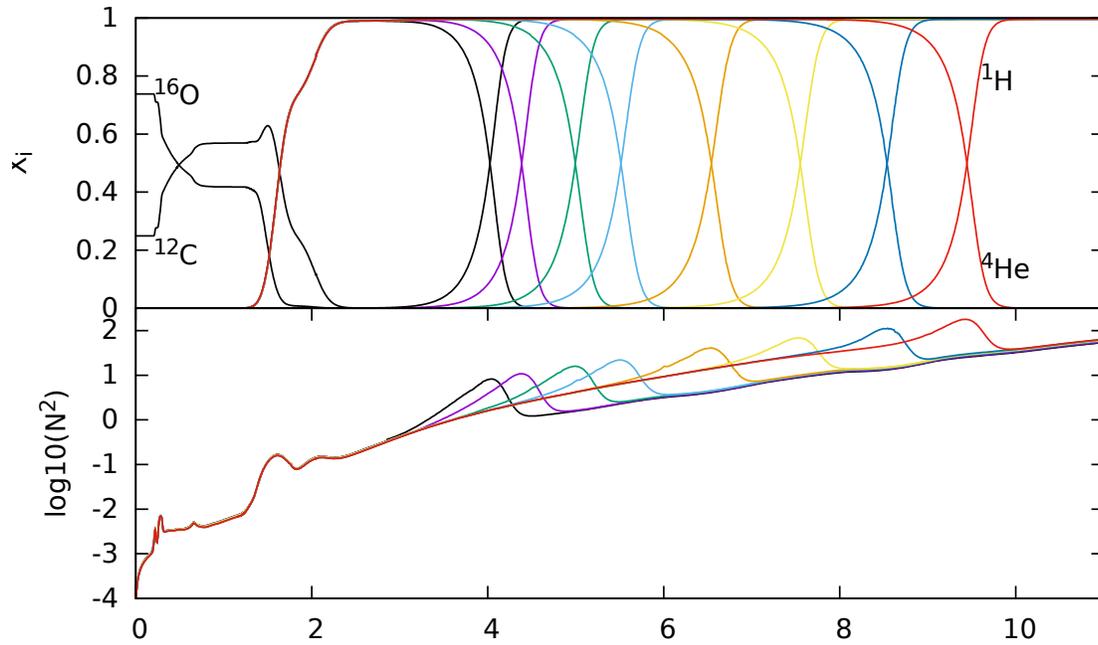
**Figura 4.3.** Perfiles químicos para los elementos más abundantes de un modelo de enana blanca al comienzo de la fase de enfriamiento (línea fina de trazo y punto) y en etapa de evolución avanzada, donde los procesos de difusión y asentamiento gravitacional han actuado notoriamente (línea gruesa de trazo).

#### 4. Modelos de enanas blancas

---

perfiles químicos.

Por otro lado, las tablas 4.1 y 4.2 muestran los valores canónicos del contenido de hidrógeno para cada conjunto de modelos calculados. En la tabla 4.2 se listan dos valores de la masa de la envoltura de hidrógeno para una misma masa inicial, de acuerdo a si la secuencia abandona la AGB previo al primer pulso térmico o si experimenta tres pulsos térmicos. Adicionalmente, para cada conjunto de secuencias hemos considerado modelos con envolturas más delgadas:  $\log(M_H/M_{wd}) \sim 4.25, 4.83, 5.33, 6.33, 7.34, 8.33, 9.26$ . En el panel superior de la figura 4.4 mostramos el perfil químico interno de una estrella enana blanca de masa  $\sim 0.6M_\odot$  en conjunto con las distintas envolturas consideradas para tal secuencia, mientras que en el panel inferior mostramos el valor del logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väsälä correspondiente a cada modelo. A grandes rasgos, por cada secuencia evolutiva se tuvieron en cuenta entre 6 y 8 espesores distintos de la envoltura de hidrógeno. Es decir que, cada secuencia que llega desde la ZAMS a la fase de pre-enana blanca (típicamente a una temperatura efectiva de  $2 \times 10^5\text{K}$ ), es luego subdividida en seis (u ocho) subsecuencias con envolturas más delgadas.



**Figura 4.4.** En el panel superior mostramos los elementos más abundantes para un modelo de enana blanca de masa  $\sim 0.6M_{\odot}$ , en la etapa de ZZ Ceti ( $\sim 12,000$  K) en conjunto con los diferentes espesores de la envoltura de hidrógeno consideradas en esta tesis. En el panel inferior mostramos el logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä, correspondiente a cada modelo. Se puede apreciar la correspondencia entre las distintas regiones de transición química en el panel superior con los “bumps” encontrados en el valor de la frecuencia.



## Capítulo 5

# Impacto sobre la estructura química y propiedades pulsacionales

En este capítulo exhibimos los resultados obtenidos del análisis del impacto sobre los espectros de períodos esperados en estrellas ZZ Ceti, debido a las incertezas durante la evolución del progenitor de la estrella enana blanca. Los resultados presentados en esta sección han sido publicados en el trabajo “Asteroseismology of ZZ Ceti stars with fully evolutionary white dwarf models I. The impact of the uncertainties from prior evolution on the period spectrum” en la revista *Astronomy & Astrophysics* (2017, A&A, 599, 21).

Repasaremos en primer lugar las distintas incertezas relacionadas con la evolución previa del progenitor de la enana blanca que afectan la forma final de su estructura química. Nos centraremos en aquellos procesos que afectan la forma de los perfiles de carbono/oxígeno de la futura enana blanca y que no se conocen con exactitud. Específicamente, estudiaremos aquellas incertezas provenientes de la tasa de reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ , la cantidad de *overshooting* adoptada durante la quema central de He y la cantidad de pulsos térmicos experimentados por los progenitores durante la fase AGB. En particular, la cantidad de pulsos térmicos que experimente el progenitor de la estrella enana blanca está determinado, entre otras cosas, por la eficiencia (incierto) de pérdida de masa (Karakas and Lattanzio, 2014).

Para describir nuestros resultados hemos considerado modelos “guía” caracterizados por masas estelares  $M_{wd} = 0.548M_{\odot}$  y  $0.837M_{\odot}$ , con envolturas de hidrógeno  $M_H \sim 4 \times 10^{-6}M_{\star}$  y temperaturas efectivas correspondientes a la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti,  $T_{\text{eff}} \sim 12,000$  K. Nuestra elección del valor de las masas intenta reflejar el comportamiento de las diferencias en los períodos de acuerdo a la masa estelar adoptada. Recordemos que los procesos de difusión que actúan a lo largo de la curva de enfriamiento de la enana blanca, juegan un papel preponderante, suavizando los perfiles químicos más eficientemente para modelos de mayor masa.

Para el análisis sobre el impacto en los períodos hemos considerado aquellos modos de pulsación caracterizados por  $\ell = 1$ , aunque se espera un comportamiento similar si se consideran modos con  $\ell = 2$ .

### 5.1. Pulsos térmicos durante la AGB

Durante la fase de AGB temprana, la luminosidad de la estrella es proporcionada por las capas de quema de H y He que se han establecido en la base de la envoltura de hidrógeno y

## 5. Impacto sobre la estructura química y propiedades pulsacionales

---

en la base del buffer de helio, respectivamente. En este estadio, la estructura de las estrellas es similar independientemente de la masa. En la figura 5.1 mostramos los perfiles químicos de los elementos más abundantes de un modelo de estrella de  $M_{ZAMS} = 2.0M_{\odot}$  en dos momentos de su evolución en la fase AGB: previo al primer pulso térmico (línea roja) y hacia finales del tercer pulso térmico (línea negra de trazos). Allí podemos distinguir un núcleo de carbono-oxígeno que se encuentra en estado degenerado, producto de la fase de quema central de He, rodeado por una capa de quema de helio y una capa de quema de hidrógeno en la base de la envoltura convectiva. La degeneración del núcleo de C/O impide que ocurra la quema de carbono en el centro de la estrella; esta condición implica que existe un límite para la masa de estrellas AGB, de unas  $\sim 8-10M_{\odot}$ .

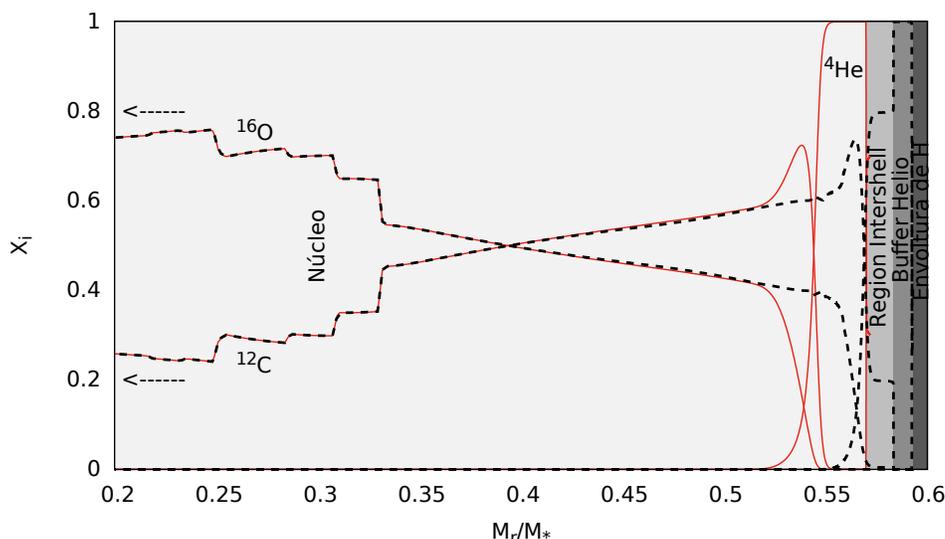
La evolución en la fase evolutiva TP-AGB puede distinguirse en el diagrama HR por sus grandes variaciones en la luminosidad, como se observa en la figura 5.2. Durante esta fase la estrella está sujeta no sólo a grandes cambios en sus parámetros superficiales, si no que la ocurrencia de los pulsos térmicos también deja su huella en la estructura química. En particular, durante el pico del flash de helio se libera una gran cantidad de energía, producto del cual se desarrolla una zona convectiva entre las capas de quema de helio e hidrógeno. Este evento convectivo mezcla material producto de la quema de helio (carbono y un poco de oxígeno) en la región que se encuentra por encima de la base de la capa de helio. Esta es la llamada región *intershell*. El tamaño de esta región depende de cuantos pulsos térmicos experimente el modelo, haciéndose más angosta a medida que evoluciona.

Luego de una expansión, las capas más externas se enfrían, por lo que momentáneamente la quema de hidrógeno en capa se apaga. La luminosidad de la estrella disminuye ya que la energía proveniente de la capa de quema de helio es usada para expandir el material ubicado por encima (Iben, 1975). Al cabo de unas decenas de años, la capa de quema de helio comienza a enfriarse. Seguido a esto, las capas más externas se contraen, elevando la temperatura lo suficiente como para que la quema de hidrógeno en capa comience otra vez. En este momento comienza el período interpulso que dura aproximadamente  $10^5$  años antes de que la capa de helio vuelva a encenderse y la estrella atraviese otro pulso térmico, ver figura 5.3. Durante los pulsos térmicos, el flash de helio alcanza luminosidades muy por encima de  $10^5 L_{\odot}$ , mientras que en los períodos interpulso la luminosidad total de la estrella está proporcionada por la quema de hidrógeno en capa.

El tiempo que la estrella pasa en la fase TP-AGB y, en consecuencia, la cantidad de pulsos térmicos que pueda experimentar está sujeto a varios factores:

- pérdida de masa,
- metalicidad inicial,
- episodios de mezcla extra más allá de la zona convectiva,

entre otros. Como hemos remarcado en capítulos anteriores, la estructura química interna depende fuertemente de si la estrella atraviesa la fase TP-AGB y de la cantidad de pulsos térmicos experimentados. Aunque la fase TP-AGB es esperada para la mayor parte de los progenitores de estrellas enanas blancas, no se descarta que la estructura de alguna de estas estrellas resulten de progenitores que hayan evitado esta fase. Por ejemplo, es sabido que aquellas estrellas de masa baja que queman helio en su núcleo y que poseen una envoltura muy fina de hidrógeno, se sitúan en la rama horizontal extrema. Se espera que estas estrellas evolucionen directamente a la fase de las enanas blancas, evitando la AGB. Estas estrellas son llamadas estrellas AGB-Manqué y



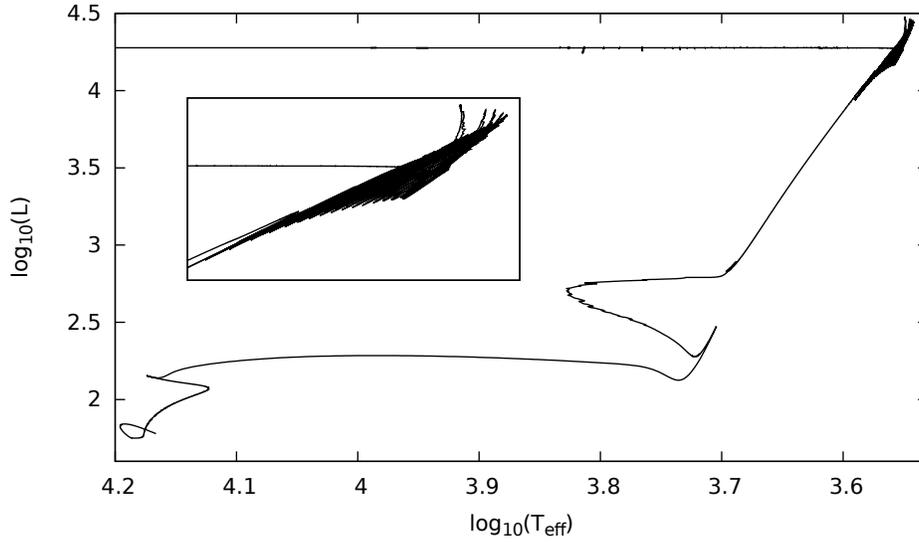
**Figura 5.1.** Perfil químico para los elementos más abundantes para una estrella de progenitor de masa  $2.0 M_{\odot}$  en la etapa AGB, previo al primer pulso térmico (línea roja) y hacia finales del tercer pulso térmico (línea punteada negra)

Post-Early AGB (Greggio and Renzini, 1990). En este sentido, evidencia reciente sugiere que la mayoría de las estrellas ricas en helio del cúmulo globular NGC2808 no alcanzan la fase AGB, evolucionando directamente a la fase de enana blanca directamente después de la quema central de helio (Marino et al., 2017). Adicionalmente, procesos de transferencia de masa por interacción binaria o eyección de la envoltura mediante la ingestión de un planeta pueden ser las causas de una evolución sin fase TP-AGB.

En vista de estas consideraciones, no puede descartarse que una fracción de la actual población de enanas blancas haya evolucionado de progenitores que evitaron la fase TP-AGB. En este caso, esperamos que hayan diferencias en la estructura química de las capas más exteriores del núcleo de carbono-oxígeno dependiendo de si la estrella progenitora ha evolucionado a través de la fase de pulsos térmicos o no. Estas diferencias en la estructura química tendrán consecuencias en las propiedades pulsacionales esperadas de las estrellas enanas blancas pulsantes.

En este sentido, para cuantificar el impacto de los pulsos térmicos sobre las propiedades pulsacionales de las estrellas ZZ Ceti, nos hemos propuesto explorar las propiedades pulsacionales de estrellas ZZ Ceti provenientes de progenitores que experimentan distinta cantidad de pulsos térmicos. Particularmente hemos forzado a los modelos a abandonar la AGB en tres diferentes estadios: previo al comienzo del primer pulso térmico, hacia finales del tercero y hacia finales del décimo pulso térmico (modelos 0, 3 y 10 TP).

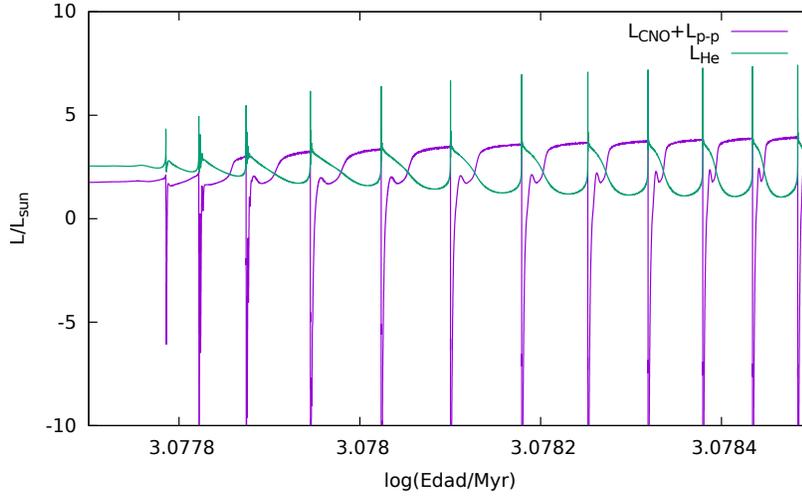
De la figura 5.1 podemos distinguir dos grandes diferencias en la estructura química inducida por la ocurrencia de pulsos térmicos. La primera es el cambio en la ubicación de la transición química O/C/He, situada originalmente en  $M_r/M_* \sim 0.53$ . Durante esta etapa la capa de quema de He va moviéndose hacia capas exteriores a medida que la estrella evoluciona. Las temperaturas



**Figura 5.2.** Diagrama HR para una estrella de masa intermedia, desde la ZAMS hasta la fase de pulsos térmicos. El recuadro muestra una ampliación de la región de la secuencia evolutiva durante la etapa de pulsos térmicos.

en la base del buffer de helio (donde se ocurre la quema nuclear) son lo suficientemente altas como para convertir He en C y en menor medida C en O. En consecuencia, el tamaño del núcleo aumenta y la transición química O/C/He se ubica progresivamente cada vez más hacia el exterior. También se observa la formación del intershell en  $M_r/M_\odot \sim 0.56$ , producido por el episodio convectivo durante el pico del flash de helio, el cual draga carbono desde el interior mezclándolo con el buffer de helio puro.

En la figura 5.4 mostramos los perfiles químicos internos y el logaritmo de la frecuencia de Brunt-Väisälä en términos de la fracción de masa externa ( $\log(q) = \log(1 - \frac{M_r}{M_{wd}})$ ), cuando la estrella ha alcanzado la etapa de enana blanca. En particular, se consideran dos modelos de enana blanca con masa  $M_{wd}/M_\odot = 0.548, 0.837$  (paneles (a) y (b) respectivamente) en la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti a  $\sim 12,000$  K. Nuestros modelos de enanas blancas están caracterizados por tres transiciones químicas desde el centro hasta la superficie: una interfaz química de carbono y oxígeno, una estructura química de doble capa que incluye He, C y O y finalmente una interfaz de He/H. La existencia de estas tres zonas de transición inducen cambios en la forma de la frecuencia de Brunt-Väisälä que afectan fuertemente la estructura del espectro de pulsación de la estrella y particularmente las propiedades de atrapamiento de modos (Bradley, 1996; Brassard et al., 1992a; Córscico et al., 2002a). Estas transiciones químicas juegan un rol crucial en cuanto a la propagación de modos, actuando como filtros que permiten amplitudes apreciables de las autofunciones (y de esta forma, altas energías de oscilación) sólo en regiones específicas delimitadas por alguna de las transiciones químicas y la superficie, o bien una transición química y el centro de la estrella. Las diferencias en la estructura química encontradas en estas zonas de transición, debido a las incertezas en la evolución previa, son muy importantes para entender las diferencias exhibidas en el espectro de períodos teóricos.

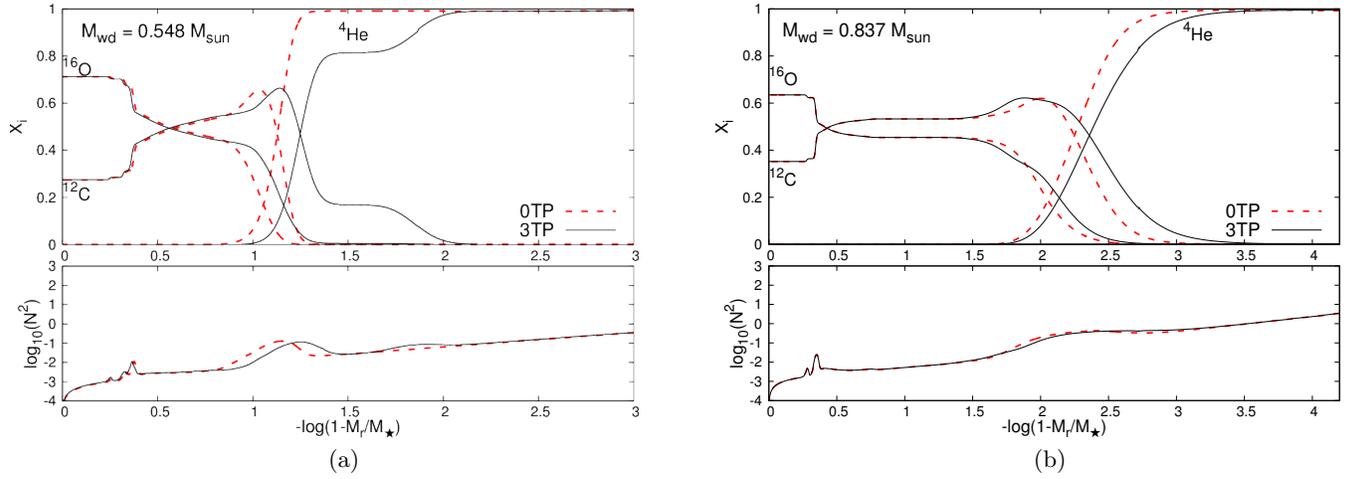


**Figura 5.3.** Luminosidad de la estrella durante la etapa de pulsos térmicos, en función de la edad (eje-X). El gráfico muestra la luminosidad (eje-Y) debido a quema de helio en capa (línea verde) y a la quema de hidrógeno en capa (línea violeta).

En términos generales, para estrellas de baja masa se espera que los pulsos térmicos introduzcan diferencias apreciables en la estructura química de las estrellas ZZ Ceti. Esto se debe a que los procesos de difusión química no son muy eficientes para modificar el perfil químico creado durante los pulsos térmicos. Por otra parte, no se espera la ocurrencia de una gran cantidad de pulsos térmicos, por lo que considerar hasta diez eventos abarca satisfactoriamente el alcance de esta investigación. Por el contrario, para los modelos más masivos los procesos de difusión que actúan durante la evolución de la enana blanca son muy eficientes. De esta forma, estos procesos erosionan fuertemente la región intershell (Althaus et al., 2010a) de modo que no se espera mayores incertezas debido a la ocurrencia de pulsos térmicos. En efecto, los modelos masivos no presentan grandes cambios en la estructura química al alcanzar la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti debido a la ocurrencia de los pulsos térmicos durante la evolución del progenitor. En la figura 5.5 mostramos el perfil químico aislado del helio de los modelos 0, 3 y 10 TP para ambas masas estelares consideradas. La presencia de la región intershell es evidente sólo para el modelo de menor masa (panel (a)) donde se observa que si la estrella evoluciona lo suficiente, esta región se vuelve cada vez más delgada. En este último caso, la región intershell es suavizada más eficientemente por los procesos de difusión. Por otro lado, en el modelo más masivo la evidencia de la evolución a través de la TP-AGB se traduce sólo en un leve cambio en la posición de la transición química.

Volviendo a la figura 5.4 podemos observar la correspondencia entre las variaciones en la estructura química con el impacto sobre la frecuencia de Brunt-Väisälä (paneles inferiores). En concordancia con el mayor impacto sobre la estructura del modelo de menor masa debido a la ocurrencia de los pulsos térmicos, podemos observar que el valor de la frecuencia es fuertemente modificado para tal modelo. En particular, el valor de la frecuencia se ve mayormente modificado por dos sucesos: el cambio en la posición de la transición química triple O/C/He que se desplaza en el rango  $-\log(q) \sim 1.1-1.3$  producto de la capa de quema de helio que se mueve en dirección a

## 5. Impacto sobre la estructura química y propiedades pulsacionales



**Figura 5.4.** Paneles superiores: distribución de abundancias internas de O, C y He en términos de la fracción de masa exterior para los modelos de ambas masas estelares. Los perfiles químicos corresponden a la etapa de ZZ Ceti,  $T_{\text{eff}} \sim 12000$  K. 0TP corresponde al modelo que abandona la AGB previo al primer pulso térmico (línea punteada roja) mientras que 3TP refiere al modelo que abandona la AGB hacia finales del tercer pulso térmico (línea negra sólida).

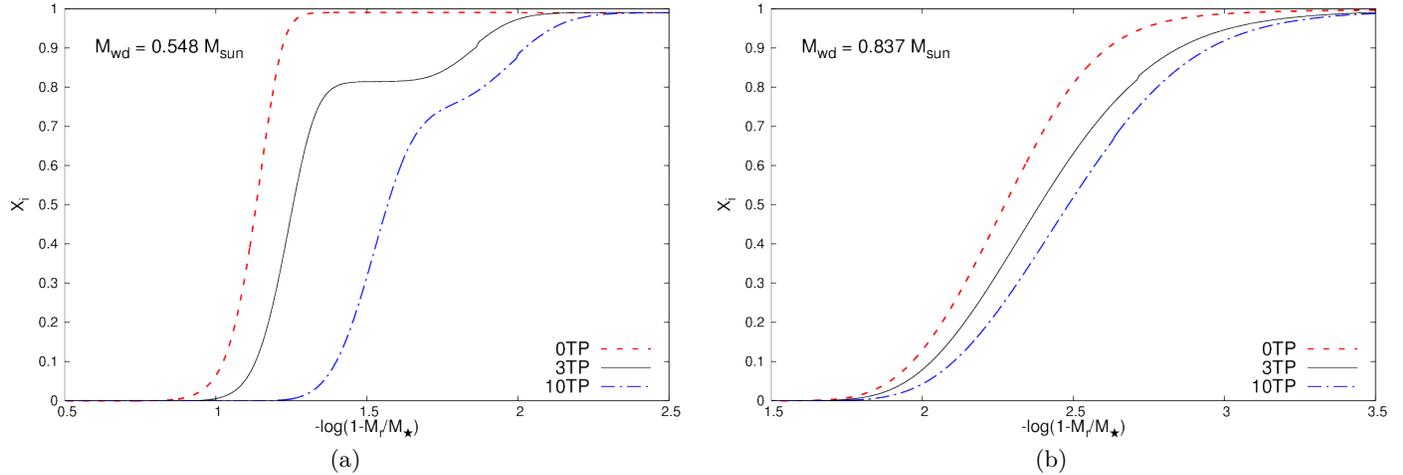
la superficie y, en menor medida, por la aparición de la región intershell en  $-\log(q) \sim 1.8$  debido al evento convectivo durante el flash de helio.

Por otra parte, si bien los modelos de ambas masas consideradas experimentan los mismos procesos físicos, es evidente que la frecuencia de Brunt-Väisälä se ve menos afectada para el modelo masivo. Esto se debe a dos características importantes: la primera está relacionada con la ausencia de la región intershell como comentamos previamente; la segunda está relacionada con la ubicación de la región de transición química núcleo-He. Es importante notar que si bien durante la evolución en la fase AGB las cenizas de la quema de helio en capa aumentan el valor de la masa del núcleo, este aumento se hace de forma diferenciada dependiendo de la masa del progenitor. En este sentido, en la figura 5.6 mostramos la evolución de la masa del núcleo libre de hidrógeno (HFC)<sup>1</sup> en función de la cantidad de pulsos térmicos experimentados por progenitores de masa  $M_{ZAMS}/M_{\odot} = 0.85, 1.50, 2.25$ . Para poder apreciar mejor las pendientes del crecimiento del HFC, situamos el origen de todas las curvas en un mismo punto (0.525) y en paréntesis el valor a ser sumado para obtener el valor real de la masa del HFC. Como mostramos allí, las pendientes de crecimiento de la masa del HFC disminuyen a medida que se consideran modelos más masivos. En este sentido, el cambio en la ubicación de la transición química núcleo-He responde de acuerdo al crecimiento del HFC y en consecuencia es de mayor relevancia para el modelo de menor masa considerado en este trabajo.

El impacto sobre el espectro de períodos puede observarse en la figura 5.7. Allí se exhibe el impacto de la cantidad de pulsos térmicos sobre el espectro de períodos teóricos (eje-Y) para cada

<sup>1</sup>La masa del núcleo libre de hidrógeno es una medida del tamaño de la futura enana blanca.

modo de pulsación de orden radial fijo (eje-X). En este trabajo hemos cuantificado el impacto sobre los períodos como la simple diferencia absoluta del valor del período para cada orden radial  $k$ . En particular en nuestro análisis hemos tomado como referencia los períodos provenientes del modelo 3TP por lo que las diferencias corresponden a  $|P_k^{0TP} - P_k^{3TP}|$  (línea sólida con círculos llenos) y  $|P_k^{10TP} - P_k^{3TP}|$  (línea punteada con círculos vacíos), para el mismo orden radial  $k$ .

