



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis de Licenciatura en Astronomía
**EVOLUCIÓN DE ENANAS BLANCAS
PROVENIENTES DE PROGENITORES DE BAJA
METALICIDAD**

María Eugenia Camisassa

Director: Dr. Leandro G. Althaus
Codirector: Dr. Alejandro H. Córscico

LA PLATA, ARGENTINA
- MARZO DE 2014 -

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Importancia de las enanas blancas	1
1.2. Ubicación en el Diagrama Hertzsprung Russell	2
1.3. Motivaciones del trabajo	5
2. Ecuaciones de evolución y código numérico	9
2.1. Ecuaciones de la evolución estelar	9
2.2. Evolución de la composición química en una enana blanca	10
2.3. Tratamiento numérico	11
2.4. Tratamiento numérico de las reacciones nucleares	12
2.5. Tratamiento numérico de los procesos de difusión	13
2.6. Física constitutiva de LPCODE	17
3. Resultados de las simulaciones	21
3.1. Resultados globales	22
3.2. Evolución de la masa de H residual	31
3.3. Abundancias de los elementos químicos en las capas internas de la enana blanca	34
4. Conclusiones	47
4.1. Trabajo a futuro	49

Índice de figuras

1.1. Diagrama HR Observacional	3
1.2. Evolución de una estrella de $1 M_{\odot}$ en el Diagrama HR	4
1.3. Degeneración en el centro de la estrella	6
3.1. Diagrama HR Informativo	22
3.2. Fracción de la luminosidad debida a reacciones nucleares para todas las masas	23
3.3. Impacto de la quema nuclear sobre los tiempos de enfriamiento	24
3.4. Fracción de la luminosidad debida a reacciones nucleares para distintas masas comparando casos que incluyen y no procesos de difusión	27
3.5. Características globales	30
3.6. Evolución de la masa de H de una enana blanca de $0.51976M_{\odot}$	32
3.7. Evolución de la masa de H de una enana blanca de $0.53513M_{\odot}$	32
3.8. Evolución de la masa de H de una enana blanca de $0.56145M_{\odot}$	33
3.9. Evolución de la masa de H de una enana blanca de $0.66588M_{\odot}$	33
3.10. Abundancias en una enana blanca de $0.51976M_{\odot}$ con procesos de difusión . .	39
3.11. Abundancias en una enana blanca de $0.51976M_{\odot}$ sin procesos de difusión . .	45
3.12. Contribución de la quema vía protón protón y CNO detallada para una enana blanca de $0.51976M_{\odot}$	46

Índice de tablas

3.1. Masas de las estrellas	21
3.2. Energía total liberada a lo largo de la secuencia de enfriamiento por quema protón-protón y CNO	34

Capítulo 1

Introducción

1.1. Importancia de las enanas blancas

Las estrellas enanas blancas constituyen el destino común de la mayoría de las estrellas. Más del 97% de las estrellas, incluido nuestro sol, terminarán su vida como enanas blancas. Es por esto que la población de enanas blancas presente en nuestra galaxia contiene información valiosa sobre la historia y evolución de las estrellas, así como también sobre la tasa de formación estelar de nuestra galaxia. La evolución de dichas estrellas puede ser descripta de manera simple como un proceso de enfriamiento que dura un período muy largo de tiempo.

En los últimos años, la mejora en la calidad de observaciones de las enanas blancas ha permitido determinar observacionalmente su función de luminosidad¹ en algunas poblaciones estelares. Por otro lado, el conocimiento detallado de la tasa de enfriamiento de las enanas blancas permite obtener una función de luminosidad teórica. Contrastando las observaciones con los modelos teóricos, es posible usar la secuencia de enfriamiento de las enanas blancas como indicadores de edad y de distancia para poblaciones estelares. Esto puede ser aplicado por ejemplo al estudio de cúmulos abiertos y globulares (Winget et al. 1987; García-Berro et al. 1988a,b; Hernanz et al. 1994; Torres et al. 2002; Richer et al. 1997; Von Hippel and Gilmore 2000; Hansen et al. 2002,2007; Von Hippel et al. 2006; Winget et al. 2009; García-Berro et al. 2010).

Otra aplicación del estudio de las enanas blancas es el de obtener información de la evolución química de la galaxia. Los progenitores de las enanas blancas pierden sus capas externas (ricas en carbono, oxígeno y nitrógeno) en los pulsos térmicos que se dan cuando las estrellas se encuentran en el extremo de la rama asintótica de las gigantes. Esta masa es liberada y enriquece el medio interestelar, modificando la composición química de la galaxia. La cantidad de masa liberada se puede estimar comparando la masa del progenitor con la masa de la enana blanca determinada observacionalmente a partir de relaciones masa radio.