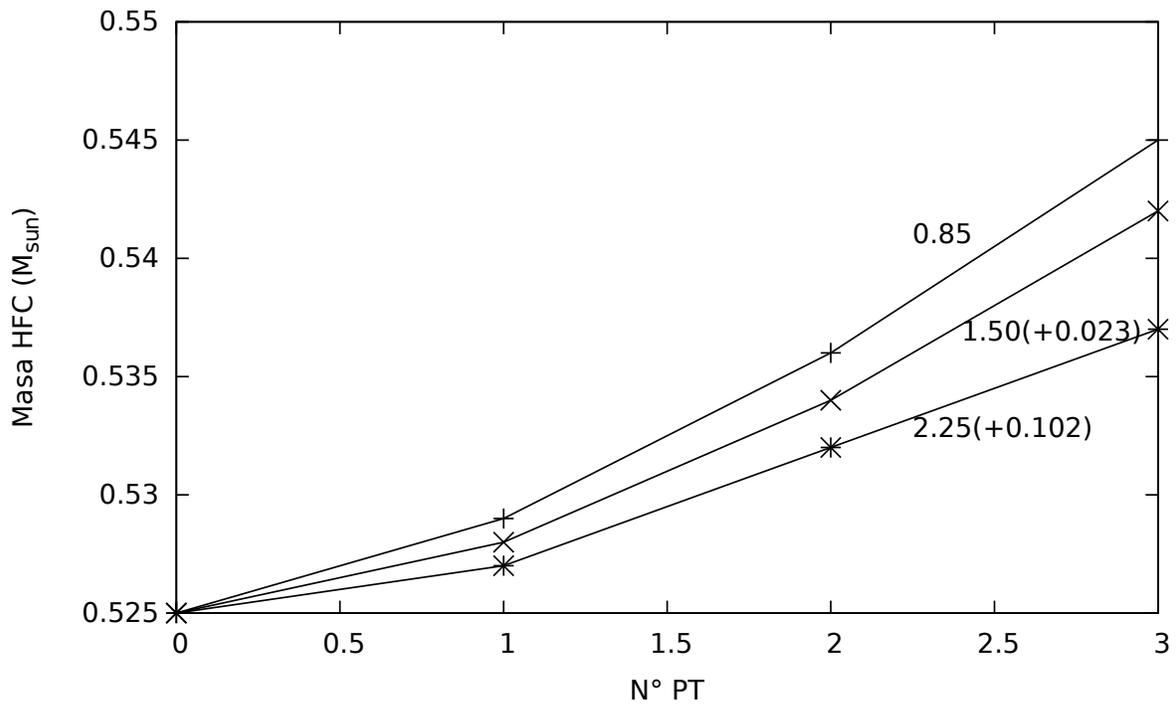


**Figura 5.5.** Abundancia interna de He en términos de la masa exterior para modelos en la etapa de ZZ Ceti para los cuales el progenitor abandona la AGB previo al primer pulso térmico ó experimenta tres ó diez pulsos térmicos (modelos 0, 3 y 10TP respectivamente).

Claramente, y de acuerdo a lo expuesto en párrafos previos, el impacto sobre los modos pulsacionales es mayor para los modelos de baja masa. Particularmente en este caso, las diferencias en los períodos pueden alcanzar hasta 22 s para ciertos modos específicos. Los modos de bajo orden radial son aquellos que muestran mayor variación porcentual en los períodos ( $\Delta P_k/P_k$ ), aunque al momento de hacer los ajustes astrosismológicos, capítulo 6, la cantidad de interés es la variación absoluta ( $|\Delta P_k| = |P_k^{obs} - P_k^{modelo}|$ ). Por otro lado, no es sorprendente entonces encontrar que, para el modelo masivo, las diferencias en los períodos para orden radial fijo sean menores. De hecho, como los procesos de difusión son más eficientes, las posibles diferencias en la estructura química desarrolladas durante la etapa AGB han sido casi completamente eliminadas al llegar al estadio de ZZ Ceti. De la figura 5.7(b), podemos observar que para caso más desfavorable, ciertos modos pueden mostrar variaciones de hasta  $\sim 8$  s, siendo el promedio de variación  $\sim 2-3$  s.

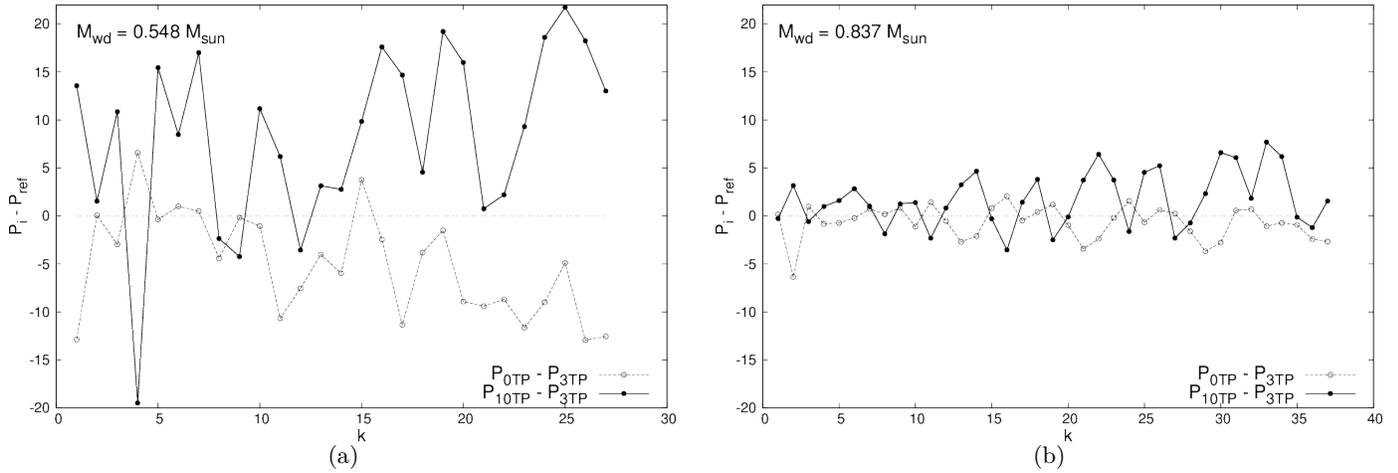
## 5.2. Overshooting durante la quema central de helio

Otro de los procesos que no se conoce con total certeza y que afecta la estructura final del núcleo de carbono-oxígeno de las ZZ Ceti, está relacionado con la ocurrencia de overshooting. El tamaño preciso del núcleo convectivo y de las regiones de mezcla son, en la actualidad, una de las mayores incertezas que afectan los cálculos de la estructura y evolución estelar. Particular-



**Figura 5.6.** Esquema gráfico del crecimiento de la masa del núcleo libre de hidrógeno (HFC) durante los primeros pulsos térmicos. Para una mejor apreciación de las pendientes de las curvas, situamos el origen en el mismo punto.

## 5.2. Overshooting durante la quema central de helio



**Figura 5.7.** Diferencias en los períodos teóricos correspondientes a modelos de enanas blancas provenientes de la evolución de progenitores que experimentan diferente número de pulsos térmicos.

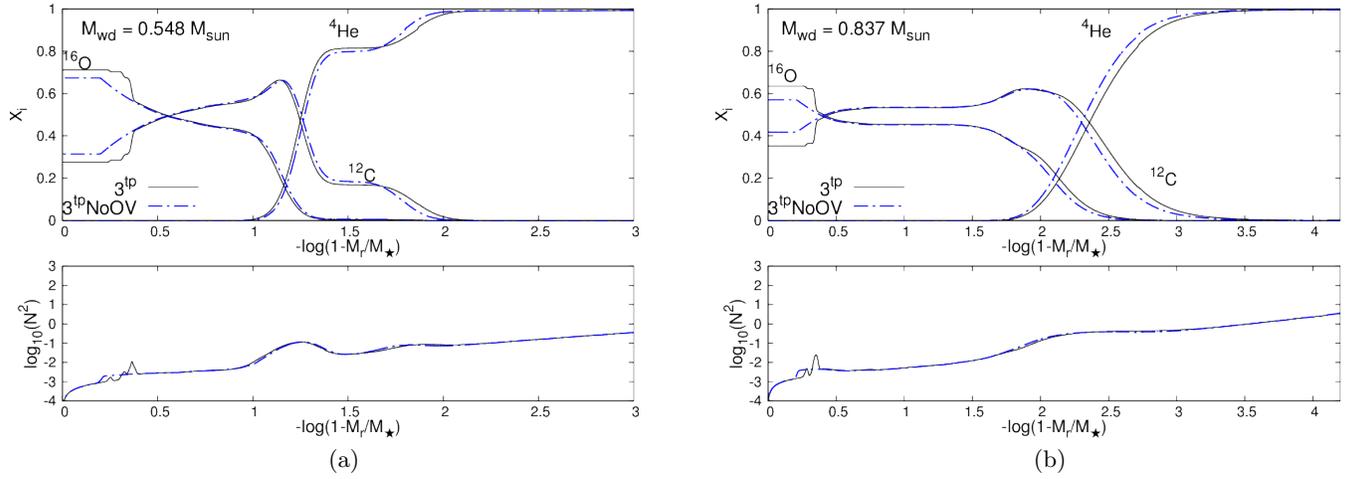
mente la cantidad de overshooting considerado durante la quema central de helio no se conoce completamente y afecta fuertemente los perfiles químicos internos, la masa del núcleo convectivo y la estratificación de temperatura.

Si bien existen indicios de que una cierta cantidad de overshooting debería ocurrir en el núcleo convectivo durante la quema central de helio, no se sabe con certeza en que cantidad debería ocurrir (para más detalles sobre este tópico, ir a la sección 3.2). Es por eso que en este capítulo nos centraremos en medir el impacto de la ocurrencia de overshooting a partir de considerar dos escenarios distintos: uno en el que se adopta un parámetro de overshooting estándar con  $f = 0.016$  y otro escenario extremo en el que se suprime por completo este fenómeno (modelos 3TP y 3TPNoOV respectivamente). Ambos modelos experimentan tres pulsos térmicos y luego evolucionan a la fase de enana blanca. Las diferencias en la estructura química son puramente debidas a la cantidad de overshooting adoptado.

En la figura 5.8 se exhiben los perfiles químicos internos de los modelos estudiados que tienen en cuenta overshooting estándar (línea llena negra) y el modelo en el cual suprimimos el overshooting (línea a trazo azul). Tres diferencias principales en la estructura química emergen de este escenario. La primera está relacionada con la mayor abundancia central de oxígeno en aquellos modelos que incluyen overshooting. Esto se debe a que un parámetro de overshooting mayor deriva en una mayor ingestión de helio fresco el cual, en una zona rica en  $^{12}\text{C}$ , favorece la producción de  $^{16}\text{O}$ . En nuestros modelos la abundancia fraccional de oxígeno aumenta de 0.641 a 0.704 y de 0.565 a 0.627 para los modelos de  $M_{wd}/M_{\odot} = 0.548, 0.837$  respectivamente. Pese a ser una de los principales efectos sobre la estructura del núcleo de la futura enanas blancas, el cambio en el valor de la abundancia interna (perfiles planos) de  $^{16}\text{O}$  y, en consecuencia del  $^{12}\text{C}$ , no afectan el perfil de la frecuencia de Brunt-Väisälä, como puede observarse en los paneles inferiores de la figura 5.8.

Otro de los cambios estructurales derivados de la inclusión de overshooting durante la quema central de helio y que persisten al alcanzar la etapa de ZZ Ceti, está relacionado con la produc-

## 5. Impacto sobre la estructura química y propiedades pulsacionales



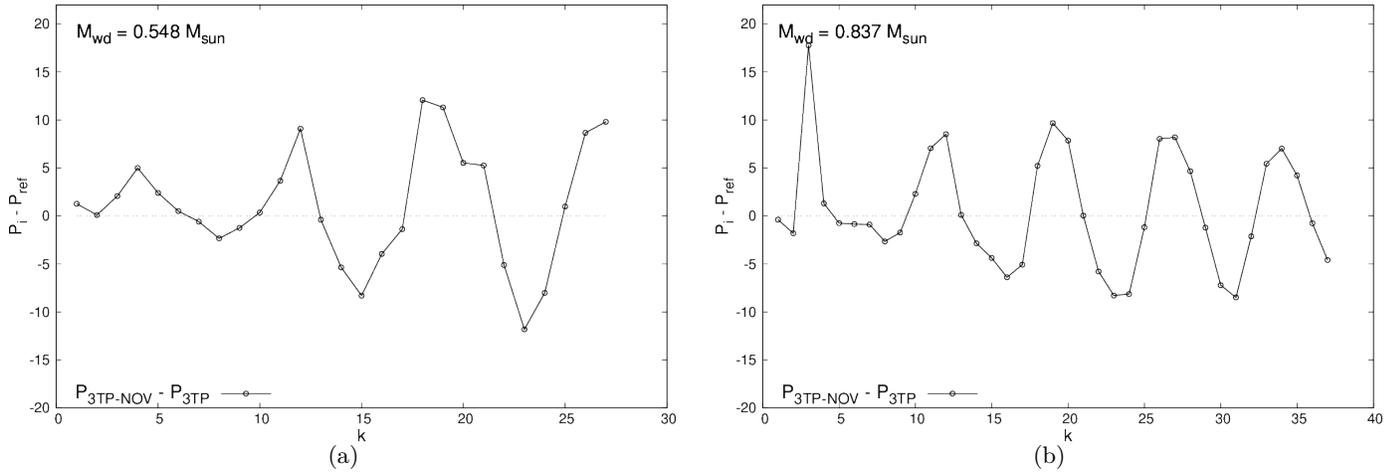
**Figura 5.8.** Perfiles químicos asociados a modelos de estrellas enanas blancas provenientes de progenitores en los que durante la fase de quema central de helio se tiene en cuenta un overshooting estándar (modelos  $3^{tp}$ ) y otro en el cual se suprime este efecto (modelos  $3^{tp}\text{NoOV}$ ).

ción de perfiles químicos escalonados en la parte exterior del núcleo. Estos perfiles escalonados, situados en  $\sim -\log(1 - M_r/M_\star) \sim 0.4$ , no se encuentran presentes cuando se inhibe el overshooting y es el principal causante de las diferencias encontradas en el valor esperado en la frecuencia teórica de Brunt-Väisälä. Finalmente, las diferencias inducidas en las regiones de transición no constituyen una fuente apreciable de variación de la frecuencia de Brunt-Väisälä, de hecho se observa que la posición de las zonas de transición química cambian pero muy levemente.

Finalmente, en la figura 5.9, exhibimos el impacto de la inclusión de overshooting sobre el espectro de períodos pulsacionales. Las variaciones en los períodos a orden radial fijo son en promedio menores que las introducidas por las incertezas en los pulsos térmicos, alcanzando un máximo de 18 s para el modo de orden radial  $k = 3$ , figura 5.9(b). Además podemos distinguir que, a grandes rasgos, el impacto de la inclusión de overshooting es insensible a la masa del modelo. Como mencionamos al comienzo de esta sección, este análisis corresponde a un caso extremo en donde se inhibe el overshooting durante la quema central de helio. Si bien la extensión del núcleo convectivo durante la quema central de helio no es conocida con precisión, existen indicios basados en argumentos físicos e inferencias astrosismológicas a favor de la ocurrencia de overshooting, por lo que consideramos que nuestra suposición de no ocurrencia de overshooting constituye un escenario límite.

### 5.3. Impacto de la tasa de reacción $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$

La última incerteza a estudiar está relacionada con la tasa de la captura radiativa  $^{12}\text{C} + \alpha$ . Estudios recientes como los de Fields et al. (2016), así como también trabajos previos (Salaris et al., 2010) han hecho hincapié en la importancia que implica una determinación certera de las incertezas reales en nuestro conocimiento de esta reacción sobre los modelos evolutivos. Ambos



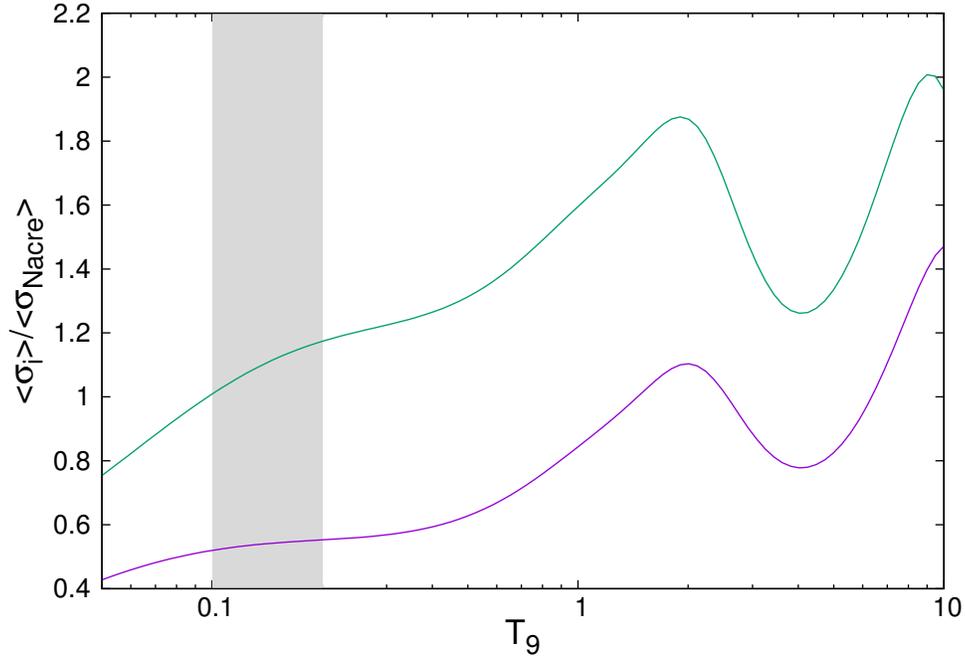
**Figura 5.9.** Diferencias en el espectro de períodos teóricos provenientes de modelos de enana blanca resultantes de la evolución de progenitores en los cuales se adoptaron diferentes parámetros de overshooting durante la quema central de helio.

trabajos muestran que las incertezas en la tasa para la reacción son una de las fuentes más importantes de errores sobre la edad de enfriamiento de la enana blanca, así cómo también masa y abundancias centrales de oxígeno y carbono.

Para poder determinar el impacto de esta incerteza tanto en la estructura química como en el espectro de períodos pulsacionales, nos hemos propuesto computar secuencias evolutivas en donde variamos la tasa de reacción durante la quema central de He de los progenitores. Particularmente hemos considerado dos valores diferentes para la tasa de reacción: un valor extremo superior y un valor extremo inferior que abarcan las posibles variaciones de la tasa de reacción (modelos  $K_h$  y  $K_l$  respectivamente, tomados del trabajo de Kunz et al., 2002). Además se consideraron modelos de enanas blancas caracterizados por un valor estándar para la tasa de reacción (Angulo et al., 1999, modelos Nacre). La elección de los valores extremos en la tasa de reacción, nos permite considerar el rango de variación posible de los perfiles químicos de carbono/oxígeno y helio de la enana blanca. Una vez finalizada la quema central de He, se siguió la evolución hasta que los modelos experimentaron algunos pulsos térmicos en la TP-AGB y luego evolucionaron por la fase de enfriamiento de las enanas blancas, hasta alcanzar la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti.

En la figura 5.10 exhibimos el cociente entre los valores extremos de las tasas de Kunz et al. (2002) y el valor recomendado provisto por Angulo et al. (1999) en función de la temperatura en millones de grados kelvin. Durante la quema central de helio las temperaturas son del orden  $T \sim 2 \times 10^8$  K (región gris). Allí los cocientes respectivos de las tasas de reacción son aproximadamente  $\langle \sigma_{K_l} \rangle / \langle \sigma_{K_{\text{Nacre}}} \rangle \sim 0.55$  y  $\langle \sigma_{K_h} \rangle / \langle \sigma_{K_{\text{Nacre}}} \rangle \sim 1.1$ .

Las correspondientes estructuras químicas de los modelos de masa  $0.548 M_{\odot}$  y  $0.837 M_{\odot}$  inducidas por cada una de las tasas de reacción adoptadas son exhibidas en la figura 5.11. Los perfiles químicos presentados corresponden a modelos evolucionados hasta la etapa de ZZ Ceti. En acuerdo con los valores encontrados para los cocientes  $\langle \sigma_i \rangle / \langle \sigma_{\text{Nacre}} \rangle$  las estructuras químicas

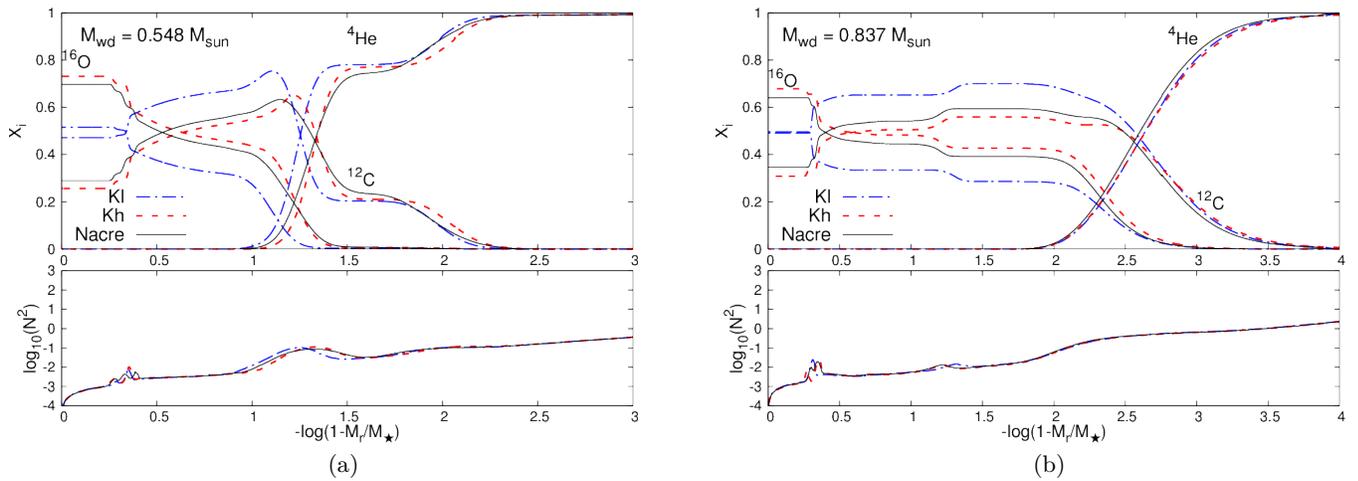


**Figura 5.10.** Cociente entre las tasas de reacción extremas superior e inferior para  $^{12}\text{C} + \alpha$  obtenidas del trabajo de Kunz et al. (2002) ( $K_h$  y  $K_h$  respectivamente) respecto a la tasa estándar del trabajo de Angulo et al. (1999), curvas verde y violeta respectivamente.

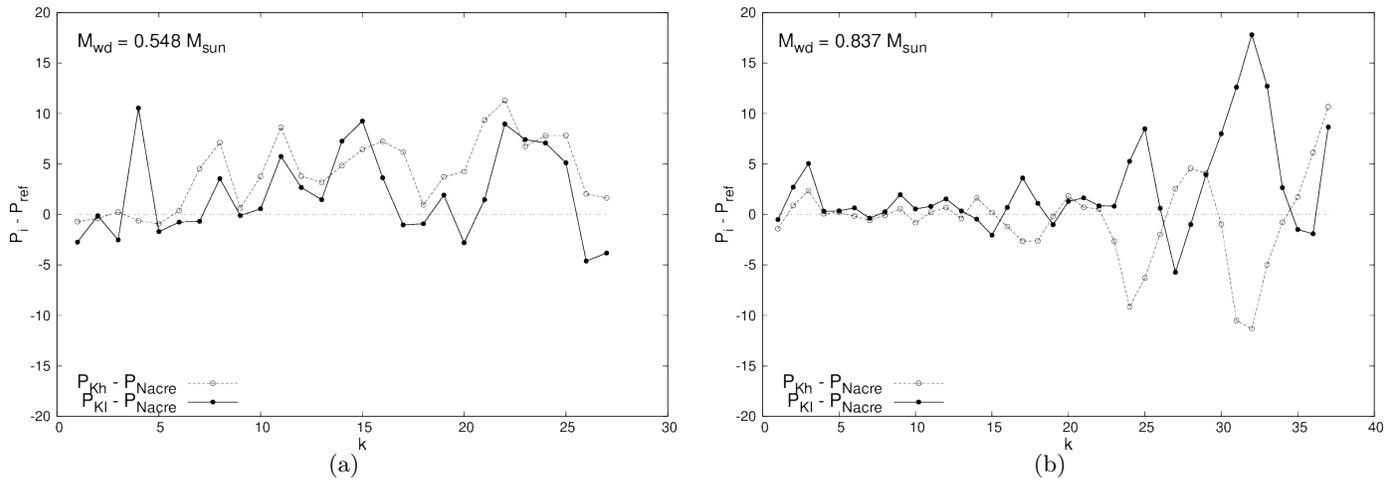
asociadas a las tasas de reacción  $K_h$  y Nacre muestran similitudes entre sí. El cambio en la forma del perfil químico de  $^{16}\text{O}$  inducido por la eficiencia de la reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$ , tiene como consecuencia importantes cambios estructurales tanto en el valor de las abundancias como en las regiones de transición química y en la forma de los perfiles en el borde del núcleo. Particularmente son estos dos últimos atributos los encargados de modificar el perfil de la frecuencia de Brunt-Väisälä como se muestra en los paneles inferiores de la figura 5.11.

Así como en el estudio previo donde analizamos el impacto de la ocurrencia de overshooting durante la quema central de helio, las diferencias encontradas en las abundancias centrales de  $^{16}\text{O}$  (perfiles planos) no modifican el valor de la frecuencia de Brunt-Väisälä en esa región. Esto se debe a que la contribución del término  $B$  a la frecuencia  $N$  proviene de los gradientes químicos (ver ecuación (1.6)). Las diferencias inducidas sobre el espectro de períodos teóricos debido al cambio en la estructura química, son presentados en la figura 5.12. La figura muestra la comparación (diferencia) en los períodos derivados de los modelos que adoptan diferente tasa de reacción, comparados para un mismo orden radial. En este caso hemos tomado como referencia los modelos calculados con la tasa estándar de Nacre y graficamos las diferencias  $\Delta P_k = P_k^{Kh} - P_k^{Nacre}$  (línea punteada con círculos vacíos) y  $\Delta P_k = P_k^{Kl} - P_k^{Nacre}$  (línea llena con círculos llenos). En general, aquellos modos de bajo orden radial son los más afectados cuando se toma la tasa de reacción inferior. Particularmente, cuando consideramos el modelo menos masivo, las diferencias en los períodos son apreciables tanto para modos de bajo como los de alto orden radial, con diferencias

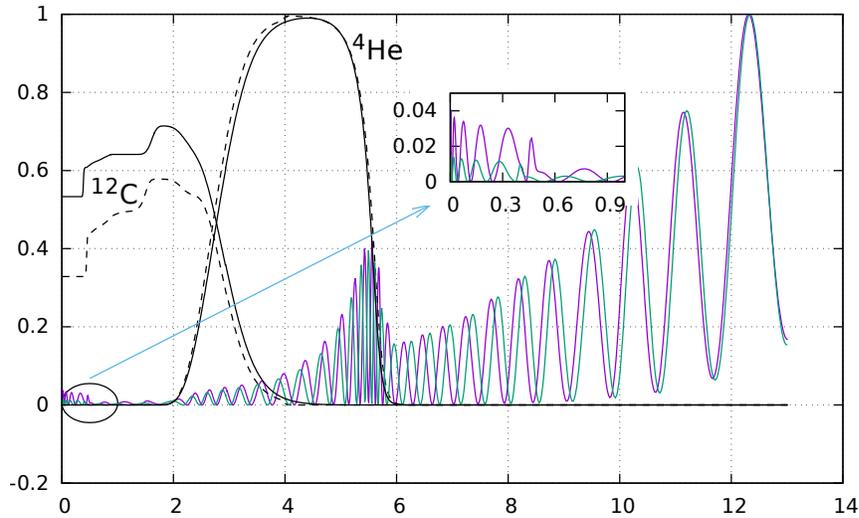
máximas que pueden alcanzar los 11 s. Por el contrario, cuando se considera el modelo masivo, los modos de pulsación de bajo orden radial,  $k < 23$ , muestran diferencias pequeñas en los períodos independientemente de la tasa de reacción adoptada, con diferencias máximas de  $|\Delta P| \sim 5$  s. Estas pequeñas diferencias encontradas en los modos de bajo orden radial reflejan el suave comportamiento del perfil químico en la parte más externa del núcleo de carbono-oxígeno, para el caso del modelo más masivo. Pero, por el contrario, vemos que a partir de ordenes radiales  $k > 23$  las diferencias son más apreciables, pudiendo alcanzar  $|\Delta P| \sim 18$  s. Esto evidencia que algunos de los modos de alto orden radial son sensibles a la estructura química del núcleo. En este sentido, en la figura 5.13 mostramos los perfiles químicos para el  $^{12}\text{C}$  y  $^4\text{He}$  y la función de peso del modo de oscilación  $\ell = 1$ ,  $k = 36$  para un modelo de alta masa. La función peso provee una medida de la contribución relativa de las diferentes zonas del modelo, a la formación del período. En la figura se evidencia que, si bien la mayor parte del período se forma en la parte más externa, existe cierta contribución del interior de la estrella y es allí donde se encuentran las mayores diferencias en la amplitud de la función peso.



**Figura 5.11.** Perfiles químicos internos asociados a modelos de enana blanca provenientes de la evolución de progenitores en los que durante la etapa de quema de helio se adoptaron las tasas de reacción  $K_h$ ,  $K_I$  y Nacre.



**Figura 5.12.** Diferencias en el espectro de períodos teóricos entre modelos que adoptan diferentes tasas de reacción para  $^{12}\text{C} + \alpha$ .



**Figura 5.13.** Perfiles químicos para el  $^{12}\text{C}$  y  $^4\text{He}$  para las tasas de reacción Kh (línea a trazos) y Kl (línea llena) y valores de la función peso para el modo de oscilación de orden radial  $k = 36$  para un modelo de  $M_{ZAMS} = 5M_{\odot}$

## Capítulo 6

# Impacto sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti

En este capítulo analizaremos el impacto de las incertezas estudiadas sobre las determinaciones de los parámetros estelares más importantes inferidos a través de la astrosismología. Para ello, como primer paso, haremos un análisis estadístico aplicado un conjunto de espectros de períodos generados al azar (random) que luego se contrastará con los resultados obtenidos de aplicar la astrosismología a estrellas ZZ Ceti reales.

Parte de los resultados volcados en este capítulo han sido incluidos en un artículo aceptado para su publicación en la revista *Astronomy & Astrophysics*, titulado “Asteroseismology of ZZ Ceti stars with fully evolutionary white dwarf models. II. The impact of thermal pulses in the AGB on the asteroseismic inferences.” (De Gerónimo et al. 2017 ). Por otro lado, los resultados que corresponden a las incertezas ligadas a la tasa de reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  están incluidas en un trabajo que se encuentra en proceso de escritura titulado “Asteroseismology of ZZ Ceti stars with fully evolutionary white dwarf models. III. The impact of  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  reaction rate during core helium burning on the asteroseismic inferences” próximo a enviarse para su publicación.

### 6.1. Primera aproximación: astrosismología a estrellas ZZ Ceti artificiales

En esta primera parte estudiaremos el impacto de las incertezas en la evolución previa sobre los parámetros estelares básicos derivados de la astrosismología empleando espectros de períodos sintéticos. Estos espectros de períodos sintéticos han sido generados en los rangos característicos de los períodos que exhiben las estrellas ZZ Ceti, y nos referiremos a ellos como “estrellas ZZ Ceti artificiales”. Con esta aproximación es posible dar valores medios en la desviación de los parámetros estelares, que de otra forma no sería posible.

Cada una de estas estrellas ZZ Ceti artificiales fueron definidas como un conjunto de tres períodos generados al azar con valores característicos de los períodos de pulsación de las estrellas ZZ Ceti ( $\Pi_i \in [70 : 1500]$  segundos) utilizando la herramienta interna de Bash \$RANDOM. \$RANDOM devuelve un número entero pseudo-random con periodicidad<sup>1</sup>  $16 \times ((2^{31} - 1))$  lo cual, para nuestros propósitos, es suficiente. Para nuestro análisis estadístico hemos calculado 1000

---

<sup>1</sup>Período en el cual la secuencia de números pseudo-random comienza a repetirse.

## 6. Impacto sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti

conjuntos de tres períodos al azar (es decir, 1000 estrellas artificiales), permitiéndonos obtener un muestreo amplio. Como paso siguiente, para cada una de estas estrellas artificiales, realizamos el análisis astrosismológico correspondiente considerando aquellos modelos que tienen en cuenta las incertezas a estudiar. Una vez realizado el ajuste astrosismológico, se compararon los parámetros estelares más importantes.

En nuestro análisis hemos tenido en cuenta que las distribuciones de los períodos (y de las amplitudes) que exhiben las estrellas ZZ Ceti no son uniformes a lo largo de la banda de inestabilidad. En este sentido, el trabajo realizado por Mukadam et al. (2006) muestra que existen dos clases bien definidas de estrellas ZZ Ceti: aquellas caracterizadas por modos de pulsación con períodos menores que 350 s y amplitudes pequeñas (localizadas en el borde azul de la banda de inestabilidad) y aquellas con modos de pulsación con períodos mayores que 650 s con mayores amplitudes (localizadas en el borde rojo de la banda de inestabilidad). Motivados por este patrón encontrado, hemos decidido generar 1000 estrellas artificiales y aplicar los ajustes astrosismológicos en cada uno de los intervalos de períodos:

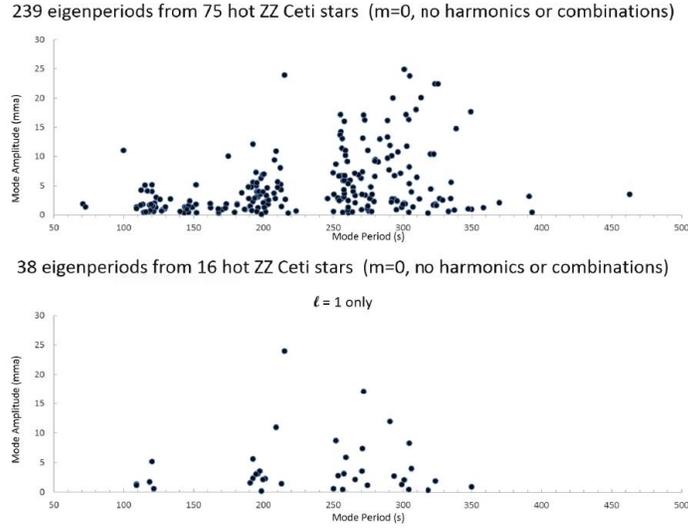
- 95 a 350 segundos (Región I),
- 350 a 650 segundos (Región II),
- 650 a 1300 segundos (Región III).

Los modelos de mejor ajuste se eligen de acuerdo a la función de calidad Castanheira and Kepler (2008):

$$\phi = \phi(M_{\star}, M_H, T_{eff}) = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [\Pi_k^{th} - \Pi_k^{obs}]^2 A_i}{\sum_{i=1}^N A_i}} \quad (6.1)$$

buscando aquellos modelos que la minimicen. Esto nos asegura que el modelo seleccionado es aquel que muestra los períodos más cercanos a la estrella considerada. En nuestro caso, hemos tomado las amplitudes de nuestras estrellas artificiales como  $A_i = 1$ , y reemplazamos  $\Pi^{obs}$  por  $\Pi^{ran}$  (es decir, tomamos a los períodos al azar como los observados).

Si bien la distribución inicial de períodos al azar fue elegida como una distribución uniforme, es sabido que las estrellas ZZ Ceti muestran un patrón en los períodos exhibidos. Prueba de esto es la reciente investigación realizada por Clemens et al. (2016) en donde los autores advierten, a partir de un histograma de los períodos de estrellas ZZ Ceti calientes observadas, la existencia de diversos agrupamientos de períodos alrededor de ciertos valores específicos, como puede verse en la figura 6.1. Este hecho en principio estaría en desacuerdo con nuestra suposición de distribución uniforme de períodos usada a la hora de generar las estrellas artificiales. Sin embargo, como veremos más adelante, al fijar un valor umbral para la función calidad  $\phi_{lim}$  a partir del cual descartamos aquellos modelos con  $\phi > \phi_{lim}$ , se produce un efecto de auto-selección que soluciona este aparente “defecto”. Para estrellas artificiales con períodos en RI hemos fijado  $\phi_{lim} = 6$  s mientras que para aquellas en RII y RIII tomamos  $\phi_{lim} = 3$  encontrando 153, 293 y 620 modelos de mejor ajuste respectivamente. La elección de los valores límites para la función calidad se obtienen de un balance entre lo que consideramos un buen modelo de ajuste (que la diferencia entre los períodos del modelo y la estrella no sean grandes) y la cantidad de estrellas que satisfacen la condición  $\phi < \phi_{lim}$ . Es decir, si hacemos muy pequeño el valor  $\phi_{lim}$  pocas estrellas satisfarán esta condición y no tendremos el muestreo suficiente como para hacer un análisis estadístico,



**Figura 6.1.** Histograma de los períodos observados en estrellas ZZ Ceti de períodos cortos para 75 estrellas ZZ Ceti calientes (panel superior) y para 16 estrellas en donde se pudieron identificar los modos como  $\ell = 1$ . Figura tomada del trabajo de Clemens et al. (2016).

mientras que si hacemos muy grande el  $\phi_{lim}$ , los modelos pueden no reproducir del todo bien los períodos deseados.

En general, cuando se realizan ajustes astrosismológicos sobre estrellas reales, pueden usarse restricciones “externas” como temperatura efectiva, masa o gravedad superficial para descartar aquellos modelos que no están de acuerdo con los parámetros observacionales, ver sección 4.3.1 de Romero et al. (2012). En este primer estudio utilizamos estrellas pulsantes artificiales con valores de períodos de pulsación generados al azar, sin ninguna suposición previa. Esto impide que podamos aplicar restricciones “externas” para poder descartar modelos de mejor ajuste, por lo que los resultados presentados aquí revelan las diferencias entre los modelos de mejor ajuste que simplemente minimizan el valor de la función de calidad  $\phi$ .

### 6.1.1. Impacto sobre los parámetros estelares: Pulsos térmicos

Como vimos previamente en la sección 3.3, existe evidencia diversa de que algunos progenitores de enanas blancas evitan la fase TP-AGB. En este contexto como vimos en el capítulo 5, si la estrella atraviesa o no la fase TP-AGB es un punto fundamental en la determinación de su estructura interna y espectro de períodos, especialmente para estrellas de masa baja. En esta sección estudiaremos el impacto de los pulsos térmicos sobre las determinaciones astrosismológicas preferentemente sobre estrellas de baja masa. Para ello hemos calculado secuencias evolutivas de estrellas progenitoras de enanas blancas con masas iniciales  $0.85 \leq M_{ZAMS}/M_{\odot} \leq 2.25$  (masas finales en el rango  $0.5349 \leq M_{wd}/M_{\odot} \leq 0.6463$ ) desde la ZAMS hasta la fase AGB y luego hasta la etapa de enfriamiento de las estrellas enanas blancas. Durante la evolución en la fase AGB, mediante un aumento en la tasa de pérdida de masa, hemos forzado a las secuencias a abandonar

esta fase en dos estadios distintos: previo al primer pulso térmico y hacia finales del tercer pulso térmico, generando así los conjuntos de modelos 0TP y 3TP respectivamente. En estrellas de baja masa no se espera que ocurra una gran cantidad de pulsos térmicos, por lo que considerar tres eventos es suficiente para capturar la esencia de la estructura química que emerge en la fase TP-AGB. Por el otro lado, para masas estelares mayores sí esperamos que ocurran mayor cantidad de pulsos, pero como se mostró en el capítulo anterior (ver figura 5.7(b)) el espectro de períodos esperados en la etapa ZZ Ceti para enanas blancas masivas no está fuertemente afectado por el número de pulsos térmicos adicionales que experimenta la estrella progenitora.

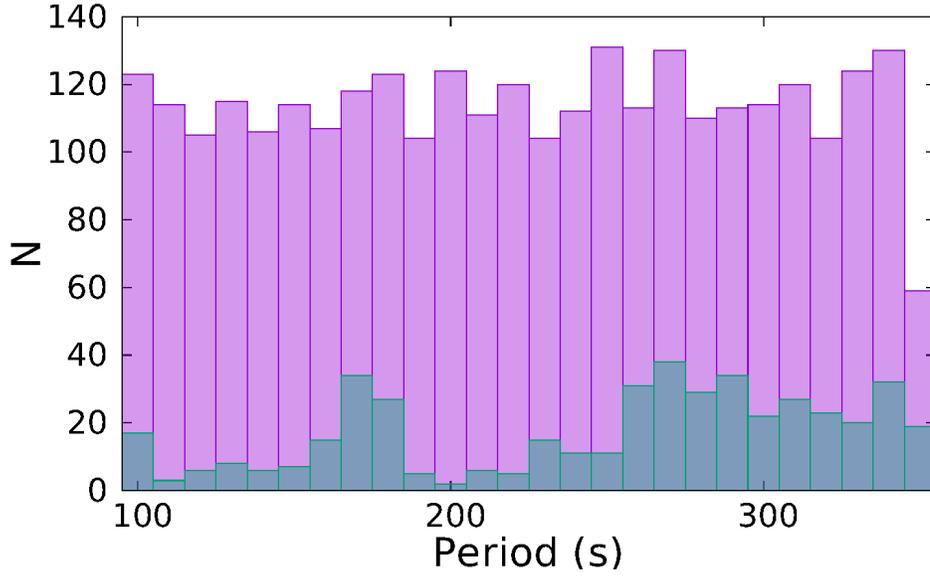
Una vez que la secuencia evolutiva del progenitor es forzada a abandonar la TP-AGB, continuamos su evolución en la fase de post AGB hasta alcanzar el punto en el diagrama HR de mayor temperatura previo al comienzo de la etapa de enfriamiento. En este punto, se generaron nuevas secuencias evolutivas con envolturas de hidrógeno más delgadas (ver capítulo 4) permitiendo variar la masa de la envoltura de hidrógeno desde el valor canónico hasta  $\log(M_H/M_{wd}) \sim -9$ . A partir de este punto, se siguió la evolución de los modelos de estrellas enanas blancas hasta que alcanzan la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti, en donde se calcularon sus respectivas propiedades pulsacionales. Una vez obtenidos los espectros de períodos teóricos para cada uno de los modelos, se realizaron los correspondientes ajustes astrosismológicos.

Originalmente los períodos de las estrellas artificiales fueron generados al azar con distribución uniforme. Sin embargo, el efecto de selección impuesto al pedir que se satisfaga la condición  $\phi < \phi_{lim}$  al hacer los ajustes astrosismológicos revela que los períodos efectivos<sup>2</sup> se encuentran agrupados. En la figura 6.2 se grafica el número de ocurrencia de períodos (N, eje-Y) con un cierto valor (Period (s), eje-X). Allí pueden distinguirse diversos agrupamientos alrededor de 100, 170, 270 y 340 segundos. Estos agrupamientos también se distinguen cuando se analiza los períodos de las estrellas ZZ Ceti del borde azul, (Clemens et al., 2016). Específicamente, comparando los períodos de modelos teóricos evolutivos de Romero et al. (2012), Clemens et al. (2016) encontró que la existencia de estos agrupamientos están de acuerdo con modelos de envoltura de hidrógeno masivas. A partir de simulaciones Monte Carlo, los autores también encontraron que la mayoría de las ZZ Ceti calientes tienen valores de  $M_H$  cerca del límite canónico con envolturas de He más delgadas que las predichas por los modelos evolutivos. Por otro lado, este tipo de agrupamiento en la distribución de períodos efectivos no se observan en estrellas artificiales de  $T_{eff}$  intermedia o frías.

A continuación, comparamos los valores obtenidos de los parámetros estelares más importantes derivados de la astrosismología realizada sobre los conjuntos de modelos 0TP y 3TP. Las diferencias en los valores de temperaturas efectivas derivados mediante la astrosismología puede apreciarse en la figura 6.3. Allí presentamos los histogramas correspondientes al porcentaje de estrellas ( $N/N_{tot}$ , eje-Y) con determinado valor de diferencias en la temperatura efectiva ( $|\Delta T_{eff}|/T_{eff3TP} = |T_{eff0TP} - T_{eff3TP}|/T_{eff3TP}$ <sup>3</sup>) para estrellas de temperatura alta, intermedia y baja (paneles superior, intermedio e inferior, respectivamente). Un gran porcentaje de los modelos de mejor ajuste muestran pequeñas diferencias en los valores de  $T_{eff}$  derivados de ajustes astrosismológicos. Esto puede verse en la figura como una concentración de casos hacia  $|\Delta T_{eff}|/T_{eff3TP} = 0$ . Esta característica está presente independientemente del rango de períodos que se considere. Si bien no existe un comportamiento exclusivamente monótono, existe una

<sup>2</sup>Definimos período efectivo a aquel perteneciente a una estrella ZZ Ceti artificial a la que se le ha podido asignar un modelo de mejor ajuste.

<sup>3</sup>Notar que hemos tomado como referencia el valor de la temperatura efectiva del modelo de mejor ajuste obtenido con el conjunto de 3TP. Esta convención se respetará para las otras cantidades.



**Figura 6.2.** Distribución uniforme de los 3000 números random inicial (barras violeta) y distribución de períodos efectivos (barras verde) en el intervalo 95 a 350 segundos.

tendencia de decrecimiento hacia diferencias relativas mayores en cada uno de los histogramas. Particularmente, la pendiente de decrecimiento exhibida por el histograma de modelos representativos de estrellas del borde rojo es la que manifiesta un menor valor. Esto implica que los modelos de estrellas ZZ Ceti frías son las que se ven más impactadas en este parámetro estelar debido a la ocurrencia de los pulsos térmicos.

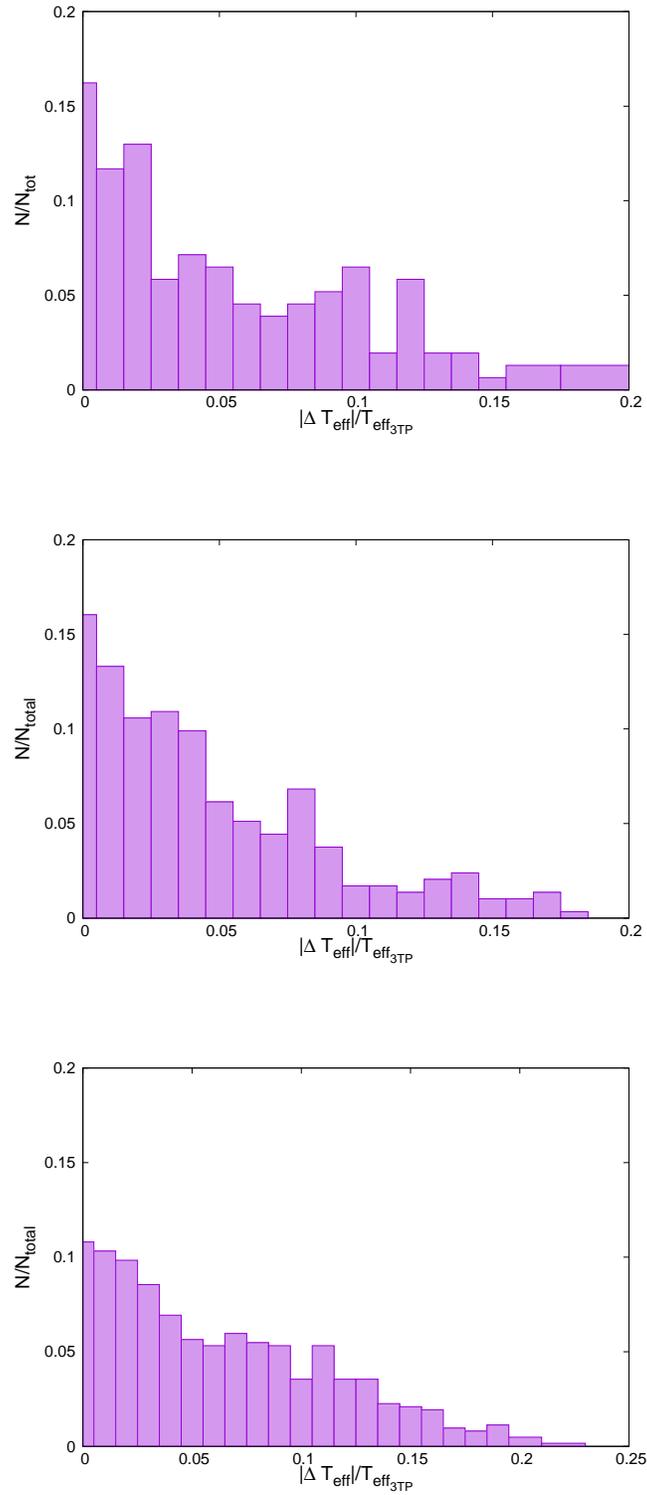
A través del ajuste de una función de Gaussiana de la forma:

$$f(x) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-(x-b)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.2)$$

a las distribuciones de las diferencias de la figura 6.2, encontramos que la desviación media en temperatura efectiva es de aproximadamente 700, 500 y 800 K para estrellas calientes, intermedias y frías respectivamente. Aunque estas variaciones medias pueden exceder los errores observacionales medios, vale la pena mencionar que alrededor del 50% de los casos considerados en cada una de las regiones, muestran diferencias menores que 300-350 K. En la figura 6.4, se muestra las determinaciones observacionales de temperatura efectiva, masa estelar, gravedad superficial, magnitud en el visual y tiempo de enfriamiento de la enana blanca en conjunto con sus respectivos errores. Los errores observacionales típicos en  $T_{eff}$  pueden variar entre 2% y 4.5%, mientras que para  $M_{wd}/M_{\odot}$  pueden variar entre un 4% y un 8% (Tremblay et al., 2011).

En la figura 6.5 mostramos histogramas correspondientes para las diferencias en la masa estelar para los modelos de temperatura alta, intermedia y baja (figuras superior, intermedio e inferior, respectivamente). Los paneles superiores corresponden a las diferencias relativas en la masa estelar ( $|\Delta M_{wd}|/M_{3TP}$ ) permitiendo a los demás parámetros estelares variar libremente. Cada histograma presenta un máximo primario para diferencias pequeñas. Sin embargo, también se advierten varios máximos secundarios. Estos máximos secundarios podrían estar relacionados

## 6. Impacto sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti



**Figura 6.3.** Histograma de las diferencias en la temperatura efectiva para estrellas ZZ Ceti artificiales con períodos en los rangos RI, RII y RIII (paneles superior, intermedio e inferior respectivamente)

**Table 1**  
SDSS DR4 Sample of DA White Dwarfs with S/N > 12

SDSS Name	Plate-MJD-Fiber	$T_{\text{eff}}$ (K)	$\log g$	$M/M_{\odot}$	$M_V$	$\log \tau$	Notes
J000006.75–004653.8	0685-52203-225	10850 (160)	8.39 (0.10)	0.85 (0.07)	12.52	8.95	
J000022.53–105142.1	0650-52143-217	8620 (110)	8.31 (0.15)	0.79 (0.10)	13.24	9.18	1
J000022.87–000635.7	0387-51791-166	23010 (470)	7.44 (0.06)	0.42 (0.01)	9.57	7.59	
J000034.07–010819.9	0685-52203-187	13090 (220)	8.01 (0.05)	0.61 (0.03)	11.52	8.50	
J000104.05+000355.8	0685-52203-490	13710 (600)	8.06 (0.08)	0.64 (0.05)	11.51	8.50	
J000127.48+003759.1	0685-52203-491	18560 (490)	7.84 (0.09)	0.53 (0.04)	10.66	7.88	
J000308.32–094147.0	0650-52143-550	8690 (90)	8.50 (0.12)	0.92 (0.08)	13.53	9.36	
J000357.63–004939.1	0387-51791-005	9740 (100)	8.95 (0.10)	1.18 (0.04)	13.98	9.41	
J000428.98+005801.9	0685-52203-621	16410 (500)	7.85 (0.10)	0.54 (0.05)	10.90	8.10	
J000441.75+152841.1	0751-52251-393	8710 (60)	8.20 (0.09)	0.72 (0.06)	13.02	9.07	

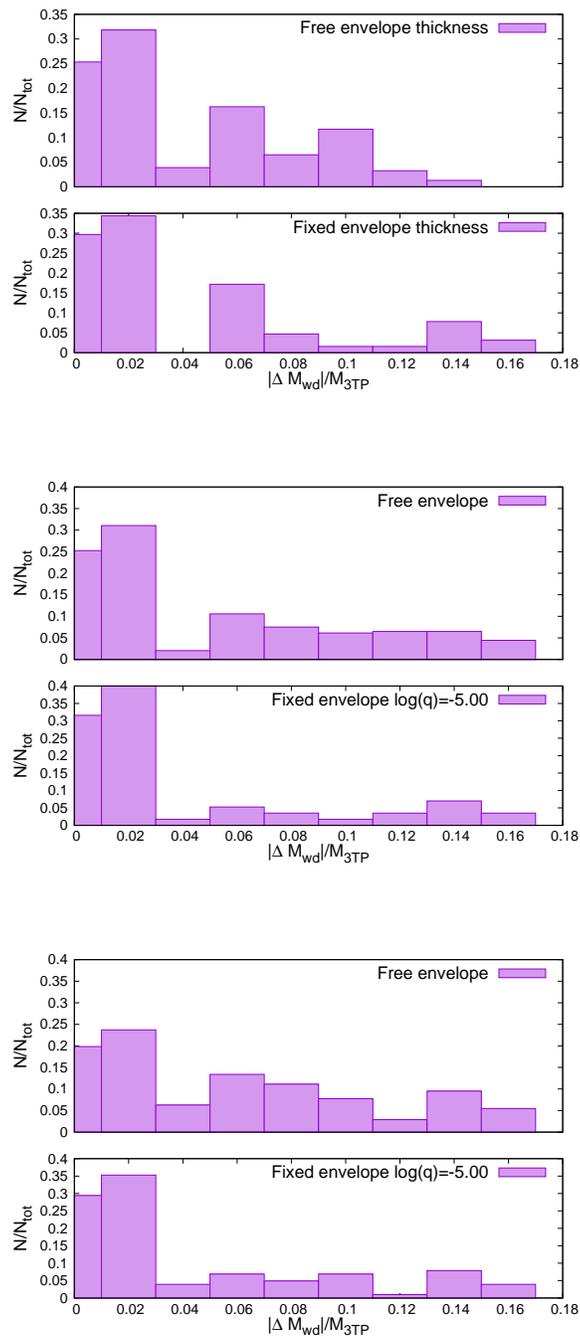
**Figura 6.4.** Determinaciones observacionales de temperatura efectiva, gravedad, masa estelar, magnitud en el visual y tiempo de enfriamiento de la enana blanca (con sus respectivos errores en paréntesis) para un muestro de enanas blancas DA del Sloan Digital Sky Survey Data Release 4 (Tremblay et al., 2011).

con la degeneración núcleo/envoltura, la cual fue descubierta y explorada por (Montgomery et al., 2003). En dicho trabajo, los autores advierten la existencia de una simetría en las propiedades de atrapamiento de modos. Más específicamente, que existe una simetría inherente en la forma en la cual las pulsaciones de alto grado armónico muestrean los núcleos y envolturas de los modelos. En este sentido, mostraron que un cierto rasgo característico en la frecuencia de Brunt-Väisälä en el núcleo, puede producir el mismo patrón de atrapamiento que la característica correspondiente en la frecuencia de Brunt-Väisälä en la envoltura. Este hecho puede conducir a una ambigüedad en la interpretación de los períodos, así como también en determinación de las posiciones de las transiciones y rasgos de la estructura química y como consecuencia en la interpretación de los ajustes astrosismológicos.

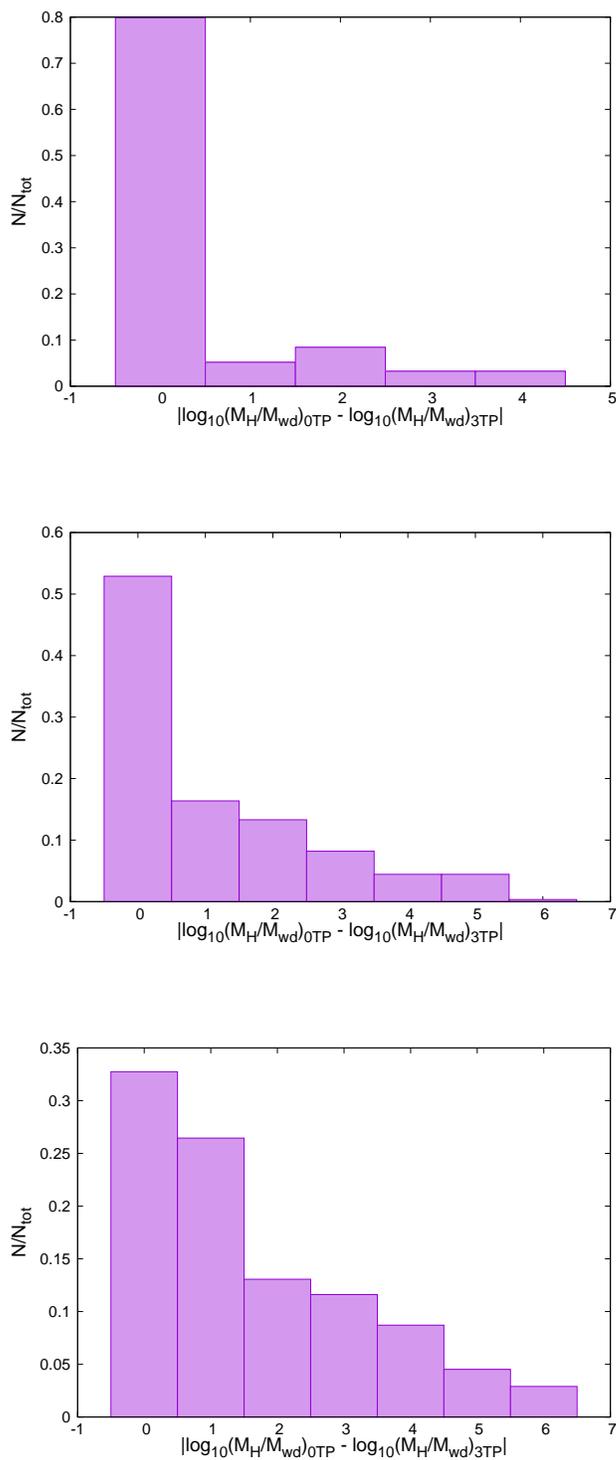
En nuestro caso podría suceder que dos modelos con estructuras químicas del núcleo y envoltura muy diferentes, proporcionen un buen ajuste a los períodos de los espectros sintéticos. Dado que en los paneles superiores de la figura 6.5 se observan varios máximos secundarios en la distribución, estos probablemente sean producidos por la simetría núcleo/envoltura. En este sentido, intentamos romper con esta posible degeneración. Para ello hemos re-calculado los ajustes astrosismológicos pero esta vez considerando modelos con un valor de la masa de la envoltura de hidrógeno de  $M_H \sim 4 \times 10^{-6} M_{wd}$  fijo. Los resultados correspondientes pueden observarse en los paneles inferiores de la figura 6.5. Si bien alguno de los máximos secundarios todavía persisten, existe un incremento en la cantidad de casos que muestran diferencias menores que las espectroscópicas (ahora más de un 70 %), las cuales tomamos en promedio 4-5 %. En este punto queremos hacer un fuerte hincapié en el hecho de que las diferencias encontradas en la masa estelar de los modelos de mejor ajuste, provienen del hecho de que los modelos con diferente masa estelar tienen estructuras internas distintas.

Finalmente analizamos las desviaciones inducidas sobre los valores del espesor de la envoltura de hidrógeno,  $M_H$ , determinados mediante la astrosismología. En la figura 6.6 mostramos la distribución de diferencias resultante de considerar ambos conjuntos de secuencias evolutivas. Particularmente en este caso, el histograma se hace en base a la cantidad  $|\log(M_H/M_{wd})_{0TP} -$

## 6. Impacto sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti



**Figura 6.5.** Histograma de las diferencias en la masa estelar para estrellas artificiales con períodos en los rangos RI, RII y RIII. En los paneles superiores mostramos los resultados correspondientes a aquellos modelos en los que se permite variar libremente todos los parámetros estelares, mientras que en los paneles inferiores se muestran los resultados en los que se adopta un único espesor de la envoltura de hidrógeno.



**Figura 6.6.** Histograma para las diferencias en las determinaciones de la masa de la envoltura de hidrógeno para estrellas artificiales con períodos en los rangos RI, RII y RIII (paneles superior, medio e inferior respectivamente).

$|\log(M_H/M_{wd})_{3TP}|$ , es decir, la diferencia en el *orden de magnitud* de los respectivos valores de  $M_H/M_{wd}$ . La mayor parte del muestreo de modelos representativos de ZZ Ceti calientes no muestran diferencias en los valores de la envoltura de hidrógeno, notar que existe un agrupamiento muy importante alrededor de  $|\log(M_H/M_{wd})_{0TP} - \log(M_H/M_{wd})_{3TP}| \sim 0$ . Es decir, no esperamos diferencias en las determinaciones de la envoltura de H debido a incertezas en la evolución durante la TP-AGB. Por el contrario para los modelos de estrellas ZZ Ceti más frías, las incertezas de la fase TP-AGB impactan de forma más pronunciada la masa de la envoltura de hidrógeno determinada astrosismológicamente. Este comportamiento es esperado a priori ya que parte de los modos de pulsación de alto orden radial, comunes en las estrellas ZZ Ceti frías, son muy sensibles a la estructura química externa. Aplicando un ajuste Gaussiano a los respectivos histogramas de diferencias, la desviación media es de menos de un orden de magnitud para estrellas de temperaturas altas e intermedias y de 2 órdenes de magnitud para estrellas frías.

### 6.1.2. Impacto sobre los parámetros estelares: tasa de reacción $^{12}\text{C} + \alpha$

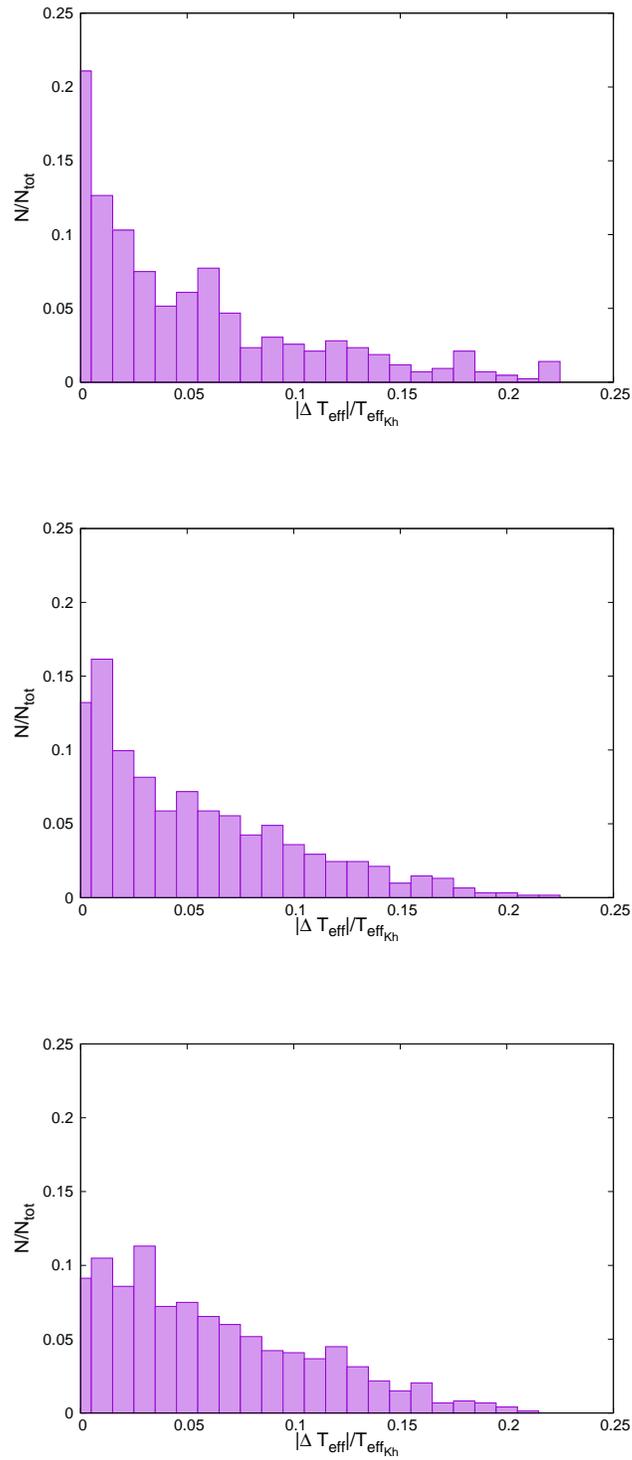
De acuerdo a lo encontrado en la sección 5.3, el impacto sobre la estructura química debido a las incertezas en la tasa de reacción de la captura  $^{12}\text{C} + \alpha$  son apreciables independientemente de la masa del progenitor. En particular, para los modelos masivos, los modos de pulsación más afectados son aquellos de alto orden radial.

Para realizar la exploración de impacto sobre las determinaciones astrosismológicas desarrollamos una fina grilla de secuencias evolutivas de progenitores con masa en el rango  $1,00 \leq M_{\text{ZAMS}}/M_{\odot} \leq 5,00$  desde la ZAMS hasta el comienzo de la etapa de quema central de helio. Una vez que las secuencias alcanzaron esta fase, se calculó la evolución posterior considerando dos tasas de reacción distintas para la captura  $^{12}\text{C} + \alpha$ : una tasa límite inferior y una superior (modelos  $K_l$  y  $K_h$  respectivamente). Los valores de ambas tasas de reacción, así como también sus parametrizaciones en función de la temperatura, fueron obtenidas del trabajo de Kunz et al. (2002) y han sido consideradas en los cálculos de los capítulos previos. Al finalizar la etapa de quema nuclear de helio, se siguió la evolución a lo largo de la etapa AGB y TP-AGB en donde, luego de varios pulsos térmicos, la secuencia evoluciona hasta el punto de temperatura efectiva máximo previo a la etapa de enfriamiento de enana blanca. Allí se generaron las sub-secuencias de envolturas de hidrógeno más delgadas, que fueron evolucionadas hasta la banda de inestabilidad de las ZZ Ceti. En esta fase, se computaron las correspondientes propiedades pulsacionales y luego los ajustes astrosismológicos a cada uno de los conjuntos de modelos.

En la figura 6.7 mostramos los histogramas de las diferencias en la temperatura efectiva provenientes de los modelos de mejor ajuste para los conjuntos  $K_h$  y  $K_l$  ( $|T_{\text{eff}K_l} - T_{\text{eff}K_h}|/T_{\text{eff}K_h}$ ). Similarmente a lo que se encontró durante el estudio del impacto de la ocurrencia de pulsos térmicos, encontramos que existe un gran porcentaje de ajustes que muestran pequeñas diferencias en este parámetro. Sin embargo, en este caso las diferencias son aún menores. En principio, esto era esperable debido a que los cambios estructurales inducidos por incertezas en la tasa de reacción son considerablemente menores que aquellas debido a la ocurrencia de los pulsos térmicos.

Mediante ajustes Gaussianos de la forma descrita en la ecuación 6.2, realizados a los histogramas de las diferencias en la temperatura efectiva, encontramos que las desviaciones medias son del orden de 500, 600 y 800 K para modelos de estrellas ZZ Ceti de temperaturas alta, intermedia y baja respectivamente. El impacto sobre la temperatura efectiva en los modelos del borde azul es considerablemente menor que aquel introducido por la ocurrencia de los pulsos térmicos. Por el otro lado, para los modelos representativos de ZZ Ceti de temperatura intermedia y baja

## 6.1. Primera aproximación: astrosismología a estrellas ZZ Ceti artificiales



**Figura 6.7.** Figura idéntica a la figura 6.3 pero para diferencias inducidas por las incertezas en la tasa de reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$ .

tenemos un impacto similar.

El impacto sobre la masa estelar se muestra en la figura 6.8 donde mostramos los histogramas de las diferencias en masa para estrellas de temperatura alta, intermedia y baja (figuras superior, intermedia e inferior, respectivamente). En los paneles superiores graficamos los histogramas permitiendo que los modelos varíen libremente todos los parámetros disponibles, mientras que en los inferiores se muestran los histogramas correspondientes a ajustes astrosismológicos en los que se consideran modelos con una envoltura  $M_H/M_{wd} \sim 10^{-6}$  fija. A grandes rasgos se observa un mayor agrupamiento de ajustes con diferencias pequeñas para modelos de estrellas con períodos hasta 650 s, respecto al estudio de los pulsos térmicos. En este sentido, un 50 % de los casos muestran diferencias menores a los errores observacionales para este parámetro (alrededor de un 4 %). Cuando se fija la masa de la envoltura de hidrógeno, aquellos ajustes con diferencias menores que 4 % se incrementan notablemente logrando superar el 70 % de casos. Similarmente a lo encontrado en la sección anterior, aquellos modelos representativos de estrellas ZZ Ceti frías son los más afectados donde en el caso más favorable, al fijar la envoltura de hidrógeno, un 50 % muestra diferencias menores a 4 %. Mediante el ajuste de una función Gaussiana a la distribución de diferencias en las que permitimos variar el tamaño de la envoltura, encontramos que las desviaciones medias son de 3 %, 1.6 % y 20 %. Sin embargo, queremos hacer notar que estos valores pueden ser reducidos notablemente, particularmente para los modelos de estrellas ZZ Ceti frías.

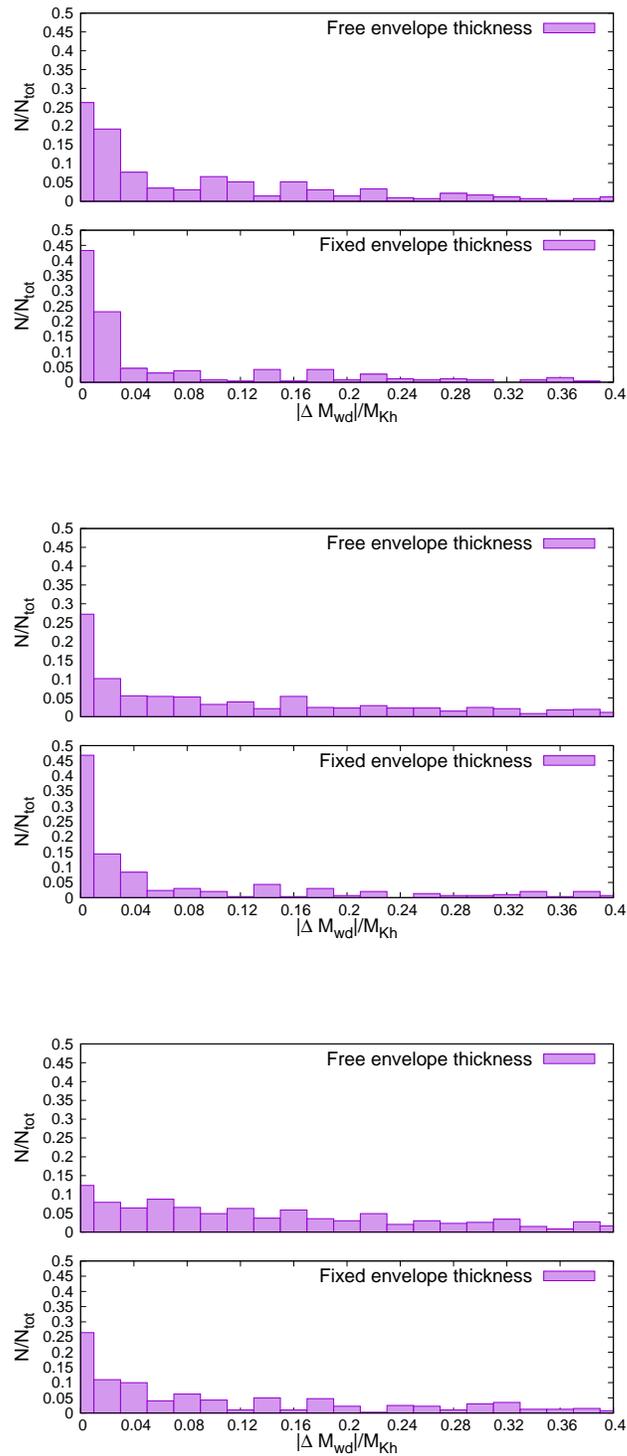
Finalmente presentamos en la figura 6.9 los histogramas correspondientes para las diferencias en los valores de la masa de la envoltura de hidrógeno. Más de un 60 % de los ajustes astrosismológicos muestran diferencias menores a un orden de magnitud (alcanzando un 85 % para modelos calientes). Sin embargo, un ajuste Gaussiano muestra que para modelos de temperatura efectiva alta/intermedia las desviaciones medias son menores que un orden de magnitud (0.6 y 0.74 respectivamente), mientras que para los modelos fríos las desviaciones medias son de 2 ordenes de magnitud.

### 6.2. Impacto sobre estrellas reales

Como último paso de nuestra investigación, en esta sección, contrastaremos los resultados encontrados en las secciones previas con aquellos obtenidos a partir de los ajustes astrosismológicos realizados a algunas estrellas ZZ Ceti seleccionadas.

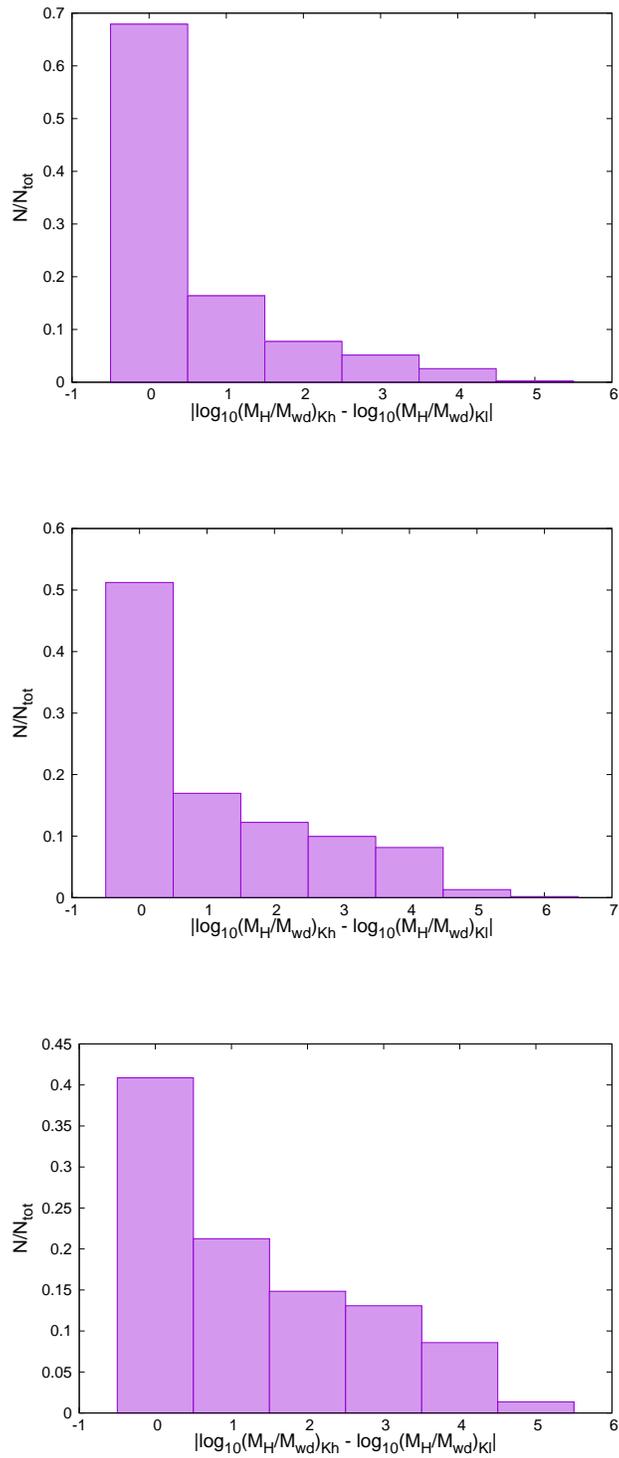
En esta sección hemos seleccionado aquellas estrellas ZZ Ceti a las cuales, mediante ajustes astrosismológicos previos, sus modos de pulsación han sido identificados como modos  $\ell = 1$  y cuyas masas espectroscópicas están dentro del rango de masas considerado en esta tesis. La tabla 6.1 muestra los valores de las determinaciones espectroscópicas de temperatura efectiva y masa estelar de las estrellas ZZ Ceti seleccionadas. Debe recordarse que, de acuerdo a la incerteza estudiada, hemos considerado distintos rangos de masa estelar para nuestros modelos. Por lo tanto, no todas las estrellas ZZ Ceti seleccionadas encontrarán modelos de mejor ajuste. Hemos clasificado cada una de las ZZ Ceti seleccionadas como calientes, intermedias o frías según el valor del período del modo de pulsación con mayor amplitud. Para el análisis astrosismológico y selección del modelo de mejor ajuste hemos tenido en cuenta los criterios descritos en la sección 4.3.1 del trabajo de Romero et al. (2012) y que resumimos a continuación:

- los modelos minimizan la función de calidad dada por la ecuación 6.1,



**Figura 6.8.** Figura idéntica a la figura 6.5 pero para diferencias inducidas por las incertezas en la tasa de reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$ .

## 6. Impacto sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti



**Figura 6.9.** Figura idéntica a la figura 6.6 pero para diferencias inducidas por las incertezas en la tasa de reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$ .

Estrella	$T_{\text{eff}}(K)$	$M_{\text{wd}}/M_{\odot}$	Referencia
KUV 11370+4222	11890	0.639	Bergeron et al. (2004)
HE 0031–5525	11480	0.44	Castanheira et al. (2006)
WD J1002+5818	11710	0.57	Mullally et al. (2005)
WD J0214–0823	11570	0.57	Mukadam et al. (2004)
BPM 31594	11450	0.666	Bergeron et al. (2004)
G191–16	11420	0.632	Bergeron et al. (2004)
MCT 0145–2211	11500	0.684	Bergeron et al. (2004)
WD J150–0001	11200	0.61	Mukadam et al. (2004)
HE 1429–037	11434	0.514	Silvotti et al. (2005)
EC 23487–2424	11520	0.661	Bergeron et al. (2004)
G232–38	11350	0.610	Gianninas et al. (2006)
EC 11507-1519	12030	0.596	Castanheira et al. (2006)
HE 1258+0123	11400 11100	0.63 0.68	Bergeron et al. (2004) Kepler et al. (2005)
HS 0507+0434B	11630	0.702	Bergeron et al. (2004)
WD J0318+0030	11040	0.65	Mukadam et al. (2004)
WD J0815+4437	11620	0.666	Mukadam et al. (2004)
WD J0906-0024	11520	0.61	Mukadam et al. (2004)
WDJ1002+5818	11710	0.57	Mullally et al. (2005)
WD J1015+0306	11580	0.70	Mukadam et al. (2004)
WD J1502-0001	11200	0.61	Mukadam et al. (2004)
WD J2231+1346	11080	0.58	Castanheira et al. (2006)

**Tabla 6.1.** Determinaciones espectroscópicas de  $T_{\text{eff}}$  y  $M_{\text{wd}}/M_{\odot}$  correspondientes a las estrellas ZZ Ceti seleccionadas para este trabajo de tesis.

## 6. Impacto sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti

---

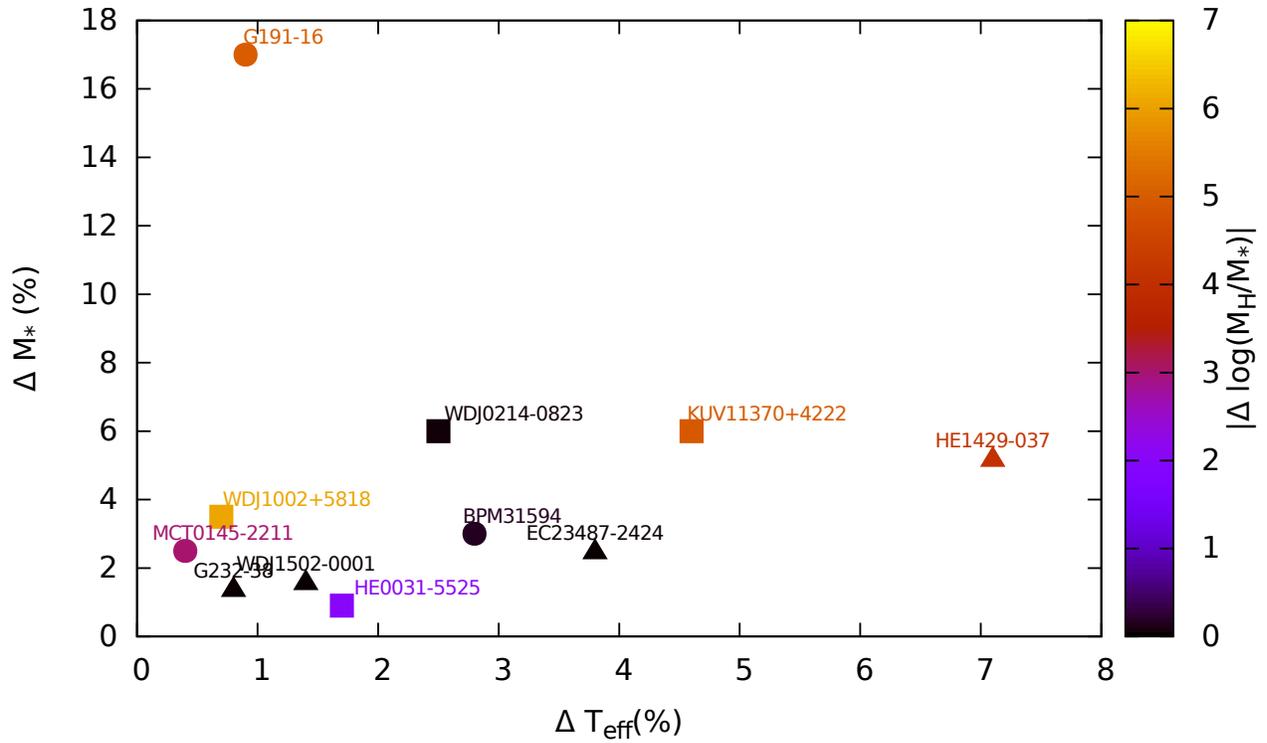
- consideramos sólo aquellas estrellas con modos de pulsación previamente identificados como  $\ell = 1$ ,
- elegimos los modelos con  $T_{eff}$  y  $\log(g)$  lo más cercano posible a los valores determinados espectroscópicamente.

En la figura 6.10 mostramos las diferencias en los parámetros estelares  $T_{eff}$ ,  $M_{wd}$  y  $M_H/M_{wd}$ , provenientes de los ajustes astrosismológicos período a período realizados a las estrellas ZZ Ceti seleccionadas. Los gráficos muestran el porcentaje de desviación<sup>4</sup> debido a las incertezas provenientes de los pulsos térmicos, es decir, las diferencias entre los valores de los parámetros obtenidos de los modelos de mejor ajuste para el conjunto de modelos 0TP y 3TP. En la figura se grafican las diferencias en temperatura efectiva (eje-X), masa estelar (eje-Y) y espesor de la masa de envoltura de hidrógeno (escala de colores a la derecha). Las diferencias en la temperatura efectiva derivadas de la ocurrencia de los pulsos térmicos oscila entre 0.4 y 7.1 %, mientras que para la masa estelar los valores están entre 0.9 y 6 %, excepto para la estrella G191-16 en la cual encontramos una diferencia de 17 %. Excepto por las estrellas WDJ 10002-5818 y MCT 0145-221, aquellas estrellas que muestran una gran variación en  $T_{eff}$  ó  $M_{wd}$  también muestran gran variación en la envoltura de hidrógeno, como sucede para HE 1429-037 y G191-16. Por el otro lado, cuando consideramos aquellos casos en que los ajustes astrosismológicos muestran variaciones pequeñas en la masa de la envoltura de hidrógeno, las diferencias tanto en  $T_{eff}$  como en  $M_{wd}$  permanecen muy pequeñas, debajo de 4 y 6 % respectivamente. Esto implica diferencias del orden de 400 K en  $T_{eff}$  y  $0.036 M_{\odot}$  en  $M_{wd}$ , siendo estos valores del orden de los errores observacionales. Otro de los resultados importantes derivados de la figura 6.10 es que, independientemente de los períodos exhibidos por las estrellas, se observa un amplio rango de colores. Esto implica que no sólo aquellas estrellas que exhiben largos períodos son sensibles a la estructura más externa, si no que incluso las estrellas ZZ Ceti calientes e intermedias son afectados por el espesor de la envoltura de hidrógeno.

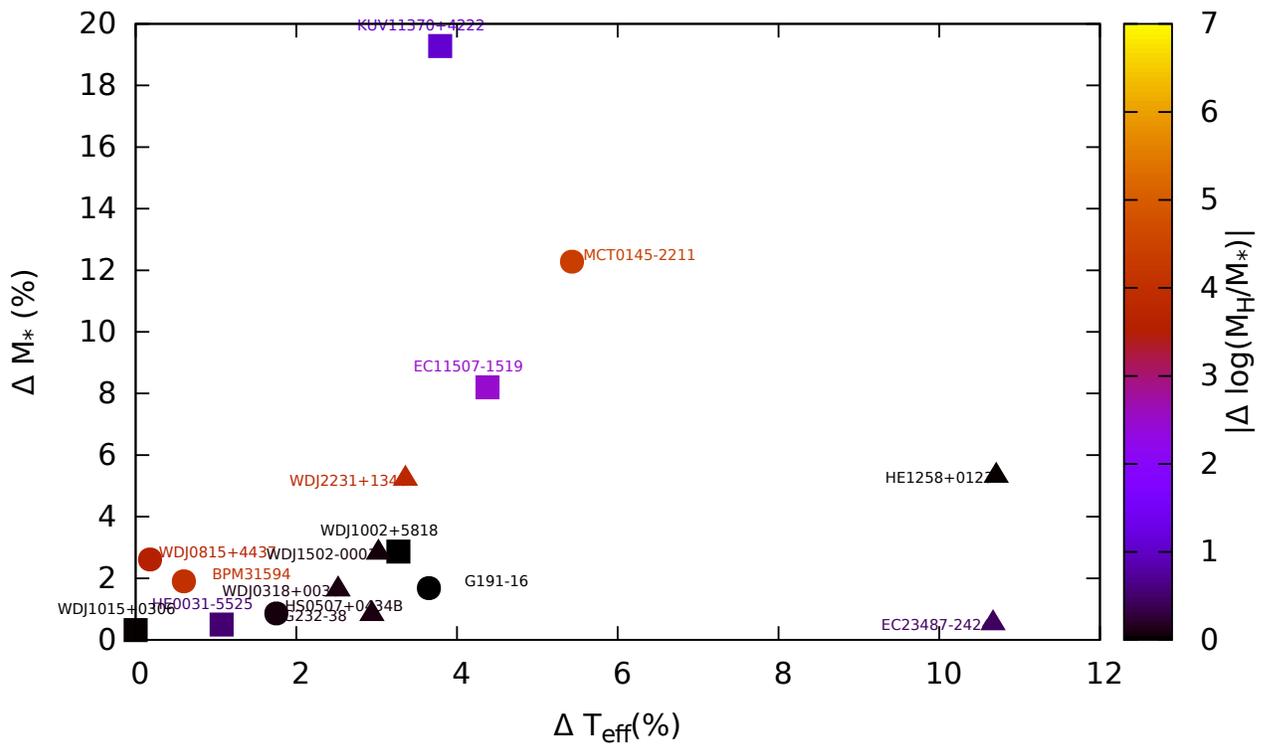
El impacto de las incertezas en la tasa de reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  sobre las determinaciones astrosismológicas de estrellas ZZ Ceti puede verse en la figura 6.11. En este caso las diferencias en  $T_{eff}$  y  $M_{wd}$  oscilan entre 0-11 % y 0-19 % respectivamente. Si bien estos límites son mayores que los encontrados para la incerteza anterior, no hay que perder de vista que son casos puntuales los que muestran las mayores diferencias, no responden a una tendencia general. De hecho, a grandes rasgos, la mayoría de los ajustes muestran diferencias menores a 4 % y 6 % en  $T_{eff}$  y  $M_{wd}$  respectivamente.

---

<sup>4</sup>Como hicimos anteriormente, el porcentaje de las diferencias es respecto a las determinaciones usando el conjunto de 3TP, es decir  $\Delta X(\%) = (X_{0TP} - X_{3TP})/X_{3TP} \times 100$ .



**Figura 6.10.** Diferencia entre los parámetros estelares  $T_{\text{eff}}$ ,  $M_{wd}$  y  $\log(M_H/M_{wd})$  de las estrellas ZZ Ceti seleccionadas derivados de los ajustes astrosismológicos de los conjuntos de modelos 0TP y 3TP. Cuadrados, círculos y triángulos refieren a estrellas ZZ Ceti de temperatura alta, intermedia y baja respectivamente.



**Figura 6.11.** Variaciones en los parámetros estelares como en la figura 6.10 pero considerando los conjuntos de modelos  $K_h$  y  $K_l$ .

## Capítulo 7

# Enanas blancas resultantes de progenitores enriquecidos en helio

Este capítulo constituye un primer paso hacia un trabajo que pretende determinar el impacto de un enriquecimiento en la abundancia de helio inicial sobre la formación, evolución y propiedades pulsacionales de estrellas enanas blancas. Este tipo de enriquecimiento es producido por la contaminación de generaciones previas de estrellas, tal como puede suceder en cúmulos globulares viejos. Como es bien sabido diferencias en las abundancias químicas iniciales de las estrellas progenitoras cambian profundamente las propiedades estructurales y evolutivas de las estrellas. Por ejemplo, los tiempos en la secuencia principal al aumentar la abundancia de helio inicial, se reducen considerablemente y la relación masa inicial-final es marcadamente afectada. Si bien esto no constituye una incerteza propiamente dicha de la evolución previa, es de suma importancia investigar el impacto de las abundancias químicas iniciales sobre las propiedades estructurales, evolutivas y pulsacionales de las enanas blancas resultantes. En este capítulo describiremos los resultados presentados en el trabajo “The evolution of white dwarfs resulting from helium-enhanced, low-metallicity progenitor stars” (2017, A&A, 597, 67 ).

### 7.1. Cúmulos globulares. Poblaciones con diferentes patrones de abundancia química

Es sabido que existen varios cúmulos globulares que albergan diferentes poblaciones estelares caracterizadas por diferentes composiciones de helio, como es el caso de  $\omega$  Centauri (Joo and Lee, 2013; Norris, 2004; Tailo et al., 2016) y NGC 2808 (D’Antona et al., 2005; Milone et al., 2012) entre otros. Estos cúmulos exhiben claramente, en los diagramas color-magnitud, subpoblaciones. Particularmente se han sugerido enriquecimientos en el helio de hasta  $Y \sim 0.4$  para poder explicar la secuencia principal dividida y las ramas horizontales de  $\omega$  Centauri y NGC 2808. El efecto del incremento en la abundancia inicial de helio produce una reducción de la masa del turn-off de una población estelar por lo que la presencia de subpoblaciones ricas en He han sido necesarias para explicar la presencia de estrellas de la rama horizontal extrema (D’Antona and Caloi, 2008), además de la existencia de una gran cantidad de enanas blancas con núcleo de He en algunos cúmulos globulares como  $\omega$  Centauri (Bellini et al., 2013; Calamida et al., 2008).

Se cree que el origen de estas subpoblaciones ricas en He son el resultado de la auto-contaminación del propio cúmulo causada por la eyección de masa de estrellas de la AGB de

masa intermedia-alta de la primer generación luego de la ocurrencia del segundo dragado (Ventura et al., 2001) y de la fase de “hot bottom burning”, de estrellas masivas de alta rotación (Decressin et al., 2007) o de estrellas evolucionadas de la RGB que hayan experimentado episodios de extra mezcla potenciada (Bastian et al., 2015; Denissenkov and Weiss, 2004).

En este capítulo exploraremos el impacto de un enriquecimiento en la abundancia de helio inicial en la formación, evolución y propiedades pulsacionales de las enanas blancas resultantes. Para ello calculamos un conjunto de secuencias evolutivas desde la ZAMS hasta la fase de enfriamiento de la enana blanca, apropiados para el estudio de enanas blancas con núcleos de helio y carbono-oxígeno, formadas en subpoblaciones enriquecidas en helio. Específicamente presentaremos secuencias evolutivas completas con masas entre 0.6 a 2.0  $M_{\odot}$ , para una abundancia inicial de helio  $Y = 0,4$  en las que hemos tenido en cuenta progenitores caracterizados por dos tipos de metalicidades:  $Z = 0,001$  y  $Z = 0,0005$ . En la actualidad, no existe ningún trabajo de investigación que explore la evolución completa de estrellas ricas en helio, con la excepción del trabajo de Chantreau et al. (2015). Allí los autores presentan secuencias evolutivas calculadas desde la ZAMS hasta el final de la fase AGB para modelos de hasta 1  $M_{\odot}$  con  $Z = 0,0005$ , pero sin calcular la etapa de enana blanca. Para nuestros cálculos durante el régimen de enana blanca hemos considerado todas las fuentes de energía y procesos físicos relevantes tales como cristalización, separación de fase, difusión, quema nuclear residual y acoplamiento convectivo a bajas luminosidades (Fontaine et al., 2001).

En los cálculos presentados en esta sección, se tomaron los recaudos necesarios en el cómputo de la fase TP-AGB, lo cual es relevante para una correcta evaluación de la relación masa inicial-final y para una evaluación realista del rol de la quema nuclear residual en enanas blancas frías (Althaus et al., 2015). Particularmente durante la fase de TP-AGB no se ha tenido en cuenta el overshooting. Esta suposición provee límites superiores para las masas finales de las estrellas progenitoras debido a que la inclusión de overshooting promueve la ocurrencia del tercer dragado lo que previene el crecimiento del núcleo libre de H (Salaris et al., 2009). En efecto, a diferencia de lo que pasa con progenitores con mayor metalicidad, no existe evidencia de episodios de mezcla extra u overshooting durante la TP-AGB para estrellas de baja masa y baja metalicidad (Althaus et al., 2015). Sin embargo, para poder evaluar el impacto de la ocurrencia de episodios de mezcla extra en la fase TP-AGB, particularmente en la masa final de los progenitores y el rol de la quema nuclear residual durante la fase de enana blanca, hemos calculado secuencias evolutivas extra de progenitores ricos en helio, en donde consideramos overshooting con un parámetro  $f = 0,0075$  de acuerdo a los resultados expuestos por Miller Bertolami (2016).

Es importante notar que el valor de la abundancia de helio inicial adoptada constituye un caso extremo. De hecho, sólo  $\omega$  Centauri y NGC2808 muestran evidencias de subpoblaciones con tales abundancias de helio, mientras que las subpoblaciones de los cúmulos más típicos están caracterizados por abundancias de helio generalmente menores que 0.3 (Bastian et al., 2015). Las metalicidades adoptadas son representativas de las poblaciones ricas en helio de la segunda generación de bajo contenido en metales que se encuentran en algunos cúmulos globulares (ver por ejemplo Tailo et al., 2016).

### 7.2. Evolución de los progenitores de enanas blancas

Las estrellas enriquecidas en helio tienen tiempos de vida en la secuencia principal menores que aquellas con abundancias normales. Esto se debe a que, además de tener menor masa de

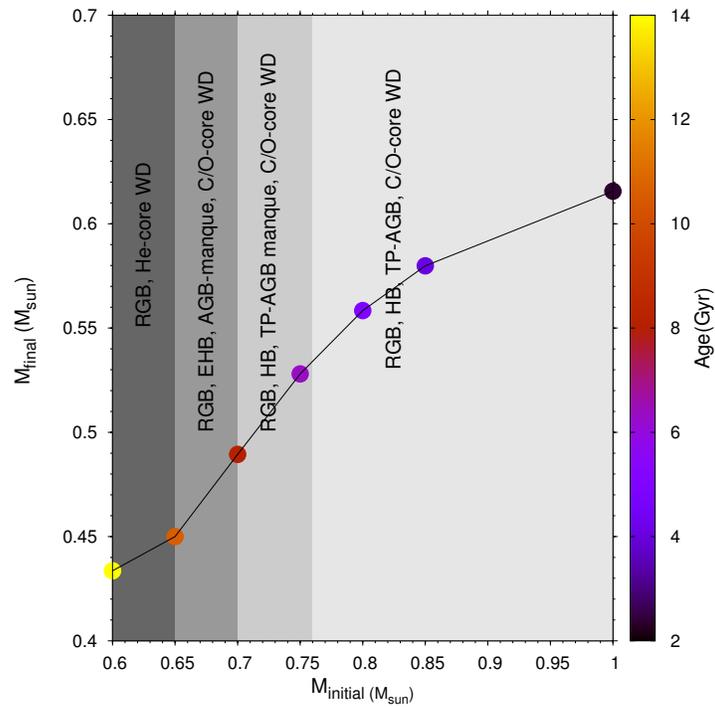
## 7.2. Evolución de los progenitores de enanas blancas

$M_{ZAMS} (M_{\odot})$	$t_{RGB} \text{ (Gyr)}$	$M_{wd} (M_{\odot})$	$N_{PT}$	Camino evolutivo
$Y = 0,4, Z = 0,001$				
0.60	14.15	0.4336	0	He-core
0.65	10.57	0.450	0	He-core
0.70	8.08	0.4894	4 (a altas $T_{eff}$ )	Hot HB $\rightarrow$ AGB Manque $\rightarrow$ C/O WD
0.75	6.31	0.52801	2 (a altas $T_{eff}$ )	HB $\rightarrow$ TP-AGB Manque $\rightarrow$ C/O WD
0.80	5.02	0.55837	2 (1 a alta $T_{eff}$ )	HB $\rightarrow$ TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
0.85	4.09	0.57982	2	HB $\rightarrow$ TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
1.0	2.35	0.61561	4	HB $\rightarrow$ TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
1.5	0.648	0.70424	11	TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
2.0	0.31	0.81114	20	TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
$Y = 0,4, Z = 0,0005$				
0.60	13.49	0.43968	0	He-core
0.65	10.08	0.45746	0	He-core
0.70	7.72	0.50053	4 (a altas $T_{eff}$ )	Hot HB $\rightarrow$ TP-AGB Manque $\rightarrow$ C/O WD
0.75	6.038	0.53385	3 (1 a alta $T_{eff}$ )	HB $\rightarrow$ TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
0.85	3.893	0.58029	3	HB $\rightarrow$ TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
1.0	2.235	0.62152	5	HB $\rightarrow$ TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
1.5	0.626	0.71232	12	TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD
2.0	0.293	0.83789	24	TP-AGB $\rightarrow$ C/O WD

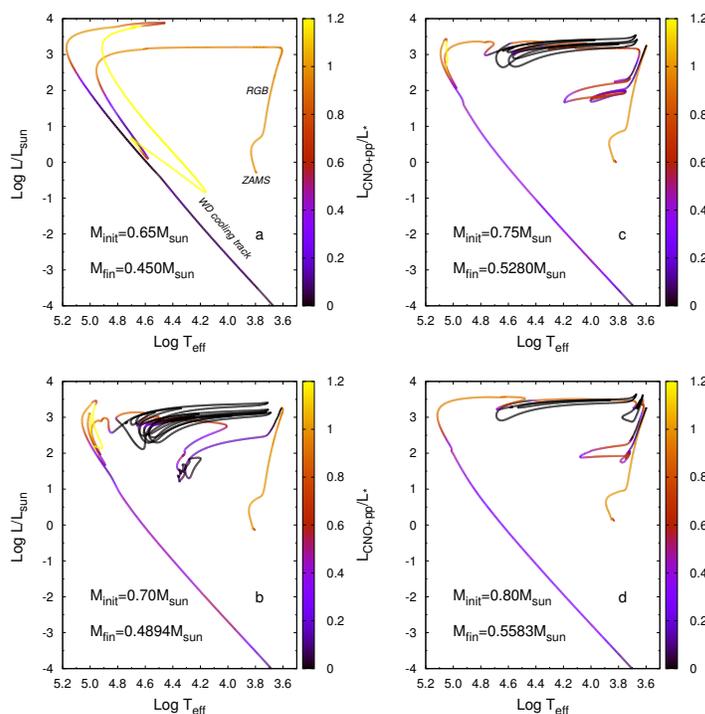
**Tabla 7.1.** Propiedades básicas de los modelos para las secuencias con  $Y = 0.4$  y  $Z = 0.001$  y  $Z = 0.0005$ .

hidrógeno disponible para ser quemada, el peso molecular medio en el interior del núcleo durante la quema de hidrógeno, es mayor. Ambas características producen que las estrellas con helio aumentado sean más brillantes y calientes para una dada masa (Charbonnel et al., 2013; Salaris and Cassisi, 2005). En la tabla 7.1 mostramos la edad al alcanzar la RGB (en giga años), la masa de enana blanca correspondiente  $M_{wd}$ , el número de pulsos térmicos y el camino evolutivo seguido por la estrella, para cada progenitor con masa  $M_{ZAMS}$ . Notar que progenitores tan poco masivos como  $0.6M_{\odot}$  alcanzan la punta de la RGB en solamente 14 Gyr. Además, debido a las mayores temperaturas internas en este caso, el flash de helio para estos objetos ocurre para masas del núcleo de helio menores que para estrellas con abundancias de helio normales.

En la figura 7.1 podemos observar la relación masa inicial-final para una metalicidad  $Z = 0,001$ , donde también se incluyen los caminos evolutivos de acuerdo a su masa inicial. Aquellos modelos con masas menores que  $M \simeq 0.65M_{\odot}$  evolucionan directo a la fase de enfriamiento de la enana blanca y cuyos núcleos puros de helio se forman en menos de 14 Gyr. Por el contrario, aquellos modelos con  $M_{ZAMS} \geq 0.65 M_{\odot}$  forman enanas blancas con núcleos de carbono-oxígeno. Es importante notar que en nuestros cálculos hemos encontrado un posible camino en el que los progenitores de enanas blancas con núcleos de carbono-oxígeno evitan la fase de rama asintótica. De hecho, aquellos progenitores enriquecidos en helio, con masas entre  $0.65 \leq M_{ZAMS}/M_{\odot} \leq 0.70$  evolucionan desde la rama horizontal (HB) evitando la AGB (AGB Manque) directamente hacia la fase de enfriamiento de enana blanca, mientras que aquellos progenitores con  $0.70 \leq M_{ZAMS}/M_{\odot} \leq 0.75$  alcanzan la AGB, pero no experimentan ningún pulso térmico (TP-AGB Manque). Estos resultados están en buen acuerdo con resultados previos Charbonnel et al. (2013).



**Figura 7.1.** Relación masa inicial-final teórica y las fases evolutivas en escala de grises, obtenidas de seguir la evolución de estrellas con abundancia de helio inicial aumentada  $Y = 0,4$  y una metalicidad  $Z = 0,001$ . La escala de colores de la derecha muestra la edad (en millones de años) al extremo de la fase RGB.



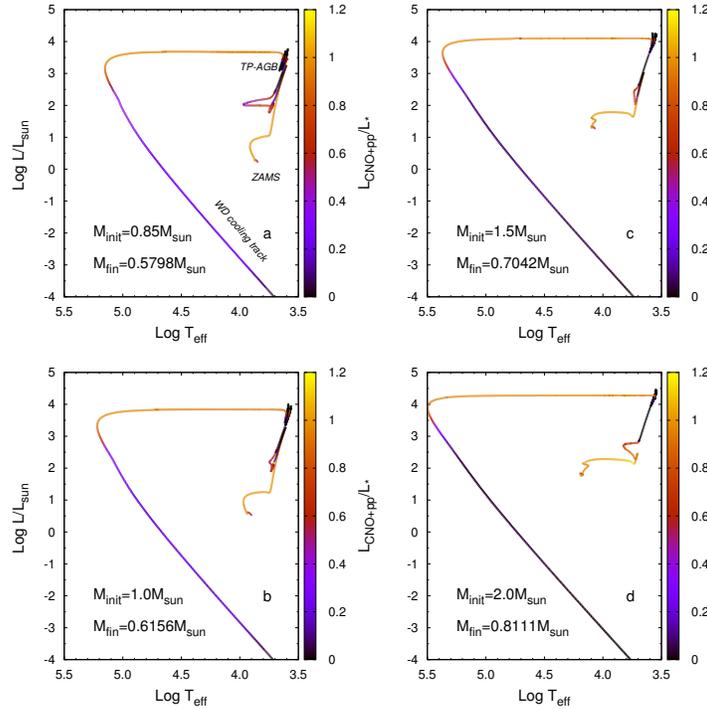
**Figura 7.2.** Diagrama HR para las secuencias evolutivas enriquecidas en helio  $Y = 0.4$  y  $Z = 0.001$ . Las secuencias evolutivas se grafican desde la ZAMS hasta la fase avanzada de enana blanca. La escala de colores muestra la fracción de la luminosidad total aportada por la quema nuclear de hidrógeno. El valor superior para la escala de colores ha sido fijado en 1.2, por lo que valores mayores de  $L_{CNO+pp}/L_*$  no son exhibidos.

En las figuras 7.2 y 7.3 mostramos los diagramas H-R para algunas secuencias evolutivas seleccionadas, desde la ZAMS hasta la fase de enana blanca. En escala de colores mostramos la fracción de la luminosidad total debido a la quema de hidrógeno. Se observa que la secuencia con  $M_{ZAMS} = 0.70 M_{\odot}$  (panel b en la figura 7.2) evoluciona directamente a la fase de enana blanca sin pasar por la fase de AGB, debido a que experimenta un flash de helio inmediatamente después de abandonar la RGB, situándose en la rama horizontal caliente. En esta fase quema helio de forma estable, pero su fina envoltura de hidrógeno previene que ascienda por la AGB y evolucione directamente hacia la fase de enana blanca.

Por el otro lado, la secuencia de  $M_{ZAMS} = 0.75 M_{\odot}$  (panel c de la figura 7.2) abandona la AGB antes de la ocurrencia de los pulsos térmicos. Como comentario final, de las figuras 7.2 y 7.3 excepto para las secuencias de enanas blancas más masivas y de núcleo de helio, la quema residual de hidrógeno constituye una fuente de energía principal para las enanas blancas resultantes, incluso cuando la evolución ya ha avanzado.

El impacto del contenido inicial de helio sobre la masa final resultante puede verse en la figura 7.4 donde mostramos la relación masa inicial-final resultante de nuestras secuencias enriquecidas

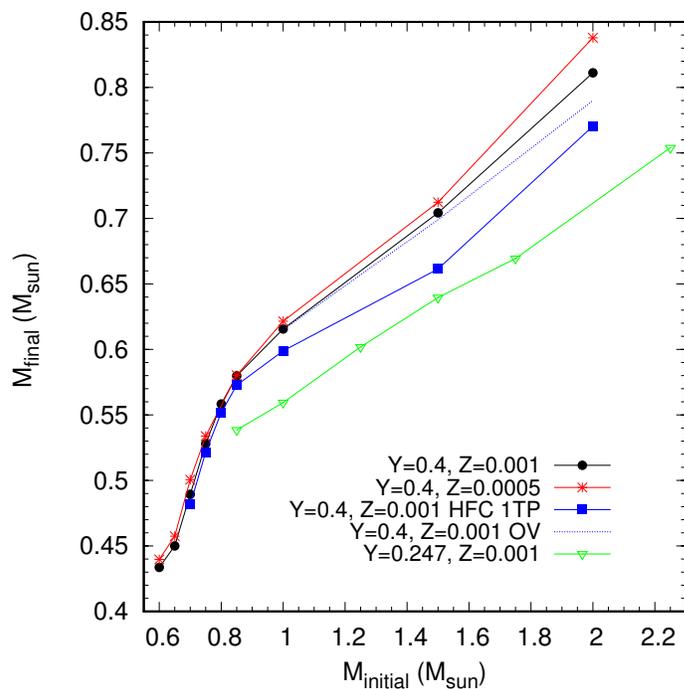
## 7. Enanas blancas resultantes de progenitores enriquecidos en helio



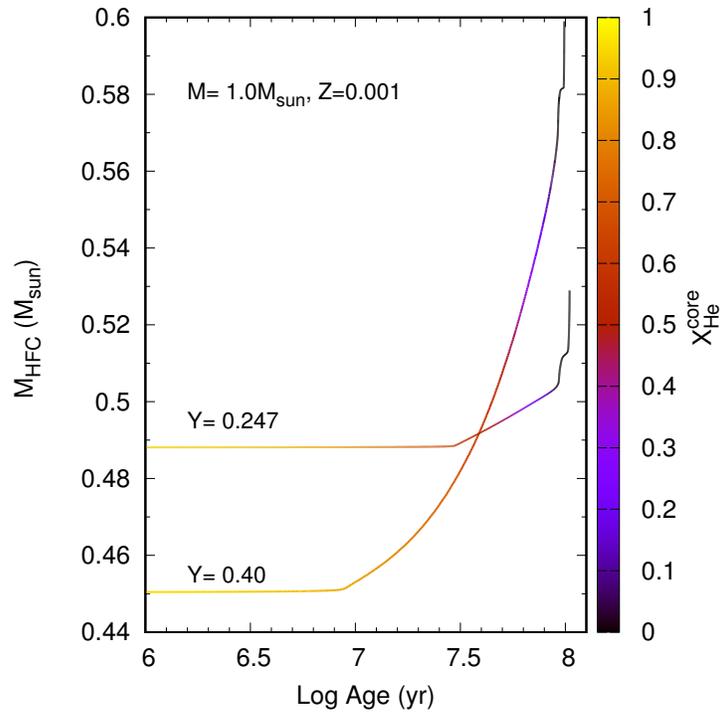
**Figura 7.3.** Gráfico de los diagramas HR pero para secuencias evolutivas de mayor masa.

en helio, para las metalicidades consideradas en conjunto con la masa del núcleo libre de hidrógeno (HFC) al primer pulso térmico para el caso en que se adopta  $Y = 0.4$  y  $Z = 0.001$ . Para poder comparar el impacto sobre la masa final, se incluye en la figura la relación masa inicial-final para secuencias que no consideran un enriquecimiento en helio ( $Y = 0.247$  y  $Z = 0.001$  (Althaus et al., 2015)). El crecimiento de la masa del HFC durante la TP-AGB es evidente para progenitores con  $M_{\text{ZAMS}} \geq 1.0M_{\odot}$ . Para las secuencias menos masivas, la masa final es prácticamente igual al tamaño del HFC al primero pulso térmico; esto es debido a la pequeña cantidad de masa por encima del HFC al comienzo de los pulsos térmicos. Por otro lado, en el caso de las secuencias enriquecidas en helio, la masa final del remanente es marcadamente superior a la masa final esperada en secuencias con abundancia inicial de helio normales (línea verde). Esta consecuencia se remite a la etapa de quema central de helio, durante la cual la masa del HFC crece más rápidamente para secuencias enriquecidas en helio (ver figura 7.5), puesto que la quema de hidrógeno vía ciclo CNO es más eficiente para esta secuencia.

La relación masa inicial-final teórica mostrada en la figura 7.4 corresponde a secuencias evolutivas para las cuales no se consideró overshooting durante la fase TP-AGB. En ninguna de estas secuencias evolutivas hemos encontrado episodios de tercer dragado (este episodio de dragado frena el crecimiento del HFC). Aunque para bajas luminosidades, la inclusión de overshooting favorece la ocurrencia de estos episodios con el consecuente enriquecimiento en carbono de la envoltura para masas estelares muy bajas (Weiss and Ferguson, 2009), sin embargo, no existe evidencia que confirme la ocurrencia de episodios de tercer dragado en progenitores de baja metalicidad y baja masa (Althaus et al., 2015). Para evaluar el impacto de un posible overshooting



**Figura 7.4.** Relación masa inicial-final para las secuencias evolutivas enriquecidas en helio con metalicidad  $Z = 0,001$  y  $Z = 0,0005$  (líneas sólidas negra y roja, respectivamente). Además se muestra la masa del HFC al final del primer pulso térmico para el caso  $Y = 0,4$ ,  $Z = 0,001$  (línea sólida azul). También se incluye la relación masa inicial-final cuando se considera overshooting durante la fase TP-AGB, y aquella resultante de secuencias con contenido de helio inicial estándar ( $Y = 0,247$  y  $Z = 0,001$ ) (línea punteada azul y línea sólida verde respectivamente).



**Figura 7.5.** Evolución temporal de la masa del HFC desde el inicio de la quema nuclear de helio hasta la ocurrencia del primer pulso térmico para las secuencias de  $1.0 M_{\odot}$  con  $Y = 0,4$  y  $Y = 0,247$ . La escala de colores de la derecha muestra la abundancia de helio central. La masa del HFC aumenta considerablemente durante la quema central de helio para la secuencia enriquecida en helio.

durante la TP-AGB en la masa final del remanente, re calculamos algunas de nuestras secuencias caracterizadas por  $Y = 0.4$  y  $Z = 0.001$ , pero esta vez permitiendo la ocurrencia de overshooting desde el comienzo de la etapa de pulsos térmicos. Los resultados de tales cálculos son mostrados también en la figura 7.4 (línea azul punteada). El parámetro de overshooting difusivo adoptado durante esta etapa fue de acuerdo al trabajo de Miller Bertolami (2016), donde  $f = 0.0075$ . Esta elección del valor de  $f$  reproduce varias propiedades observacionales de estrellas AGB y post-AGB en nuestra Galaxia y en las Nubes de Magallanes. La ocurrencia del tercer dragado en secuencias con overshooting reduce el crecimiento del HFC, produciendo masas finales menores. Además el incremento en la tasa de C/O superficial que resulta de los episodios de tercer dragado resulta en estrellas más frías por lo que, en principio, aumenta la tasa de pérdida de masa. Como resultado, el remanente abandona la AGB luego de unos pocos pulsos térmicos más después del tercer dragado. En nuestro caso encontramos que sólo aquellas secuencias con masas de  $1.5$  y  $2.0 M_{\odot}$  experimentan el tercer dragado. La relación masa inicial-final para estrellas enriquecidas en helio, no se ve fuertemente afectada por la ocurrencia de overshooting durante la TP-AGB (figura 7.4).

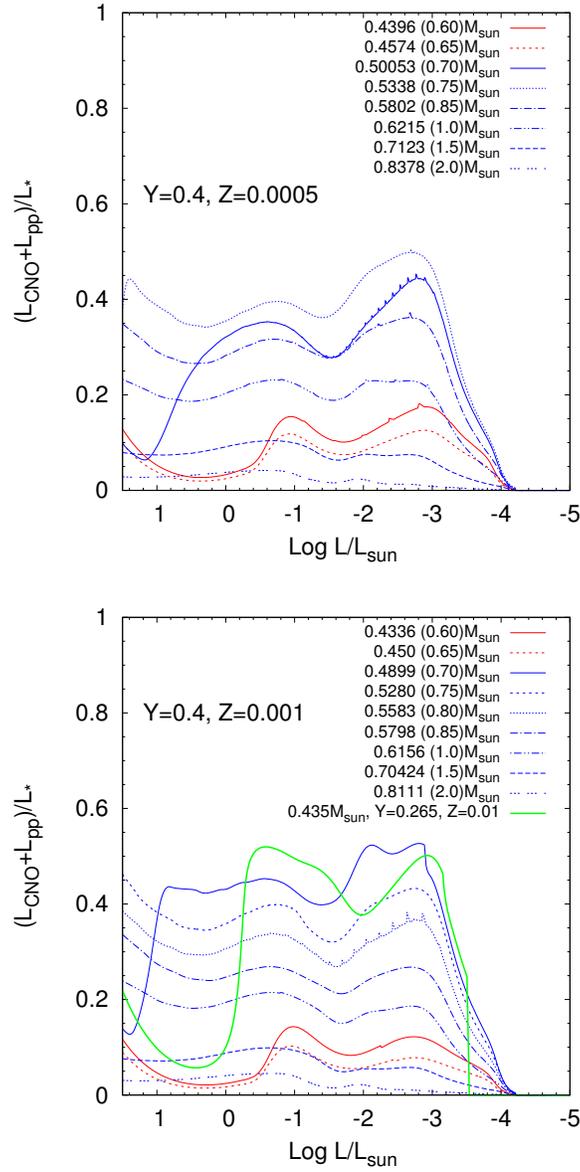
### 7.3. Evolución de las enanas blancas

En esta sección describiremos los resultados evolutivos para las enanas blanca que resultan de progenitores enriquecidos en helio como los estudiados en la sección previa. Un resultado principal de nuestra investigación en este sentido es suministrado en la figura 7.6, en la cual mostramos la fracción de la luminosidad total de la enana blanca debido a la quema de hidrógeno (mediante ciclo *CNO* y cadena  $p-p$ ) durante la fase de enfriamiento. Consideramos las secuencias enriquecidas en helio,  $Y = 0.4$ , para ambas metalicidades  $Z = 0.001$  y  $Z = 0.0005$  paneles superior e inferior respectivamente. En la figura, las líneas rojas muestran los resultados para enanas blancas con núcleo de helio, mientras que las líneas azules lo hacen para enanas blancas con núcleo de carbono-oxígeno. A modo de referencia se incluyen los resultados para una secuencia de enana blanca de núcleo de helio de masa  $0.435 M_{\odot}$  resultante de la evolución de un progenitor con  $Z = 0.01$  y abundancia inicial de helio estándar tomados del trabajo de Althaus et al. (2013).

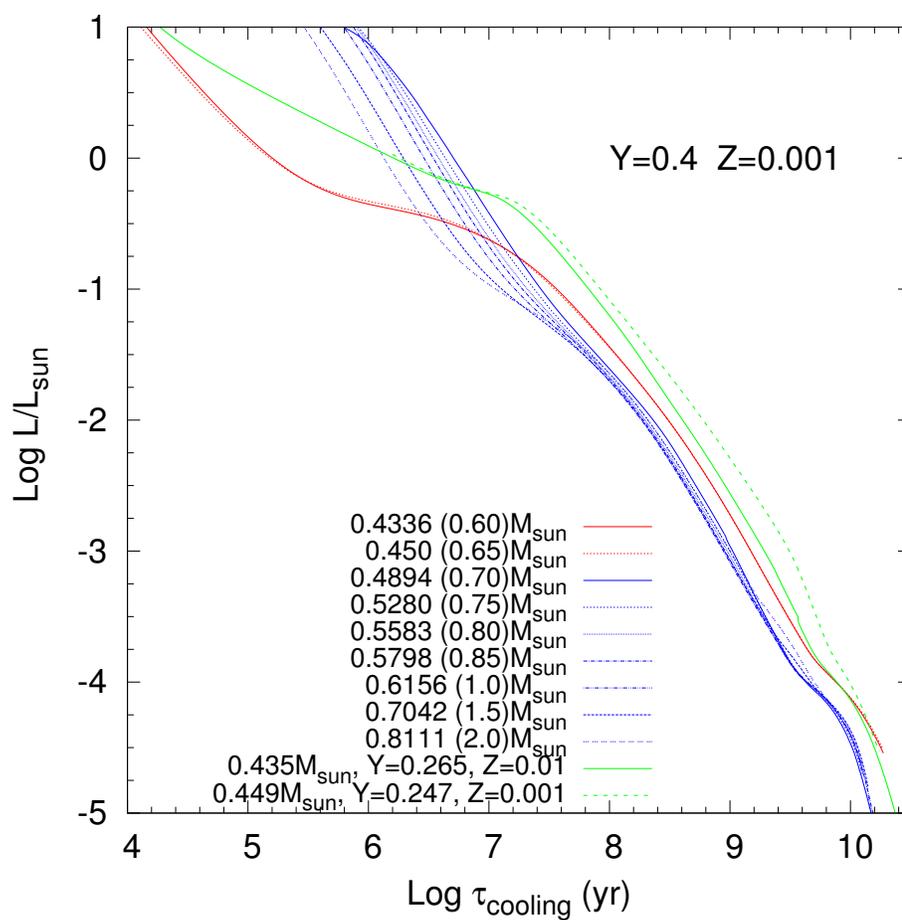
Notamos que para aquellas enanas blancas de núcleo de carbono-oxígeno menos masivas, la quema residual de hidrógeno es una fuente de energía importante incluso a bajas luminosidades. Este hecho está en acuerdo con lo expuesto en los trabajos de Althaus et al. (2015) y Miller Bertolami et al. (2013), quienes encontraron que las enanas blancas de masa baja que resultan de la evolución de progenitores de baja metalicidad y abundancia de helio estándar, y que no han experimentado tercer dragado, están caracterizadas por envolturas de hidrógeno masivas. Debido a esto la energía que proviene de la quema de hidrógeno residual se convierte en una de las principales fuentes de energía durante la evolución de la enana blanca. En los resultados expuestos aquí, mostramos que esto también es cierto para progenitores de enanas blancas enriquecidos en helio.

Como mostraron previamente Althaus et al. (2015) y Miller Bertolami (2016), la inclusión de overshooting durante la fase TP-AGB produce enriquecimiento de carbono en la envoltura debido a episodios de tercer dragado para estrellas progenitoras de baja masa y baja metalicidad y, consecuentemente, reduce la masa final de la envoltura de hidrógeno a la cual la enana blanca correspondiente ingresa a la fase de enfriamiento. Este efecto hace que el rol de la quema residual de hidrógeno sea mínimo. Por lo tanto, la conclusión de que la quema residual de hidrógeno

## 7. Enanas blancas resultantes de progenitores enriquecidos en helio



**Figura 7.6.** Fracción de la luminosidad total de la enana blanca debido a la quema nuclear de hidrógeno (ciclos CNO y  $p - p$ ) para todas nuestras secuencias enriquecidas en helio para metalicidades  $Z = 0.0005$  y  $Z = 0.001$  (paneles superior e inferior respectivamente). La línea roja (azul) muestra los resultados de las secuencias que finalizan como enanas blancas con núcleo de C/O. Las líneas verdes corresponde a una secuencia de enana blanca con núcleo de helio resultante de un progenitor con metalicidad  $Z = 0.01$  y abundancia inicial de helio estándar. Para las enanas blancas menos masivas con núcleo de C/O, la quema de hidrógeno residual es una fuente relevante de energía incluso a bajas luminosidades.



**Figura 7.7.** Tiempos de enfriamiento para las secuencias enriquecidas en helio  $Y = 0.4$  y  $Z = 0.001$ . Las líneas roja y azul corresponden a enanas blancas de núcleo de helio y C/O respectivamente. La línea sólida verde corresponde a una enana blanca de masa  $0.435 M_{\odot}$  con núcleo de helio proveniente de un progenitor de  $Z = 0.01$  y abundancia de helio inicial estándar, mientras que la línea de trazo verde corresponde a una enana blanca de masa  $0.449 M_{\odot}$  resultante de un progenitor con  $Z = 0.001$  y abundancia inicial de helio estándar (Serenelli et al., 2002)

impacta el enfriamiento de enanas blancas de baja metalicidad, obtenida por Althaus et al. (2015) y Miller Bertolami (2016) no es válida si se permite una cierta cantidad de overshooting durante la fase TP-AGB de progenitores de baja masa. En contraste, para enanas blancas de progenitores enriquecidos en helio, cuando se permite overshooting durante la fase TP-AGB, el tercer dragado sólo ocurre para nuestro modelo más masivo. Para las secuencias menos masivas no encontramos enriquecimiento en carbono de la envoltura cuando se permite overshooting, por lo tanto la quema de hidrógeno juega un rol importante. Es decir, la quema estable de hidrógeno domina una parte significativa de la evolución de enanas blancas de baja masa resultantes de progenitores de baja metalicidad enriquecidos en helio y no depende de la ocurrencia de overshooting durante la fase TP-AGB.

Otras de las características interesantes que se desprende de la figura 7.6 es el impacto menor que tiene la quema residual de hidrógeno en la evolución de enanas blancas masivas de núcleo de helio que resultan de progenitores enriquecidos en helio. Esto es debido a que estas enanas blancas experimentan un flash de CNO en capa durante el enfriamiento, lo que reduce la masa de la envoltura rica en hidrógeno, minimizando el rol de la quema de hidrógeno para estados evolutivos avanzados. Esto difiere de lo que sucede para enanas blancas de núcleo de helio resultantes de progenitores con helio inicial estándar donde para enanas blancas de núcleos de helio muy masivas los flashes de CNO no ocurren incluso cuando se toma en cuenta la difusión. Esto queda plasmado en la figura 7.6 donde se indica con una línea gruesa verde la contribución de la quema residual de hidrógeno para una enana blanca de núcleo de helio de masa  $0.435 M_{\odot}$  que resulta de un progenitor de  $Z = 0.01$  y abundancia inicial de helio estándar. Para esta estrella no suceden los flashes CNO y en este caso la quema de hidrógeno contribuye significativamente.

En la figura 7.7 se muestran los tiempos de enfriamiento de las secuencias para progenitores enriquecidos en helio caracterizados por  $Z = 0.001$  y  $Y = 0.4$ . Para este caso, tomamos como origen el momento en el cual el remanente alcanza el punto de máxima temperatura efectiva antes de comenzar a enfriarse. Así como en la figura 7.6, se muestran los resultados para enanas blancas con núcleos de carbono-oxígeno con líneas azules y para enanas blancas con núcleos de helio con líneas rojas. Se puede observar que el efecto de la quema residual de hidrógeno produce retardos apreciables en los tiempos de enfriamiento para las enanas blancas de C/O menos masivas. Para luminosidades del orden de  $\log(L/L_{\odot}) \sim -3.0$ , la quema residual de hidrógeno incrementa los tiempos de enfriamiento entre un 20 y 40%. Este resultado, es independiente de la abundancia inicial de helio adoptada, de hecho Althaus et al. (2015) encontraron resultados similares para abundancia de helio iniciales normales. Sin embargo, a diferencia de las secuencias calculadas de forma estándar, el impacto de la quema residual de hidrógeno en los tiempos de enfriamiento de las enanas blancas de baja masa resultantes de progenitores enriquecidos en helio no se ven afectados por la ocurrencia de overshooting durante la fase de TP-AGB.

La abundancia de helio inicial también impacta sobre la evolución de las enanas blancas con núcleos de helio, figura 7.7. A modo de referencia, se incluyeron las curvas de enfriamiento para una enana blanca de núcleo de helio de masa  $0.435 M_{\odot}$  resultante de un progenitor con  $Z = 0.01$  y abundancia de helio inicial estándar (Althaus et al., 2013) y para una enana blanca con núcleo de helio de masa  $0.449 M_{\odot}$  resultante de un progenitor con metalicidad  $Z = 0.001$  y abundancia de helio inicial estándar tomada del trabajo de Serenelli et al. (2002) (líneas verdes sólidas y punteadas respectivamente). Las enanas blancas de núcleo de helio resultantes de progenitores enriquecidos en helio, evolucionan mucho más rápido que aquellas provenientes de progenitores con helio inicial estándar. Este comportamiento diferencial es debido, como se mencionó, a la ocurrencia de flashes CNO en capa en las enanas blancas de núcleo de helio, provenientes de

progenitores ricos en helio. Esto reduce el impacto de la quema nuclear en fases más avanzadas. De hecho, para luminosidades bajas e intermedias, los tiempos de enfriamiento de las enanas blancas de núcleo de helio más masivas con progenitores ricos en helio son aproximadamente un factor 2 más cortos cuando se compara con enanas blancas de núcleos de helio de progenitores con abundancia de helio estándar.

## 7.4. Propiedades pulsacionales

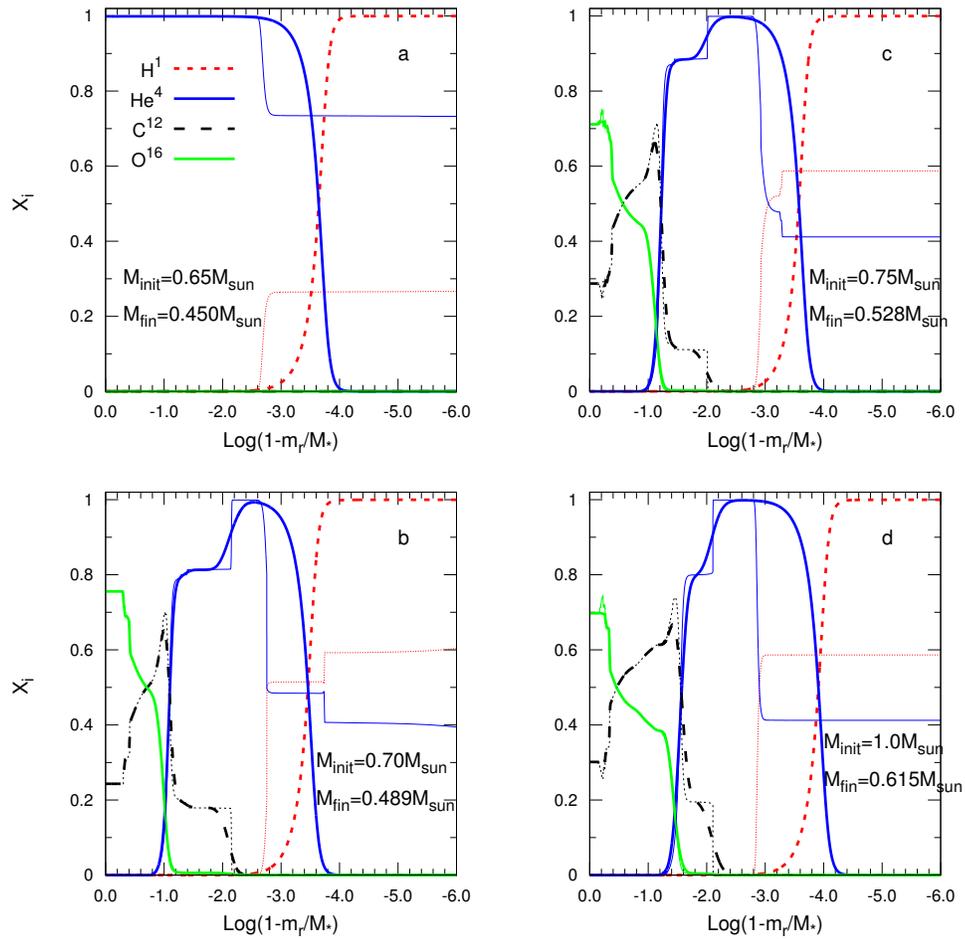
Hemos explorado también las propiedades pulsacionales de estas estrellas, y encontrado que son fuertemente dependientes de la forma de los perfiles químicos que quedan luego de la evolución del progenitor. En la figura 7.8 mostramos con líneas gruesas la distribución interna de abundancias de hidrógeno, helio, carbono y oxígeno en función de la fracción de masa exterior para modelos de enanas blancas seleccionadas, resultantes de progenitores enriquecidos en helio caracterizadas por  $Z = 0.001$  y  $Y = 0.4$  para la fase de ZZ Ceti. Las líneas finas indican la estructura química interna, pero para el comienzo de la fase de enfriamiento.

El panel (a) corresponde a una enana blanca de núcleo de helio proveniente de un progenitor de masa  $M_{ZAMS} = 0.65 M_{\odot}$  mientras que los paneles (b),(c) y (d) corresponden a enanas blancas de núcleos de carbono-oxígeno que resultan de progenitores con masas  $M_{ZAMS} = 0.70 M_{\odot}$ ,  $M_{ZAMS} = 0.75 M_{\odot}$  y  $M_{ZAMS} = 1.0 M_{\odot}$ , respectivamente. En particular podemos notar ciertas características interesantes: el perfil plano en la parte interna del núcleo es producto de la convección durante la fase de quema central de helio y otras características inducidas por la capa de quema de helio en movimiento hacia capas externas, particularmente para la secuencia más masiva mostrada, cuyo progenitor logra alcanzar la fase TP-AGB.

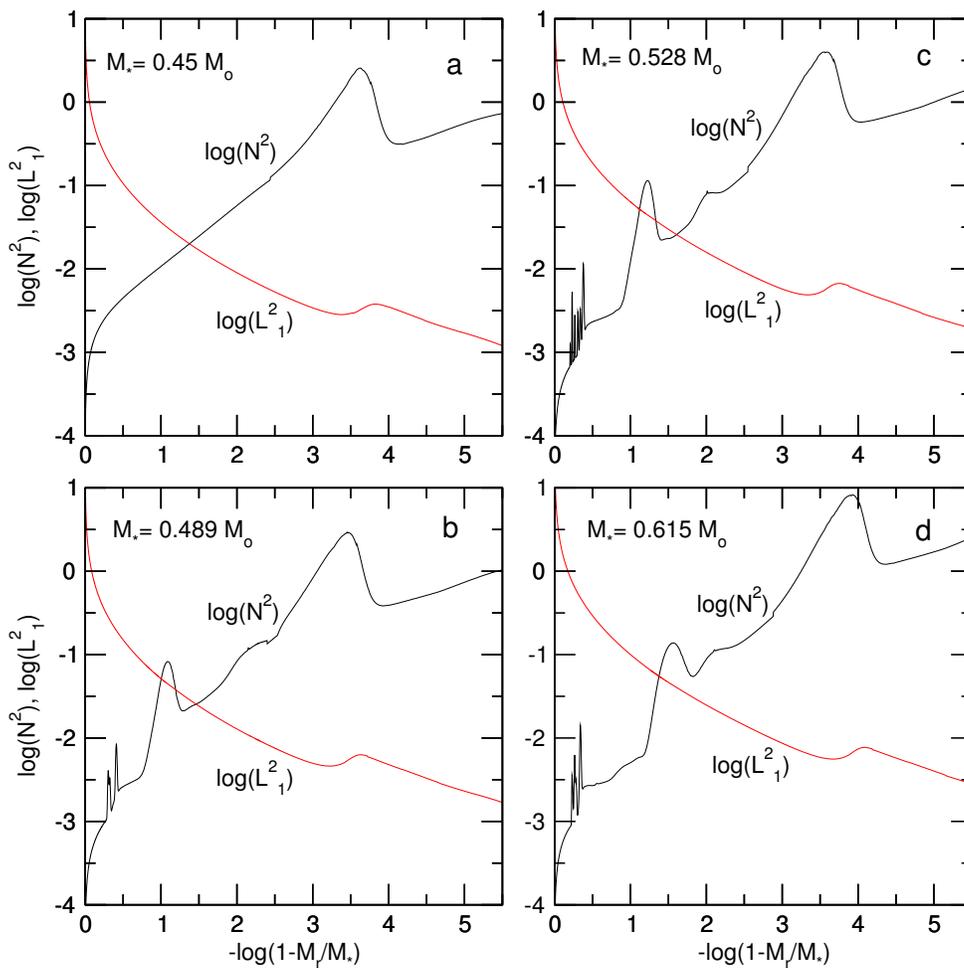
Además los perfiles químicos que pueden observarse al comienzo de la fase de enfriamiento de las secuencias de carbono-oxígeno muestran el intershell rico en helio y carbono, típico de aquellos modelos que atraviesan la fase TP-AGB. Aunque los modelos de progenitores de masa  $M_{ZAMS} = 0.70 M_{\odot}$ ,  $M_{ZAMS} = 0.75 M_{\odot}$  evitan la fase TP-AGB, estas secuencias experimentan varios pulsos térmicos a altas temperaturas efectivas previo a su ingreso a la fase de enana blanca. Otra característica notoria es el efecto de la difusión. Este proceso es el encargado de producir envolturas de hidrógeno gruesas al momento que la evolución alcanza el estadio de ZZ Ceti. Muy importante también es que la difusión remueve la estructura de doble capa en la región intershell para enanas blancas con masas mayores que  $0.6 M_{\odot}$ . Es importante tener en cuenta que la presencia de la estructura de doble capa afecta el espectro de períodos de los modos  $g$  teóricos en estrellas ZZ Ceti (ver Althaus et al., 2010a).

En la figura 7.9 mostramos los diagramas de propagación (Unno et al., 1989) correspondientes a los mismos modelos estelares presentados en la figura 7.8. En estos diagramas graficamos el valor del logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä (frecuencia de flote,  $N$ ) y la frecuencia de Lamb (frecuencia acústica  $L_{\ell}$ ). Como se mencionó en capítulos previos, la forma de la frecuencia de Brunt-Väisälä determina en gran parte las propiedades del espectro de pulsación de los modos  $g$ . En el caso del modelo de enana blanca con núcleo de helio, solo existe una interfaz química (transición helio/hidrógeno, panel a de la figura 7.8). Esta interfaz química induce un “bump” en el valor de  $N^2$  en  $-\log(1 - M_r/M_{\star}) \sim 3.5$  (panel a de la figura 7.9). Esta interfaz también afecta la forma de la frecuencia de Lamb. En el caso de enanas blancas con núcleo de carbono-helio la estructura química es más compleja (paneles (b),(c) y (d) de la figura 7.8). Esto impacta en una forma más compleja del valor de  $N^2$  (paneles (b),(c) y (d) de la figura 7.9). De

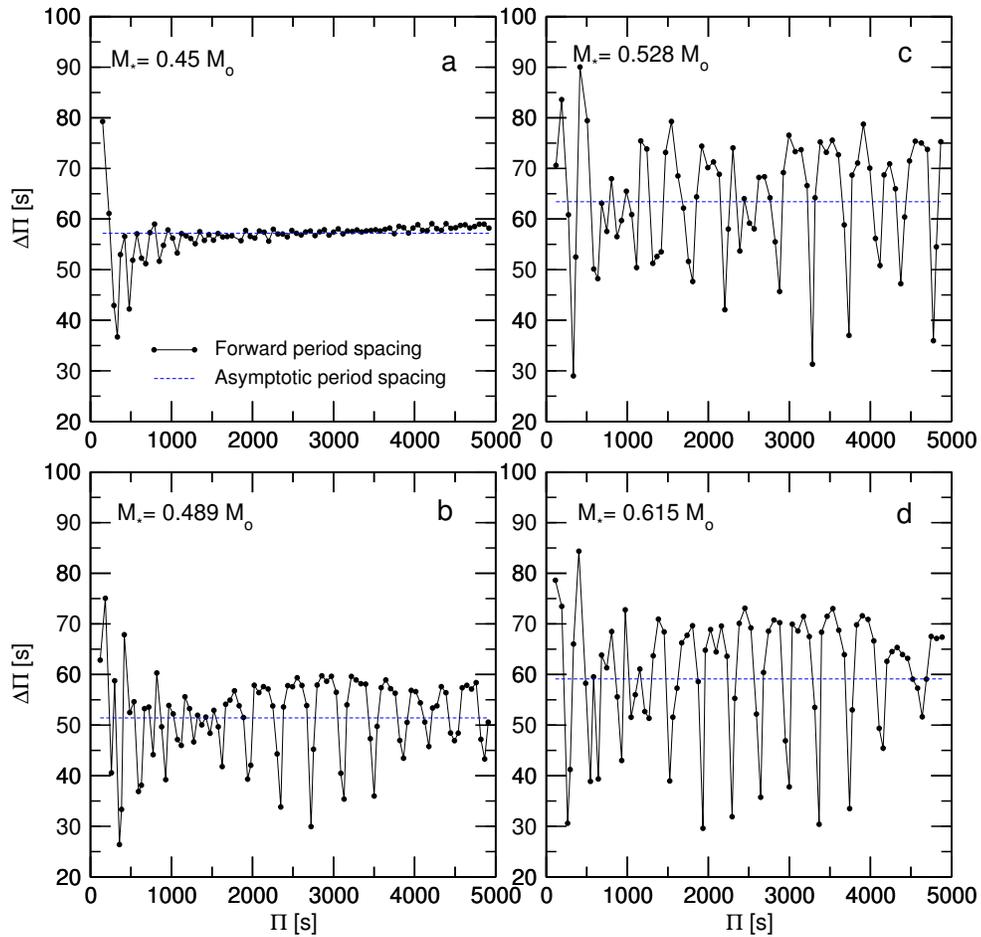
## 7. Enanas blancas resultantes de progenitores enriquecidos en helio



**Figura 7.8.** Distribución de abundancias químicas para los elementos más ricos (H, He, C y O) en términos de la fracción de masa exterior para modelos de enanas blancas seleccionados en la etapa ZZ Ceti (líneas gruesas) resultantes de la evolución de progenitores enriquecidos en helio  $Y = 0.4$  y  $Z = 0.001$ . Los perfiles químicos al comienzo de la etapa de enfriamiento son graficados con líneas finas.



**Figura 7.9.** Diagramas de propagación, valor del logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä y la frecuencia de Lamb correspondientes a los modelos de enanas blancas mostrados en la figura 7.8 para  $\ell = 1$ .



**Figura 7.10.** Espaciamiento de períodos  $\Delta P_{i_k}$  en función de los períodos  $\Pi_k$  correspondiente a los modelos mostrados en la figura 7.8 para  $\ell = 1$ .

hecho, en estos casos, la frecuencia de Brunt-Väisälä presenta también bumps en las transiciones C/O-He y C/O.

Tanto el número como la forma de las transiciones químicas presentes en el interior de los modelos de estrellas DA afectan fuertemente las propiedades de propagación de los modos de gravedad no radiales, particularmente a través del atrapamiento y confinamiento de modos (Bradley, 1996; Brassard et al., 1992a; Córscico et al., 2002a) El atrapamiento o confinamiento de modos se traduce en una fuerte desviación de la uniformidad del espaciamiento de períodos  $\Delta\Pi_k (\equiv \Pi_{k+1} - \Pi_k)$  cuando se grafica en función del período de pulsación  $\Pi_k$ , donde  $k$  es el orden radial del modo. La diferencia entre los periodos de un modo y su adyacente pueden ser considerados como un diagnóstico observacional del atrapamiento de modos. Para una enana blanca de núcleo de helio, la cual está caracterizada por una única interfaz química, el mínimo local en  $\Delta\Pi_k$  usualmente corresponde a modos atrapados en la envoltura de hidrógeno, en contraste con el máximo en  $\Delta\Pi_k$  que están asociados con modos atrapados en el núcleo. El espaciamiento de períodos para modos  $g$  con  $\ell = 1$  en término de los períodos correspondientes al modelo de enana blanca con núcleo de helio de masa  $M = 0,45 M_\odot$  se muestra en el panel a de la figura 7.10. Además mostramos el espaciamiento de períodos asintótico mostrado con una línea azul punteada, calculado de acuerdo al trabajo de Tassoul et al. (1990). Las características del atrapamiento de modos son visibles, particularmente para períodos menores que 1500 s. Períodos mayores, ajustan bien las predicciones asintóticas aunque se pueden encontrar desviaciones pequeña del espaciamiento de períodos constante. En el caso de enanas blancas con núcleos de carbono-oxígeno, la presencia de múltiples transiciones químicas causa patrones de atrapamiento/confinamiento mucho más complejos, como puede verse en los paneles (b),(c) y (d) de la figura 7.10. En particular, fuertes desviaciones del espaciamiento de períodos uniforme son evidentes para los modelos de masas  $M = 0.489 M_\odot$   $M = 0.528 M_\odot$   $M = 0.615 M_\odot$ . Estas características persisten para todo el rango de períodos analizados. Además, notamos que existe una especie de “batido” que modula las amplitudes de las desviaciones de  $\Delta P i_k$ . Este “batido” es debido a la combinación de efectos de atrapamiento y confinamiento de modos causados por los escalones en el perfil de carbono-oxígeno: ver Córscico and Althaus (2006) para el caso de un modelo de estrella PG1159. Claramente, las características de atrapamiento y confinamiento de modos de los modelos con núcleos de C/O son más pronunciadas que para el caso de enanas blancas con núcleos de helio.



## Capítulo 8

# Resumen y conclusiones

Las estrellas enanas blancas constituyen el final evolutivo de más del 97% de las estrellas incluido nuestro Sol. Estos objetos estelares son los núcleos de progenitores de estrellas de masas baja e intermedia y cuya evolución puede describirse como un proceso de enfriamiento muy lento. Esta característica sumada a la simplicidad de los procesos físicos responsables de su evolución, convierte a las enanas blancas en potentes herramientas con potenciales aplicaciones en diversos campos de la astrofísica estelar.

En las últimas décadas, las enanas blancas han cobrado relevancia como herramientas para el estudio de diversas cuestiones de gran interés. En la actualidad es posible, mediante el uso de la función de luminosidad de las enanas blancas, establecer cotas muy precisas a la edad y procesos de formación de las poblaciones galácticas, incluyendo el disco y la población de cúmulos globulares y abiertos de nuestra Galaxia. Además, estos objetos son utilizados en el estudio de la composición química de sistemas planetarios extra-solares. Debido a la pureza de sus atmósferas, las enanas blancas son detectores que permiten, de manera única, determinar fehacientemente la composición química de planetas extra-solares que han sido acretao por la enana blanca.

Durante décadas, las enanas blancas han sido consideradas como laboratorios cósmicos capaces de testear procesos físicos que suceden bajo condiciones extremas de temperatura, densidad y presión, procesos irreproducibles en los laboratorios terrestres. En este sentido, las enanas blancas pueden ser utilizadas para restringir propiedades fundamentales de partículas elementales tales como axiones y neutrinos, para estudiar problemas relacionados con la variación de las constantes fundamentales y la teoría de cristalización a altas densidades. Las conclusiones y resultados inferidos en este sentido dependen fundamentalmente de nuestro entendimiento de la estructura interna y evolución de las estrellas enanas blancas. Cabe mencionar también que las incertezas en los modelos, se propagan a la teoría de nucleosíntesis de poblaciones estelares y evolución galáctica.

Es importante notar que la mayoría de las aplicaciones de las enanas blancas dependen del comportamiento de sus propiedades colectivas como poblaciones estelares, sea mediante la función luminosidad o secuencia de enfriamiento en cúmulos. Por otro lado, es posible mediante determinaciones espectroscópicas obtener información de las propiedades básicas superficiales de las estrellas  $-T_{eff}$ ,  $M_{wd}$ ,  $\log(g)$ , composición superficial, etc-. Sin embargo, incertezas que persisten hoy en día en la evolución estelar, conllevan a incertezas en el modelado de las enanas blancas y, en consecuencia, a las conclusiones derivadas a partir de ellas. En este sentido, propiedades globales de las enanas blancas tales como su distribución de masa, resultan fundamentales

para restringir y calibrar la teoría de evolución estelar, como puede ser la pérdida de masa en la rama asintótica de las gigantes (AGB) (vinculada con la relación masa inicial/final de las enanas blancas Williams et al., 2009).

Afortunadamente, los patrones de pulsación que exhiben muchas de estas estrellas constituyen una herramienta muy poderosa para explorar la estructura interna de las enanas blancas, inaccesible a la observación directa. En efecto, la astrosismología de enanas blancas nos permite mirar al interior de estos objetos e inferir detalles de su estructura interna tales como abundancias de los elementos químicos, posición de transiciones químicas, masa del buffer de helio y envoltura de hidrógeno, así como también cantidades como  $T_{eff}$ ,  $M_{wd}$  y  $\log(g)$ . Estas determinaciones ayudan a comprender los procesos físicos que son responsables de formar la estructura química de los progenitores de las estrellas enanas blancas. Como consecuencia, un análisis astrosismológico detallado nos permite mejorar nuestros modelos de enanas blancas aumentando el grado de precisión de las determinaciones de edad, metalicidad, grado de cristalización, y procesos físicos en las estrellas progenitoras.

No obstante, ninguna de las técnicas astrosismológicas disponibles en la actualidad, tiene en cuenta las incertezas presentes en la evolución estelar ni en el modelado ni en la física considerada en los progenitores de enanas blancas.

En esta tesis hemos desarrollado una investigación detallada de aquellos procesos responsables de la formación del núcleo de carbono y oxígeno de las enanas blancas, teniendo en cuenta sus respectivas incertezas asociadas. En particular, hemos analizado el impacto de estas incertezas sobre las propiedades pulsacionales y determinaciones astrosismológicas de los modelos de enanas blancas. Como es sabido, el perfil de C/O esperado en estrellas enanas blancas es formado durante la evolución en la fase de quema central de helio y etapas posteriores. Particularmente, ciertos procesos que operan durante estas etapas, tales como la tasa para la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ , la cantidad de overshooting adoptado y tasas de pérdida de masa no se conocen con total exactitud y afectan nuestro conocimiento de la estructura interna esperada en estrellas enanas blancas.

Como punto inicial de un trabajo a futuro, hemos comenzado un análisis de las propiedades de evolutivas y pulsacionales de enanas blancas provenientes de progenitores enriquecidos en helio. Evidencia observacional muestra la existencia de cúmulos globulares que albergan múltiples poblaciones estelares con diferentes patrones de abundancia química, como es el caso de  $\omega$  Centauri el cual muestra claras evidencias de una subpoblación enriquecida en helio  $Y \sim 0,4$  (Joo and Lee, 2013; Norris, 2004; Tailo et al., 2016).

A continuación resumimos los principales resultados de esta tesis. Respecto al impacto sobre la estructura química y propiedades pulsacionales que tienen las incertezas relacionadas con los procesos que ocurren durante la fase de quema central de helio y TP-AGB, encontramos que:

- La ocurrencia de los pulsos térmicos impacta sustancialmente sobre las propiedades pulsacionales en la etapa ZZ Ceti. En particular, hemos encontrado que si la estrella atraviesa la fase TP-AGB se modifica la posición de la triple transición química, así como también se advierte la presencia de una región intershell cuyo tamaño se reduce a medida que el progenitor experimenta sucesivos pulsos térmicos. Estos cambios en la estructura química son más notables para estrellas de baja masa, debido a que los procesos de difusión que actúan durante la fase de enfriamiento de enana blanca son menos eficientes. Los cambios inducidos en el espectro de períodos teóricos son, en efecto, más pronunciados para modelos de menor masa. Estas diferencias son en promedio de 5-10 segundos, alcanzando un valor máximo de  $\sim 22$  s. Por otro lado encontramos que para estrellas masivas la diferencia

---

promedio en los períodos rondan los 2-3 s.

- La inclusión de *overshooting* durante la quema central de helio tiene un fuerte impacto sobre las abundancias centrales. En particular se produce un incremento en la abundancia fraccional de  $^{16}\text{O}$ . Sin embargo, no es este cambio en la abundancia central la que afecta al espectro de períodos, si no, las variaciones escalonadas en los perfiles químicos características de estos procesos de mezcla extra. En este caso, las diferencias en períodos pueden alcanzar en promedio los 5 s teniendo un comportamiento similar independientemente de la masa del progenitor considerada.
- Incertezas relacionadas con la tasa de reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ , impactan fuertemente sobre los perfiles químicos de oxígeno, carbono y helio modificando de esta forma la posición de las transiciones químicas C/O, C/O/He. El impacto resultante sobre el espectro de períodos puede alcanzar un máximo de  $|\Delta P| \sim 11$  s, cuando consideramos los modelos menos masivos. Por otro lado para los modelos masivos impacto de las incertezas cobra importancia para valores altos del orden radial  $k$ . Particularmente, hemos encontrado que aquellos modos de pulsación con ordenes radiales  $k < 23$  la variación  $\Delta P$  alcanza un máximo de  $\sim 5$  s. Por otro lado, para aquellos modos caracterizados ordenes radiales  $k > 23$  las diferencias se vuelven más apreciables alcanzando máximos de  $\sim 18$  s para ciertos modos particulares. Estas diferencias encontradas, reflejan el hecho de que ciertos modos de alto orden radial, son sensibles a la estructura química interna.

Cabe mencionar que las variaciones debido a las incertezas en la evolución previa en el espectro de períodos esperado de las enanas blancas supera tanto los errores típicos de los períodos observados, como también la precisión actual de los ajustes astrosismológicos ( $\sim 3.5$  s), Romero et al. (2012). En este sentido, las diferencias encontradas en los períodos teóricos de este trabajo deben tomarse cómo límites superiores, dado que el análisis realizado resulta de considerar valores extremos de cada una de las incertezas consideradas. Por otro lado, las diferencias máximas encontradas en los períodos no ocurren para todo el espectro de períodos, sino que sólo suceden para ciertos modos específicos.

Como paso siguiente analizamos el impacto de estas diferencias inducidas en el espectro de períodos, sobre la astrosismología de estrellas ZZ Ceti. En primer lugar se hizo un análisis estadístico en el que se generaron 1000 conjuntos de espectros de períodos sintéticos (estrellas ZZ Ceti artificiales) a los que se les realizaron los correspondientes ajustes astrosismológicos. A partir de este análisis se pudo obtener desviaciones medias en los parámetros estelares más importantes, inducidas por incertezas relacionadas con la cantidad de pulsos térmicos y con la tasa de reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$ . Estos resultados fueron luego contrastados con aquellos arrojados del análisis astrosismológico realizado a estrellas ZZ Ceti reales.

De este análisis encontramos que:

- El valor de las diferencias promedio encontradas para los parámetros estelares básicos derivados de la astrosismología estrellas ZZ Ceti varían de acuerdo a si se consideran ZZ Ceti calientes ( $\Pi_i < 350\text{s}$ ), intermedias ( $350 < \Pi_i < 650\text{s}$ ) o frías ( $\Pi_i > 650\text{s}$ ).
- La ocurrencia de los pulsos térmicos, durante la fase AGB, impacta de forma apreciable los parámetros estelares inferidos mediante ajustes astrosismológicos. Las desviaciones promedio encontradas en la temperatura efectiva alcanzan como máximo un 8%, aunque debe

destacarse que más del 50 % de los modelos testeados muestran diferencias menores al 3 %. Por otro lado, las diferencias encontradas en la masa estelar son, en promedio, menores que 5 %. En este sentido, el 70 % de los ajustes muestra diferencias menores que los errores asociados a las determinaciones espectroscópicas. Finalmente, el impacto sobre la masa de la envoltura residual de hidrógeno es apreciable sólo para los modelos de estrellas ZZ Ceti frías, donde las variaciones pueden alcanzar dos ordenes de magnitud. Para los modelos calientes o de temperatura efectiva intermedia, las variaciones son menores que un orden de magnitud. Estos resultados permanecen cuando se consideran estrellas ZZ Ceti reales, encontrando incluso que los períodos de algunas estrellas ZZ Ceti calientes y de temperatura intermedia son sensibles a la la envoltura.

- Respecto a las incertezas relacionadas con la tasa de reacción  $^{12}\text{C} + \alpha$  y su impacto sobre las determinaciones astrosismológicas, hemos encontrado que la desviación promedio máxima en la temperatura efectiva es de  $\sim 8\%$ . Si bien este valor es similar al encontrado en el análisis previo, para los modelos con  $\Pi_i < 350\text{s}$  es considerablemente menor ( $\sim 5\%$ ). En cuanto a la masa estelar, se encuentra que más de un 50 % de los casos estudiados muestran diferencias menores que los errores observacionales promedio ( $\sim 4\%$ ). Sin embargo, si fijamos la masa de la envoltura, encontramos que alrededor del 70 % de los modelos representativos de estrellas ZZ Ceti de temperatura alta e intermedia muestran diferencias menores al 4 %. Por el contrario, los modelos de enanas blancas frías muestran un mayor impacto en la masa estelar así como también en la masa de la envoltura de hidrógeno, en donde las variaciones pueden alcanzar 2 ordenes de magnitud. Esto no sucede para los modelos más calientes donde un 85 % de los casos no muestran variaciones apreciables en el tamaño de la envoltura. Estos resultados también concuerdan con aquellos derivados de los ajustes astrosismológicos a estrellas ZZ Ceti reales.

Finalmente, las principales conclusiones relacionadas con los resultados de la evolución de enanas blancas que resultan de progenitores enriquecidos en helio inicial son:

- La masa final de las enanas blancas resultantes de progenitores enriquecidos en helio es sustancialmente mayor que aquellas provenientes de progenitores con helio inicial estándar.
- Aquellos progenitores con masas menores que  $0.65M_{\odot}$ , evolucionan directamente hacia la etapa de enana blanca con núcleos de helio en menos de 14 Giga años. Por otro lado, aquellos modelos con masa inicial mayor pero menos masiva que  $0.75M_{\odot}$  alcanzan la etapa de enana blanca evitando la fase TP-AGB o incluso evitando la fase AGB si la masa estelar es menor que  $0.7M_{\odot}$ .
- Para aquellos modelos con masa inicial menor a  $1M_{\odot}$ , la masa final del remanente de los progenitores enriquecidos en helio no difiere apreciablemente de la masa del núcleo libre de helio al primer pulso térmico. La ocurrencia de overshooting durante la TP-AGB induce episodios de dragado y se espera enriquecimiento de carbono en la envoltura para masas iniciales mayores que  $1.5M_{\odot}$ . Sin embargo, la ocurrencia de overshooting en progenitores enriquecidos en helio no altera fuertemente la relación masa inicial masa final.
- La quema residual de hidrógeno es una fuente apreciable de energía para aquellas enanas blancas de C/O menos masivas. La quema estable de hidrógeno en enanas blancas de baja masa provenientes de progenitores enriquecidos en helio no depende de la ocurrencia de

---

overshooting durante la fase TP-AGB. Sin embargo, aquellas enanas blancas de núcleo de helio más masivas experimentan un flash de CNO, minimizando el impacto de la quema de hidrógeno en fases más avanzadas. Como consecuencia, a luminosidades bajas e intermedias, los tiempos de enfriamiento de las enanas blancas masivas de núcleos de helio, provenientes de progenitores enriquecidos son un factor 2 menores que aquellas enanas blancas provenientes de progenitores con helio inicial estándar.

En esta tesis se ha cuantificado por primera vez el impacto que tienen las incertezas en la evolución de las estrellas progenitoras de enanas blancas sobre el espectro de períodos teóricos y ajustes astrosismológicos de estrellas ZZ Ceti. Hemos demostrado que, si bien las incertezas en la evolución previa afectan las propiedades pulsacionales y astrosismológicas de los modelos de estrellas ZZ Ceti, estos efectos han podido cuantificarse y además están acotados. En particular se ha demostrado que, en promedio, estas incertezas son del orden de los errores observacionales. Estos resultados dan confianza al uso de modelos totalmente evolutivos con perfiles químicos consistentes. En conclusión, los resultados de esta tesis muestran que las estimaciones de parámetros estelares que provee la astrosismología son realmente robustas y confiables, a pesar de las incertezas de los procesos físicos que ocurren durante la evolución de las estrellas progenitoras. Este resultado provee un marco mucho más robusto a nuestro enfoque astrosismológico.

Como trabajo a futuro pretendemos realizar ajustes astrosismológicos a nuevas estrellas enanas blancas observadas por el satélite Kepler. Además se pretende desarrollar una grilla de modelos de enanas blancas masivas, con núcleos de oxígeno y neón, y realizar ajustes astrosismológicos a estrellas ZZ Ceti masivas.



## Apéndice A

# Apéndice A

Esta sección está dedicada al desarrollo de la teoría de pulsaciones no-radiales adiabáticas, las cuales fueron utilizadas para los cálculos de propiedades pulsacionales de los modelos de estrellas ZZ Ceti calculados en esta tesis. Para ello, a partir de las ecuaciones básicas de la hidrodinámica para un sistema con simetría esférica, desarrollaremos la teoría de perturbaciones a primer orden. Además supondremos que no hay rotación ni campos magnéticos. Las soluciones del sistema de ecuaciones diferenciales resultantes, tiene como solución autofunciones y autofrecuencias en cada perturbación.

El proceso seguido a continuación, deriva del tratamiento presentado por Unno et al. (1989). Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de un fluido autogravitante con transporte no convectivo del calor son las ecuaciones de conservación del momento, conservación de la energía y conservación de la masa. Adicionalmente, debe tenerse en cuenta la ecuación de Poisson que relaciona el campo gravitatorio con la distribución de masa y la ecuación de difusión para el flujo radiativo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \vec{u} = \rho \vec{f} - \nabla p - \rho \nabla \Phi + \nabla \Theta \quad (\text{A.2})$$

$$\rho T \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) S = \rho(\epsilon_N + \epsilon_V) - \nabla \cdot \vec{F}_R \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (\text{A.4})$$

$$\vec{F}_R = -\frac{4ac}{3\kappa\rho} T^3 \nabla T \quad (\text{A.5})$$

donde en estas ecuaciones  $\rho$  denota la densidad de masa,  $p$  la presión,  $T$  la temperatura,  $\vec{u}$  la velocidad de fluido,  $S$  la entropía específica,  $\Phi$  el potencial gravitatorio,  $\vec{f}$  las fuerzas electromagnéticas y externas,  $\Theta$  el tensor de esfuerzos viscosos,  $\epsilon_N$  la tasa de generación de energía nuclear,  $\epsilon_V$  la generación de calor por viscosidad,  $\vec{F}_R$  el flujo de energía por radiación,  $\nabla$  es el operador gradiente,  $G$  la constante de gravitación universal,  $\nabla^2$  el operador Laplaciano y  $\kappa$  la opacidad. Además  $a$  es la constante de densidad de la radiación y  $c$  la velocidad de la luz. Por otro lado debe considerarse las ecuaciones de estado  $p(\rho, T)$  y  $S(\rho, T)$  y la de generación de energía  $\epsilon_N(\rho, T)$

y opacidad  $\kappa(\rho, T)$ . Cuando existen fenómenos de convección dentro de la estrella, el tratamiento de las oscilaciones estelares se dificulta, es por eso que nos restringiremos al caso en donde no hay convección. En este contexto, dentro de la estrella la viscosidad es prácticamente despreciable por lo que  $\nabla \cdot \Theta \approx 0$  y  $\epsilon_V \approx 0$ . Además consideraremos que no hay fuerzas electro-magnéticas ni externas, luego las ecuaciones (A.1)-(A.5) resultan:

$$\frac{\partial}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) \vec{v} = -\nabla p - \rho \nabla \Phi \quad (\text{A.7})$$

$$\rho T \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) S = \rho \epsilon_N - \nabla \cdot \vec{F}_R \quad (\text{A.8})$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (\text{A.9})$$

$$\vec{F}_R = -\frac{4ac}{3\kappa\rho} T^3 \nabla T \quad (\text{A.10})$$

donde la ecuación (A.7) resulta ser la ecuación de Navier-Stokes para la aproximación de un fluido no viscoso ó ecuación de Euler. En este caso  $\vec{v}$  es la velocidad del flujo en ausencia de convección.

El modelo de estrella no perturbado, se considera que evoluciona de forma cuasi-estática, entonces  $\vec{v}_0 = 0$  y el resto de las cantidades no perturbadas ( $X_0$ ) son independientes del tiempo ( $\partial X_0 / \partial t = 0$ ). En estado de equilibrio, las ecuaciones (A.6)-(A.10) quedan:

$$-\nabla p_0 - \rho_0 \nabla \Phi_0 = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\rho_0 \epsilon_{N,0} - \nabla \vec{F}_{R,0} = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\nabla^2 \Phi_0 = 4\pi G \rho_0 \quad (\text{A.13})$$

$$\vec{F}_{R,0} = -K_0 \nabla T \quad (\text{A.14})$$

donde  $K = 4acT^3/3\kappa\rho$ .

Para derivar las ecuaciones básicas de las oscilaciones lineales, consideramos pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio. Para ello, tenemos en cuenta que  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\xi}$ ,  $p = p_0 + p'$ ,  $\rho = \rho_0 + \rho'$ ,  $T = T_0 + T'$ ,  $\Phi = \Phi_0 + \Phi'$ , etc. Aquí,  $\vec{\xi}$  es el desplazamiento del elemento de fluido respecto a su posición de equilibrio. Se denomina perturbación Lagrangiana de una cantidad  $f$  en un dado elemento de fluido a

$$\delta f(\vec{r}_0, t) = f(\vec{r}, t) - f(\vec{r}_0) \quad (\text{A.15})$$

en donde  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\xi}$ .  $\delta f(\vec{r}_0, t)$  es el cambio de  $f$  a tiempo  $t$  del elemento de fluido que en equilibrio estaba en  $\vec{r}_0$ . Por otro lado, se denomina perturbación Euleriana al cambio de  $f$  en un punto fijo del espacio debido a la perturbación:

$$f'(\vec{r}, t) = f(\vec{r}, t) - f_0(\vec{r}). \quad (\text{A.16})$$

Estas perturbaciones se relacionan entre sí a partir de la fórmula:

$$\delta f(\vec{r}, t) = f'(\vec{r}, t) + \vec{\xi} \cdot \nabla f_0(\vec{r}) \quad (\text{A.17})$$

Para la cantidad velocidad, en el modelo no perturbado las variaciones Lagrangianas y Eulerianas coinciden dado que las velocidades nulas:

$$\delta \vec{v} = \vec{v}' = d\vec{\xi}/dt \quad (\text{A.18})$$

Desarrollando a primer orden cada variable física, es decir, como un término en equilibrio más término perturbativo euleriano y reemplazando en las ecuaciones de fluido (A.6)-(A.10):

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \vec{v}) = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p' + \rho_0 \nabla \Phi' + \rho' \nabla \Phi_0 = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$\rho_0 T_0 \frac{\partial}{\partial t} (S' + \vec{\xi} \cdot \nabla S_0) = (\rho \epsilon_N)' - \nabla \cdot \vec{F}_R \quad (\text{A.21})$$

$$\nabla^2 \Phi' = 4\pi G \rho' \quad (\text{A.22})$$

$$\vec{F}_R = -K_0 \nabla T' - K' \nabla T_0 \quad (\text{A.23})$$

Las ecuaciones (A.19)-(A.23) conforman un sistema de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas para las perturbaciones  $\rho', \Phi', T', P', \vec{\xi}, \vec{v}$  del fluido. A partir de estas ecuaciones y en conjunto con las respectivas condiciones de borde es posible encontrar las soluciones de las perturbaciones. Como los coeficientes de las ecuaciones son combinaciones de las cantidades en equilibrio, estas sólo dependen del radio debido a la suposición de simetría esférica original ( $\rho_0 = \rho_0(r), T_0 = T_0(r)$ , etc). Por otro lado, las perturbaciones Eulerianas dependen tanto de la posición como del tiempo. Esto nos permite proponer una solución de variables separadas:

$$f'(r, \theta, \phi, t) = f'(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{i\sigma t} \quad (\text{A.24})$$

es decir que los modos normales de las cantidades perturbadas tendrán la forma<sup>1</sup> de la ecuación (A.24). Por lo pronto utilizaremos  $f'(r, \theta, \phi, t) = f'(r, \theta, \phi) e^{i\sigma t}$ . La perturbación general será una combinación lineal de estos modos. La dependencia temporal es una expresión oscilatoria con frecuencia de oscilación  $\sigma$ .

Tomemos la ecuación termodinámica (Unno et al., 1989):

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{\Gamma_1} \frac{P'}{P} - A \xi_r - \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S \quad (\text{A.25})$$

<sup>1</sup>La propuesta de solución de los armónicos esféricos para la parte angular de la solución proviene de que ellos son las autofunciones del operador diferencial  $r^2 \nabla_{\perp}^2$ , donde  $\nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sin^2(\theta)} \left[ \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right]$

## A. Apéndice A

donde  $\Gamma_1 = (\partial \ln p / \partial \ln \rho)_S$  y  $\nabla_{ad} = (\partial \ln T / \partial \ln p)_S$ . Aquí el subíndice  $S'$  indica que las derivadas se toman a entropía constante y A es el discriminante de Schwarzschild:

$$A = \frac{d \ln \rho}{dr} - \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} \quad (\text{A.26})$$

el cual denota el grado de estabilidad ( $A < 0$ ) o inestabilidad ( $A > 0$ ) convectiva. A partir de la ecuación (A.24), utilizando la ecuación (A.25) y las ecuaciones (A.19)-(A.23) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\rho g}{\Gamma_1 p} \right) p' - (\sigma^2 + gA) \xi_r + \frac{\partial \Phi'}{\partial r} = g \nabla_{ad} \frac{\rho T}{p} \delta S \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r^2 \xi_r)}{dr} + \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} \xi_r + \left( \frac{\rho}{\Gamma_1 p} + \frac{\nabla_{\perp}^2}{\sigma^2} \right) \frac{p'}{\rho} + \frac{1}{\sigma^2} \nabla_{\perp}^2 \Phi' = \nabla_{ad} \frac{\rho T}{p} \delta S \quad (\text{A.28})$$

$$\left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \nabla_{\perp}^2 \right) \Phi' - 4\pi G \rho \left( \frac{P'}{\Gamma_1 P} - A \xi_r \right) = -4\pi G \nabla_{ad} \frac{\rho^2 T}{P} \delta S \quad (\text{A.29})$$

$$i\sigma \rho T \delta S = (\rho \epsilon_N)' - \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r')}{\partial r} + \nabla_{\perp}^2 (KT') \quad (\text{A.30})$$

$$F_r' = -K \frac{\partial T'}{\partial r} - K' \frac{dT}{dr} \quad (\text{A.31})$$

notar que  $F_r'$  es la parte radial de la variación Euleriana en el flujo,  $F_R'$ . Las ecuaciones (A.27)-(A.31) son independientes del tiempo, y los coeficientes sólo dependen de la coordenada radial. Como el único operador diferencial con derivadas respecto a  $\theta$  y  $\phi$  es  $\nabla_{\perp}^2$  es posible hacer otra separación de variables en parte radial y angular. Sabemos que:

$$L^2 Y_{\ell}^m(\theta, \phi) = r^2 \nabla_{\perp}^2 Y_{\ell}^m(\theta, \phi) = \ell(\ell + 1) Y_{\ell}^m(\theta, \phi) \quad (\text{A.32})$$

es decir, los armónicos esféricos son autofunciones del operador  $L^2$  con  $\ell(\ell + 1)$  como autovalores. La expresión para los armónicos esféricos depende de los polinomios de Legendre ( $P_{\ell}^{|m|}(\cos \theta)$ ) de la siguiente forma:

$$Y_{\ell}^m(\theta, \phi) = (-1)^{(m+|m|)/2} \left[ \frac{(2\ell + 1)(\ell - m)!}{2\pi(\ell + m)!} \right]^{1/2} P_{\ell}^{|m|}(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (\text{A.33})$$

con  $m = 0, \pm 1, \dots, \pm \ell$ .

A partir de esta separación de variables, los modos normales de las perturbaciones se escriben como  $f'(r, \theta, \phi) = f(r) Y_{\ell}^m(\theta, \phi)$  por lo que la expresión de la variación Lagrangiana del desplazamiento se escribe como:

$$\vec{\xi} = \left[ \xi_r(r), \xi_h(r) \frac{\partial}{\partial \theta}, \xi_h(r) \frac{\partial}{\sin \theta \partial \phi} \right] Y_{\ell}^m(\theta, \phi) e^{i\sigma t} \quad (\text{A.34})$$

siendo

$$\xi_h = \frac{1}{\sigma^2 r} \left( \frac{P'}{\rho} + \Phi' \right) \quad (\text{A.35})$$

A partir de las ecuaciones (A.27)-(A.31), y teniendo en cuenta la forma funcional de las perturbaciones se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} P' + (N^2 - \sigma) \xi_r + \frac{d\Phi'}{dr} = g \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S \quad (\text{A.36})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 \xi_r)}{dr} + \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} \xi_r + \left(1 - \frac{L_\ell^2}{\sigma^2}\right) \frac{P'}{\rho c_s^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{\sigma^2 r^2} \Phi' = \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \Phi' - 4\pi G \rho \left( \frac{P'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right) = -4\pi G \nabla_{ad} \frac{\rho^2 T}{P} \delta S \quad (\text{A.38})$$

$$K \frac{dT'}{dr} = -F'_r - K' \frac{dT'}{dr} \quad (\text{A.39})$$

$$i\sigma \rho T \delta S = (\rho \epsilon_N)' - \frac{1}{r^2} \frac{r^2 F'_r}{dr} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} K T' \quad (\text{A.40})$$

donde  $c_s^2 = (\Gamma_1 p / \rho)^{1/2}$  es la velocidad del sonido al cuadrado y  $N$  y  $L_\ell$  son las frecuencias de Brunt-Väisälä y Lamb, respectivamente:

$$N^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) = -gA \quad (\text{A.41})$$

$$L_\ell^2 = \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} c_s^2 \quad (\text{A.42})$$

Estas frecuencias características son extremadamente importantes en la teoría de pulsaciones estelares no-radiales siendo que determinan las características globales del espectro de modos.

En la aproximación adiabática se supone que el intercambio de calor entre los elementos de fluido durante la oscilación es nulo, por lo que la entropía específica se conserva ( $\delta S = 0$ ). Esto conlleva a que la relación de la ecuación (A.25) tome la forma

$$\rho' = \frac{p'}{c_s^2} + \frac{\xi_r \rho N^2}{g} \quad (\text{A.43})$$

Las ecuaciones (A.36)-(A.38) se reescriben como

$$\frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 \xi_r)}{dr} - \frac{g}{c_s^2} \xi_r + \left(1 - \frac{L_\ell^2}{\sigma^2}\right) \frac{p'}{\rho c_s^2} = \frac{\ell(\ell+1)}{\sigma^2 r^2} \Phi' \quad (\text{A.44})$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} p' + (N^2 - \sigma^2) \xi_r = -\frac{d\Phi'}{dr} \quad (\text{A.45})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \Phi' = 4\pi G \rho \left( \frac{p'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right) \quad (\text{A.46})$$

Estas ecuaciones (A.44)-(A.46) con las respectivas condiciones de contorno para el centro y superficie, constituyen un problema de autovalores ( $\sigma^2$ ) donde las autofunciones son los modos normales de oscilación. Realizando un cambio de variables de la forma  $y_1 = \xi_r / r$ ,  $y_2 = \frac{1}{gr} (p' / \rho)$ ,  $y_3 = \Phi' / gr$ ,  $y_4 = \frac{1}{g} (d\Phi' / dr)$  y  $\omega^2 = R_*^3 \sigma^2 / GM_*$ , lo cual tiene muchas ventajas a la hora de resolver numéricamente las ecuaciones, se puede reescribir las incógnitas como:

$$\xi_r = ry_1 \quad p' = \rho gr(y_2 - y_1) \quad \Phi' = gry_3 \quad \frac{d\Phi'}{dr} = gy_4 \quad \sigma^2 = \frac{GM_\star}{R - \star^3} \omega^2 \quad (\text{A.47})$$

obteniendo un sistema de ecuaciones adimensionales:

$$x \frac{dy_1}{dr} = (V_g' 3) y_1 + \left[ \frac{\ell(\ell+1)}{C_1 \omega^2} - V_g \right] y_2 + V_g y_3 \quad (\text{A.48})$$

$$x \frac{dy_2}{dr} = (C_1 \omega^2 - A^*) + (A^* - U + 1) y_2 - A^* y_3 \quad (\text{A.49})$$

$$x \frac{dy_3}{dr} = (1 - U) y_3 + y_4 \quad (\text{A.50})$$

$$x \frac{dy_4}{dr} = U A^* y_1 + U V_g y_2 + [\ell(\ell+1) - U V_g] y_3 - U y_4 \quad (\text{A.51})$$

siendo

$$V_g = \frac{V}{\Gamma_1} = -\frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{d \ln r} = \frac{gr}{c_s^2} = \frac{gr \rho}{\Gamma_1 p} \quad (\text{A.52})$$

$$U = \frac{d \ln M_r}{d \ln r} = \frac{4\pi \rho r^3}{M_r} \quad (\text{A.53})$$

$$C_1 = \left( \frac{r}{R_\star} \right)^3 \frac{M_\star}{M_r} \quad (\text{A.54})$$

$$A^* = -rA = \frac{r}{g} N^2 = r \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) \quad (\text{A.55})$$

Notar que  $r/R_\star = x$  es una variable adimensional (coordenada radial escalada con el radio estelar). Finalmente las condiciones de contorno para el sistema de ecuaciones son, en el centro :

$$y_1 C_1 \omega^2 - \ell y_2 = 0, \quad \ell y_3 - y_4 = 0 \quad (\text{A.56})$$

y en la superficie estelar

$$y_1 - y_2 + y_3 = 0, \quad (\ell + 1) y_3 + y_4 = 0 \quad (\text{A.57})$$

más la condición de normalización  $y_1 = 1$  en  $x = 1$ .

# Bibliografía

- Alexander, D. R. y Ferguson, J. W.: 1994, *ApJ* **437**, 879
- Althaus, L. G., Camisassa, M. E., Miller Bertolami, M. M., Córscico, A. H., y García-Berro, E.: 2015, *aap* **576**, A9
- Althaus, L. G., Córscico, A. H., Bischoff-Kim, A., Romero, A. D., Renedo, I., García-Berro, E., y Miller Bertolami, M. M.: 2010a, *apj* **717**, 897
- Althaus, L. G., Córscico, A. H., Isern, J., y García-Berro, E.: 2010b, *aapr* **18**, 471
- Althaus, L. G., Córscico, A. H., Isern, J., y García-Berro, E.: 2010c, *A&A rev* **18**, 471
- Althaus, L. G., Córscico, A. H., Torres, S., Lorén-Aguilar, P., Isern, J., y García-Berro, E.: 2011, *aap* **527**, A72
- Althaus, L. G., García-Berro, E., Córscico, A. H., Miller Bertolami, M. M., y Romero, A. D.: 2009, *ApJ* **693**, L23
- Althaus, L. G., García-Berro, E., Renedo, I., Isern, J., Córscico, A. H., y Rohrmann, R. D.: 2010d, *ApJ* **719**, 612
- Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., y Córscico, A. H.: 2013, *aap* **557**, A19
- Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Córscico, A. H., y Montgomery, M. H.: 2003, *A&Ap* **404**, 593
- Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Panei, J. A., Córscico, A. H., García-Berro, E., y Scóccola, C. G.: 2005a, *A&Ap* **435**, 631
- Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Panei, J. A., Córscico, A. H., García-Berro, E., y Scóccola, C. G.: 2005b, *aap* **435**, 631
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., Descouvemont, P., Baye, D., Leclercq-Willain, C., Coc, A., Barhoumi, S., Aguer, P., Rolfs, C., Kunz, R., Hammer, J. W., Mayer, A., Paradellis, T., Kossionides, S., Chronidou, C., Spyrou, K., degl'Innocenti, S., Fiorentini, G., Ricci, B., Zavatarelli, S., Providencia, C., Wolters, H., Soares, J., Grama, C., Rahighi, J., Shotter, A., y Laméhi Rachti, M.: 1999, *Nuclear Physics A* **656**, 3
- Barrat, J. L., Hansen, J. P., y Mochkovitch, R.: 1988, *A&Ap* **199**, L15
- Bastian, N., Cabrera-Ziri, I., y Salaris, M.: 2015, *mnras* **449**, 3333

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Bellini, A., Anderson, J., Salaris, M., Cassisi, S., Bedin, L. R., Piotto, G., y Bergeron, P.: 2013, *apjl* **769**, L32
- Benvenuto, O. G., Córscico, A. H., Althaus, L. G., y Serenelli, A. M.: 2002, *mnras* **332**, 399
- Bergeron, P., Fontaine, G., Billères, M., Boudreault, S., y Green, E. M.: 2004, *apj* **600**, 404
- Biermann, L.: 1932, *zap* **5**, 117
- Bischoff-Kim, A., Montgomery, M. H., y Winget, D. E.: 2008, *apj* **675**, 1505
- Bischoff-Kim, A. y Østensen, R. H.: 2011, *apjl* **742**, L16
- Bischoff-Kim, A., Østensen, R. H., Hermes, J. J., y Provencal, J. L.: 2014, *apj* **794**, 39
- Böhm-Vitense, E.: 1958, *zap* **46**, 108
- Bradley, P. y Kleinman, S. J.: 1997, in J. Isern, M. Hernanz, and E. Garcia-Berro (eds.), *White dwarfs*, Vol. 214 of *Astrophysics and Space Science Library*, p. 445
- Bradley, P. A.: 1996, *apj* **468**, 350
- Bradley, P. A.: 1998, *apjs* **116**, 307
- Bradley, P. A.: 2001, *apj* **552**, 326
- Bradley, P. A.: 2006, *memsai* **77**, 437
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., y Hansen, C. J.: 1992a, *apjs* **80**, 369
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., Kawaler, S. D., y Tassoul, M.: 1991, *apj* **367**, 601
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., y Tassoul, M.: 1992b, *apjs* **81**, 747
- Brickhill, A. J.: 1991, *mnras* **251**, 673
- Buchmann, L.: 1996, *ApJl* **468**, L127
- Calamida, A., Corsi, C. E., Bono, G., Stetson, P. B., Prada Moroni, P., Degl'Innocenti, S., Ferraro, I., Iannicola, G., Koester, D., Pulone, L., Monelli, M., Amico, P., Buonanno, R., Caputo, F., D'Odorico, S., Freyhammer, L. M., Marchetti, E., Nonino, M., y Romaniello, M.: 2008, *apjl* **673**, L29
- Camisassa, M. E., Córscico, A. H., Althaus, L. G., y Shibahashi, H.: 2016, *aap* **595**, A45
- Castanheira, B. G. y Kepler, S. O.: 2008, *mnras* **385**, 430
- Castanheira, B. G. y Kepler, S. O.: 2009, *mnras* **396**, 1709
- Castanheira, B. G., Kepler, S. O., Mullanly, F., Winget, D. E., Koester, D., Voss, B., Kleinman, S. J., Nitta, A., Eisenstein, D. J., Napiwotzki, R., y Reimers, D.: 2006, *aap* **450**, 227
- Castellani, V., Chieffi, A., Tornambe, A., y Pulone, L.: 1985, *ApJ* **296**, 204

- Catalán, S., Isern, J., García-Berro, E., y Ribas, I.: 2008, *mnras* **387**, 1693
- Caughlan, G. R. y Fowler, W. A.: 1988, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **40**, 283
- Chabrier, G., Ségretain, L., Hernanz, M., Isern, J., y Mochkovitch, R.: 1993, in M. A. Barstow (ed.), *NATO ASIC Proc. 403: White Dwarfs: Advances in Observation and Theory*, p. 115
- Chandrasekhar, S.: 1939, *Ciel et Terre* **55**, 412
- Chantereau, W., Charbonnel, C., y Decressin, T.: 2015, *aap* **578**, A117
- Charbonnel, C., Chantereau, W., Decressin, T., Meynet, G., y Schaerer, D.: 2013, *aap* **557**, L17
- Charpinet, S., Van Grootel, V., Brassard, P., Fontaine, G., Green, E. M., y Randall, S. K.: 2013, in *European Physical Journal Web of Conferences*, Vol. 43 of *European Physical Journal Web of Conferences*, p. 04005
- Clemens, J. C., O'Brien, P. C., Dunlap, B. H., y Hermes, J. J.: 2016, *ArXiv e-prints*
- Clemens, J. C., van Kerkwijk, M. H., y Wu, Y.: 2000, *mnras* **314**, 220
- Constantino, T., Campbell, S. W., Christensen-Dalsgaard, J., Lattanzio, J. C., y Stello, D.: 2015, *mnras* **452**, 123
- Constantino, T., Campbell, S. W., y Lattanzio, J. C.: 2017, *mnras* **472**, 4900
- Córsico, A. H.: 2003, *Tesis doctoral, UNLP*
- Córsico, A. H. y Althaus, L. G.: 2006, *aap* **454**, 863
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Benvenuto, O. G., y Serenelli, A. M.: 2002a, *aap* **387**, 531
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., García-Berro, E., y Romero, A. D.: 2013, *jcap* **6**, 032
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., y Miller Bertolami, M. M.: 2006, *aap* **458**, 259
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., y García-Berro, E.: 2009, *Journal of Physics Conference Series* **172(1)**, 012075
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., Romero, A. D., García-Berro, E., Isern, J., y Kepler, S. O.: 2012, *mnras* **424**, 2792
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Montgomery, M. H., García-Berro, E., y Isern, J.: 2005, *aap* **429**, 277
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Kepler, S. O., Jeffery, C. S., y Corti, M. A.: 2016, *aap* **588**, A74
- Córsico, A. H. y Benvenuto, O. G.: 2002, *apss* **279**, 281
- Córsico, A. H., Benvenuto, O. G., Althaus, L. G., Isern, J., y García-Berro, E.: 2001, *NA* **6**, 197
- Córsico, A. H., Benvenuto, O. G., Althaus, L. G., y Serenelli, A. M.: 2002b, *mnras* **332**, 392

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Cowling, T. G.: 1941, *mnras* **101**, 367
- Cowling, T. G. y Newing, R. A.: 1949, *apj* **109**, 149
- D'Antona, F., Bellazzini, M., Caloi, V., Pecci, F. F., Galletti, S., y Rood, R. T.: 2005, *apj* **631**, 868
- D'Antona, F. y Caloi, V.: 2008, *mnras* **390**, 693
- D'Antona, F. y Mazzitelli, I.: 1996, *apj* **470**, 1093
- D'Cruz, N. L., Dorman, B., Rood, R. T., y O'Connell, R. W.: 1996, *apj* **466**, 359
- De Marco, O., Sandquist, E. L., Mac Low, M.-M., Herwig, F., y Taam, R. E.: 2003, in J. Arthur and W. J. Henney (eds.), *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica Conference Series*, Vol. 15 of *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, vol. 27, pp 34–37
- deBoer, R. J., Görres, J., Wiescher, M., Azuma, R. E., Best, A., Brune, C. R., Fields, C. E., Jones, S., Pignatari, M., Sayre, D., Smith, K., Timmes, F. X., y Uberseder, E.: 2017, *Reviews of Modern Physics* **89(3)**, 035007
- Decressin, T., Meynet, G., Charbonnel, C., Prantzos, N., y Ekström, S.: 2007, *aap* **464**, 1029
- Denissenkov, P. A. y Weiss, A.: 2004, *apj* **603**, 119
- Dolez, N. y Vauclair, G.: 1981, *aap* **102**, 375
- Dziembowski, W.: 1977, *acta* **27**, 203
- Dziembowski, W. y Koester, D.: 1981, *aap* **97**, 16
- Eisenstein, D. J., Liebert, J., Harris, H. C., Kleinman, S. J., Nitta, A., Silvestri, N., Anderson, S. A., Barentine, J. C., Brewington, H. J., Brinkmann, J., Harvanek, M., Krzesiński, J., Neilsen, Jr., E. H., Long, D., Schneider, D. P., y Snedden, S. A.: 2006, *apjs* **167**, 40
- Ekström, S., Georgy, C., Eggenberger, P., Meynet, G., Mowlavi, N., Wyttenbach, A., Granada, A., Decressin, T., Hirschi, R., Frischknecht, U., Charbonnel, C., y Maeder, A.: 2012, *aap* **537**, A146
- Farihi, J., Jura, M., y Zuckerman, B.: 2009, *apj* **694**, 805
- Fields, C. E., Farmer, R., Petermann, I., Iliadis, C., y Timmes, F. X.: 2016, *apj* **823**, 46
- Fontaine, G. y Brassard, P.: 2008, *pas* **120**, 1043
- Fontaine, G., Brassard, P., y Bergeron, P.: 2001, *pas* **113**, 409
- Fontaine, G., Brassard, P., Bergeron, P., y Wesemael, F.: 1992, *apjl* **399**, L91
- Fowler, W. A., Caughlan, G. R., y Zimmerman, B. A.: 1975, *ARA&A* **13**, 69
- Freytag, B., Ludwig, H.-G., y Steffen, M.: 1996, *A&Ap* **313**, 497

- Fynbo, H. O. U., Diget, C. A., Bergmann, U. C., Borge, M. J. G., Cederkäll, J., Dendooven, P., Fraile, L. M., Franchoo, S., Fedosseev, V. N., Fulton, B. R., Huang, W., Huikari, J., Jeppesen, H. B., Jokinen, A. S., Jones, P., Jonson, B., Köster, U., Langanke, K., Meister, M., Nilsson, T., Nyman, G., Prezado, Y., Riisager, K., Rinta-Antila, S., Tengblad, O., Turrion, M., Wang, Y., Weissman, L., Wilhelmsen, K., Äystö, J., y ISOLDE Collaboration: 2005, *nat* **433**, 136
- Gänsicke, B. T., Koester, D., Farihi, J., Girven, J., Parsons, S. G., y Breedt, E.: 2012, *mnras* **424**, 333
- García-Berro, E., Althaus, L. G., Torres, S., Lorén-Aguilar, P., Renedo, I., Córscico, A. H., Isern, J., Salaris, M., y Rohrmann, R. D.: 2010, in K. Werner and T. Rauch (eds.), *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1273 of *American Institute of Physics Conference Series*, pp 129–134
- García-Berro, E., Hernanz, M., Isern, J., y Mochkovitch, R.: 1988a, *Nat* **333**, 642
- García-Berro, E., Hernanz, M., Isern, J., y Mochkovitch, R.: 1995, *mnras* **277**, 801
- García-Berro, E., Hernanz, M., Mochkovitch, R., y Isern, J.: 1988b, *A&Ap* **193**, 141
- García-Berro, E., Torres, S., Althaus, L. G., y Miller Bertolami, M. M.: 2014, *aap* **571**, A56
- Giammichele, N., Charpinet, S., Brassard, P., y Fontaine, G.: 2017a, *aap* **598**, A109
- Giammichele, N., Charpinet, S., Fontaine, G., y Brassard, P.: 2017b, *apj* **834**, 136
- Gianninas, A., Bergeron, P., y Fontaine, G.: 2006, *aj* **132**, 831
- Goswami, A. y Reddy, B. E.: 2010, *Astrophysics and Space Science Proceedings* 16
- Greggio, L. y Renzini, A.: 1990, *apj* **364**, 35
- Groenewegen, M. A. T., Sloan, G. C., Soszyński, I., y Petersen, E. A.: 2009, *aap* **506**, 1277
- Groenewegen, M. A. T., Whitelock, P. A., Smith, C. H., y Kerschbaum, F.: 1998, *mnras* **293**, 18
- Habing, H. y Olofsson, H., *Springer*
- Han, Z., Tout, C. A., y Eggleton, P. P.: 2000, *mnras* **319**, 215
- Hansen, B. M. S., Anderson, J., Brewer, J., Dotter, A., Fahlman, G. G., Hurley, J., Kalirai, J., King, I., Reitzel, D., Richer, H. B., Rich, R. M., Shara, M. M., y Stetson, P. B.: 2007, *apj* **671**, 380
- Hansen, B. M. S. y Liebert, J.: 2003, *araa* **41**, 465
- Hashimoto, M.: 1995, *Progress of Theoretical Physics* **94**, 663
- Hernanz, M., García-Berro, E., Isern, J., Mochkovitch, R., Segretain, L., y Chabrier, G.: 1994, *ApJ* **434**, 652
- Herwig, F.: 2000, *aap* **360**, 952

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Herwig, F.: 2005, *araa* **43**, 435
- Herwig, F., Blöcker, T., Langer, N., y Driebe, T.: 1999, *aap* **349**, L5
- Herwig, F., Bloecker, T., Schoenberner, D., y El Eid, M.: 1997a, *A&Ap* **324**, L81
- Herwig, F., Bloecker, T., Schoenberner, D., y El Eid, M.: 1997b, *aap* **324**, L81
- Hollowell, D. y Iben, Jr., I.: 1988, *apjl* **333**, L25
- Iben, Jr., I.: 1975, *apj* **196**, 525
- Iben, Jr., I. y Renzini, A.: 1983, *ARA&A* **21**, 271
- Iglesias, C. A. y Rogers, F. J.: 1996, *ApJ* **464**, 943
- Isern, J. y García-Berro, E.: 2008, *memsai* **79**, 545
- Isern, J., García-Berro, E., Althaus, L. G., y Córscico, A. H.: 2010, *aap* **512**, A86
- Isern, J., García-Berro, E., Torres, S., y Catalán, S.: 2008, *apjl* **682**, L109
- Isern, J., Hernanz, M., y Garcia-Berro, E.: 1992, *apjl* **392**, L23
- Itoh, N., Adachi, T., Nakagawa, M., Kohyama, Y., y Munakata, H.: 1989, *ApJ* **339**, 354
- Itoh, N., Mutoh, H., Hikita, A., y Kohyama, Y.: 1992, *ApJ* **395**, 622
- Jeffery, C. S.: 2008, *Communications in Asteroseismology* **157**, 240
- Joo, S.-J. y Lee, Y.-W.: 2013, *apj* **762**, 36
- Kalirai, J. S., Hansen, B. M. S., Kelson, D. D., Reitzel, D. B., Rich, R. M., y Richer, H. B.: 2008, *apj* **676**, 594
- Karakas, A. I. y Lattanzio, J. C.: 2014, *pasa* **31**, e030
- Kawaler, S. D. y Bradley, P. A.: 1994, *apj* **427**, 415
- Kepler, S. O., Castanheira, B. G., Saraiva, M. F. O., Nitta, A., Kleinman, S. J., Mullally, F., Winget, D. E., y Eisenstein, D. J.: 2005, *aap* **442**, 629
- Kippenhahn, R. y Weigert, A.: 1990, *Stellar Structure and Evolution*
- Kippenhahn, R., Weigert, A., y Hofmeister, E.: 1967, *Methods in Computational Physics* **7**, 129
- Kippenhahn, R., W. A. H. E., *Methods in Computational Physics*
- Kowalski, P. M.: 2006, *apj* **651**, 1120
- Kunz, R., Fey, M., Jaeger, M., Mayer, A., Hammer, J. W., Staudt, G., Harissopulos, S., y Paradellis, T.: 2002, *apj* **567**, 643
- Kupka, F. y Muthsam, H. J.: 2017, *Living Reviews in Computational Astrophysics* **3**, 1

- Ledoux, P.: 1951, *apj* **114**, 373
- Liebert, J., Bergeron, P., y Holberg, J. B.: 2005, *apjs* **156**, 47
- Lorén-Aguilar, P., Isern, J., y García-Berro, E.: 2009, *aap* **500**, 1193
- Lugaro, M., Herwig, F., Lattanzio, J. C., Gallino, R., y Straniero, O.: 2003, *apj* **586**, 1305
- Maraston, C.: 1998, *mnras* **300**, 872
- Marino, A. F., Milone, A. P., Yong, D., Da Costa, G., Asplund, M., Bedin, L. R., Jerjen, H., Nardiello, D., Piotto, G., Renzini, A., y Shetrone, M.: 2017, *ArXiv e-prints*
- Mestel, L.: 1952, *mnras* **112**, 583
- Metcalf, T. S., Montgomery, M. H., y Kanaan, A.: 2004, *apjl* **605**, L133
- Miller Bertolami, M.: 2009, *Ph.D. thesis*, Universidad Nacional de La Plata
- Miller Bertolami, M. M.: 2014, *aap* **562**, A123
- Miller Bertolami, M. M.: 2016, *aap* **588**, A25
- Miller Bertolami, M. M. y Althaus, L. G.: 2006, *AAp* **454**, 845
- Miller Bertolami, M. M., Althaus, L. G., y García-Berro, E.: 2013, *apjl* **775**, L22
- Miller Bertolami, M. M., Althaus, L. G., Unglaub, K., y Weiss, A.: 2008, *A&Ap* **491**, 253
- Milone, A. P., Marino, A. F., Cassisi, S., Piotto, G., Bedin, L. R., Anderson, J., Allard, F., Aparicio, A., Bellini, A., Buonanno, R., Monelli, M., y Pietrinferni, A.: 2012, *apjl* **754**, L34
- Montgomery, M. H., Metcalfe, T. S., y Winget, D. E.: 2003, *mnras* **344**, 657
- Montgomery, M. H. y Winget, D. E.: 1999, *apj* **526**, 976
- Mukadam, A. S., Montgomery, M. H., Winget, D. E., Kepler, S. O., y Clemens, J. C.: 2006, *apj* **640**, 956
- Mukadam, A. S., Mullally, F., Nather, R. E., Winget, D. E., von Hippel, T., Kleinman, S. J., Nitta, A., Krzesiński, J., Kepler, S. O., Kanaan, A., Koester, D., Sullivan, D. J., Homeier, D., Thompson, S. E., Reaves, D., Cotter, C., Slaughter, D., y Brinkmann, J.: 2004, *apj* **607**, 982
- Mullally, F., Thompson, S. E., Castanheira, B. G., Winget, D. E., Kepler, S. O., Eisenstein, D. J., Kleinman, S. J., y Nitta, A.: 2005, *apj* **625**, 966
- Norris, J. E.: 2004, *apjl* **612**, L25
- O'Brien, M. S. y Kawaler, S. D.: 2000, *apj* **539**, 372
- Ostlie, D. A. y Cox, A. N.: 1986, *apj* **311**, 864
- Pamyatnykh, A. A.: 1999, in B. Wolf, O. Stahl, and A. W. Fullerton (eds.), *IAU Colloq. 169: Variable and Non-spherical Stellar Winds in Luminous Hot Stars*, Vol. 523 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, p. 320

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Pech, D. y Vauclair, G.: 2006, *aap* **453**, 219
- Pech, D., Vauclair, G., y Dolez, N.: 2006, *aap* **446**, 223
- Pfeiffer, B., Vauclair, G., Dolez, N., Chevreton, M., Fremy, J.-R., Barstow, M., Belmonte, J. A., Kepler, S. O., Kanaan, A., Giovannini, O., Fontaine, G., Bergeron, P., Wesemael, F., Grauer, A. D., Nather, R. E., Winget, D. E., Provencal, J., Clemens, J. C., Bradley, P. A., Dixon, J., Kleinman, S. J., Watson, T. K., Claver, C. F., Matzeh, T., Leibowitz, E. M., y Moskalik, P.: 1996, *aap* **314**, 182
- Pietrinferni, A., Cassisi, S., Salaris, M., y Castelli, F.: 2004, *apj* **612**, 168
- Prada Moroni, P. G. y Straniero, O.: 2007, *aap* **466**, 1043
- Pustynski, V.-V. y Pustyl'nik, I.: 2006, in H. J. G. L. M. Lamers, N. Langer, T. Nugis, and K. Annuk (eds.), *Stellar Evolution at Low Metallicity: Mass Loss, Explosions, Cosmology*, Vol. 353 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, p. 149
- Renedo, I., Althaus, L. G., Córscico, A. H., Romero, A. D., Miller Bertolami, M. M., Rohrmann, R. D., y García-Berro, E.: 2010, in K. Werner and T. Rauch (eds.), *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1273 of *American Institute of Physics Conference Series*, pp 117–120
- Renzini, A.: 1987, *aap* **188**, 49
- Richer, H. B., Fahlman, G. G., Ibata, R. A., Pryor, C., Bell, R. A., Bolte, M., Bond, H. E., Harris, W. E., Hesser, J. E., Holland, S., Ivanans, N., Mandushev, G., Stetson, P. B., y Wood, M. A.: 1997, *ApJ* **484**, 741
- Ritossa, C., Garcia-Berro, E., y Iben, Jr., I.: 1996, *apj* **460**, 489
- Ritossa, C., García-Berro, E., y Iben, Jr., I.: 1999, *apj* **515**, 381
- Robinson, E. L., Mailloux, T. M., Zhang, E., Koester, D., Stiening, R. F., Bless, R. C., Percival, J. W., Taylor, M. J., y van Citters, G. W.: 1995, *apj* **438**, 908
- Romero, A. D., Córscico, A. H., Althaus, L. G., Kepler, S. O., Castanheira, B. G., y Miller Bertolami, M. M.: 2012, *mnras* **420**, 1462
- Romero, A. D., Kepler, S. O., Córscico, A. H., Althaus, L. G., y Fraga, L.: 2013, *apj* **779**, 58
- Rosenfield, P., Johnson, L. C., Girardi, L., Dalcanton, J. J., Bressan, A., Lang, D., Williams, B. F., Guhathakurta, P., Howley, K. M., Lauer, T. R., Bell, E. F., Bianchi, L., Caldwell, N., Dolphin, A., Dorman, C. E., Gilbert, K. M., Kalirai, J., Larsen, S. S., Olsen, K. A. G., Rix, H.-W., Seth, A. C., Skillman, E. D., y Weisz, D. R.: 2012, *apj* **755**, 131
- Salaris, M. y Cassisi, S.: 2005, *Evolution of Stars and Stellar Populations*
- Salaris, M., Cassisi, S., Pietrinferni, A., Kowalski, P. M., y Isern, J.: 2010, *ApJ* **716**, 1241
- Salaris, M., Dominguez, I., Garcia-Berro, E., Hernanz, M., Isern, J., y Mochkovitch, R.: 1997, *ApJ* **486**, 413

- Salaris, M., Serenelli, A., Weiss, A., y Miller Bertolami, M.: 2009, *apj* **692**, 1013
- Sánchez Arias, J. P., Córscico, A. H., y Althaus, L. G.: 2017, *aap* **597**, A29
- Sarna, M. J., Antipova, J., y Ergma, E.: 1999, in S.-E. Solheim and E. G. Meistas (eds.), *11th European Workshop on White Dwarfs*, Vol. 169 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, p. 400
- Schröder, K.-P. y Cuntz, M.: 2005, *apjl* **630**, L73
- Schürmann, D., di Leva, A., Gialanella, L., Rogalla, D., Strieder, F., de Cesare, N., D’Onofrio, A., Imbriani, G., Kunz, R., Lubritto, C., Ordine, A., Roca, V., Rolfs, C., Romano, M., Schümann, F., Terrasi, F., y Trautvetter, H.-P.: 2005, *European Physical Journal A* **26**, 301
- Segretain, L., Chabrier, G., Hernanz, M., Garcia-Berro, E., Isern, J., y Mochkovitch, R.: 1994, *apj* **434**, 641
- Serenelli, A.: 2003, *Biblioteca FCAGLP* 1
- Serenelli, A. M., Althaus, L. G., Rohrmann, R. D., y Benvenuto, O. G.: 2002, *mnras* **337**, 1091
- Silvotti, R., Voss, B., Bruni, I., Koester, D., Reimers, D., Napiwotzki, R., y Homeier, D.: 2005, *aap* **443**, 195
- Spruit, H. C.: 2015, *aap* **582**, L2
- Sugimoto, D.: 1970, *ApJ* **159**, 619
- Tailo, M., Di Criscienzo, M., D’Antona, F., Caloi, V., y Ventura, P.: 2016, *mnras* **457**, 4525
- Tassoul, M.: 1980, *apjs* **43**, 469
- Tassoul, M., Fontaine, G., y Winget, D. E.: 1990, *apjs* **72**, 335
- Tremblay, P.-E. y Bergeron, P.: 2008, *apj* **672**, 1144
- Tremblay, P.-E., Bergeron, P., y Gianninas, A.: 2011, *apj* **730**, 128
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., y Shibahashi, H.: 1989, *Nonradial oscillations of stars*
- van Kerkwijk, M. H., Bell, J. F., Kaspi, V. M., y Kulkarni, S. R.: 2000, *apjl* **530**, L37
- Ventura, P., D’Antona, F., Mazzitelli, I., y Gratton, R.: 2001, *apjl* **550**, L65
- von Hippel, T. y Gilmore, G.: 2000, *Aj* **120**, 1384
- Weiss, A. y Ferguson, J. W.: 2009, *aap* **508**, 1343
- Williams, K. A., Bolte, M., y Koester, D.: 2009, *apj* **693**, 355
- Winget, D. E., Hansen, C. J., y van Horn, H. M.: 1983, *nat* **303**, 781
- Winget, D. E. y Kepler, S. O.: 2008, *araa* **46**, 157

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Winget, D. E., Kepler, S. O., Campos, F., Montgomery, M. H., Girardi, L., Bergeron, P., y Williams, K.: 2009, *apjl* **693**, L6
- Winget, D. E. y van Horn, H. M.: 1987, in A. G. D. Philip, D. S. Hayes, and J. W. Liebert (eds.), *IAU Colloq. 95: Second Conference on Faint Blue Stars*, pp 363–374
- Winget, D. E., van Horn, H. M., Tassoul, M., Fontaine, G., Hansen, C. J., y Carroll, B. W.: 1982, *apjl* **252**, L65
- Wood, P. R.: 1997, in H. J. Habing and H. J. G. L. M. Lamers (eds.), *Planetary Nebulae*, Vol. 180 of *IAU Symposium*, p. 297
- Woosley, S. E. y Weaver, T. A.: 1995, *apjs* **101**, 181
- Zuckerman, B., Koester, D., Melis, C., Hansen, B. M., y Jura, M.: 2007, *apj* **671**, 872