En otro contexto, los modelos de enanas blancas se pueden aplicar al estudio de las supernovas de tipo Ia. Se cree que estas supernovas se originan en sistemas binarios en los que una de las componentes es una enana blanca que, por algún mecanismo, excede el límite de Chandrasekhar. Esto puede deberse a la transferencia de masa proveniente de la estrella compañera, o como consecuencia de la fusión de dos enanas blancas en un sistema doblemente degenerado. Si estas estrellas se encuentran lo suficientemente próximas, pierden momento angular por emisión de radiación gravitacional, y llegan a fusionarse produciendo una supernova.

¹La función de luminosidad de una determinada población estelar indica la cantidad de estrellas por parsec cúbico y unidad de magnitud bolométrica (o luminosidad) en función de la magnitud bolométrica (o luminosidad).

Por otra parte, las enanas blancas son consideradas "laboratorios cósmicos" propicios para estudiar procesos físicos que no podrían ser estudiados en laboratorios terrestres. Dichas estrellas son objetos extremadamente densos, del tamaño de un planeta y de una masa de aproximadamente $0.6 M_{\odot}$. Como consecuencia, los electrones están altamente degenerados, y por ende la mecánica cuántica domina su ecuación de estado. Dado que los electrones son fermiones, cumplen el principio de exclusión de Pauli, y la presión debida a estos electrones domina por sobre las presiones debidas a las otras componenetas de la materia. Este fenómeno conduce a la existencia de una masa límite (Chandrasekhar, 1939) a partir de la cual las enanas blancas no puedan existir. De esta manera, la estructura interna de dichas estrellas puede ser usada para entender el comportamiento de la materia a densidades y presiones extremas. En ese sentido, las enanas blancas han sido usadas para restringir las propiedades de ciertas partículas elementales como los axiones (ver Isern et al. (2008) y Córscico et al. (2012a,b)) y neutrinos (Winget et al. 2004), o en teorías alternativas de la gravitación (García-Berro et al. 1995; García-Berro et al. 2011; Córscico et al. 2013)

Estas propiedades y muchas más convierten a las enanas blancas en objetos muy importantes para estudiar. Desde el punto de vista teórico, estas importantes aplicaciones requieren de una nueva generación de modelos evolutivos de enanas blancas que contemplen los avances más recientes en la microfísica y un tratamiento completo de las etapas evolutivas previas que conducen a su formación. En los siguientes capítulos trataremos la elaboración de estos modelos.

1.2. Ubicación en el Diagrama Hertzsprung Russell

El diagrama de Hertzsprung Russell (DHR) es una herramienta esencial para el entendimiento de la evolución estelar. Es por esto que repasaremos brevemente lo que es, ya que a lo largo del presente trabajo recaeremos sobre él.

Toda estrella observada puede ubicarse en algún lugar del diagrama HR observacional. Se ubican según su Tipo Espectral (o lo que es equivalente, según su temperatura efectiva), y según su magnitud absoluta M_V (o su luminosidad). Ubicando distintas estrellas en el DHR podemos distinguir claramente distintas regiones donde tienden a encontrarse (ver fig. 1.1).

Vemos que la mayoría de las estrellas se encuentran en una "diagonal". Estas estrellas son las que se encuentran en la secuencia principal, que corresponde al momento de la vida de una estrella en el que quema de forma estable el hidrógeno (H) del núcleo. Las estrellas más brillantes y más azules se ubican en la esquina superior izquierda y las menos brillantes y más frías hacia la esquina inferior derecha.

Además, en la zona superior del diagrama HR, se ubican las estrellas supergigantes, que son estrellas sumamente luminosas, entre las cuales podemos distinguir las supergigantes azules y las rojas, que se diferencian por su temperatura efectiva. Hacia luminosidades menores que las supergigantes se ubicarán las llamadas estrellas gigantes. Éstas son estrellas altamente luminosas, pero no llegan a ser tan luminosas como las supergigantes. Varias de esas estrellas son variables.

Por último podemos ver a las estrellas enanas blancas, que se ubican hacia la izquierda y debajo de la secuencia principal en el Diagrama HR; son estrellas intrínsecamente débiles, pero a su vez con temperaturas superficiales muy altas. Éstas serán el destino final de las estrellas de masa baja e intermedia.

Para entender mejor la ubicación de las estrellas en el diagrama HR observacional, veamos rápidamente la evolución en un diagrama HR teórico de una estrella de $1 M_{\odot}$, desde que comienza su vida en la secuencia principal de edad cero (ZAMS, por su sigla en inglés)

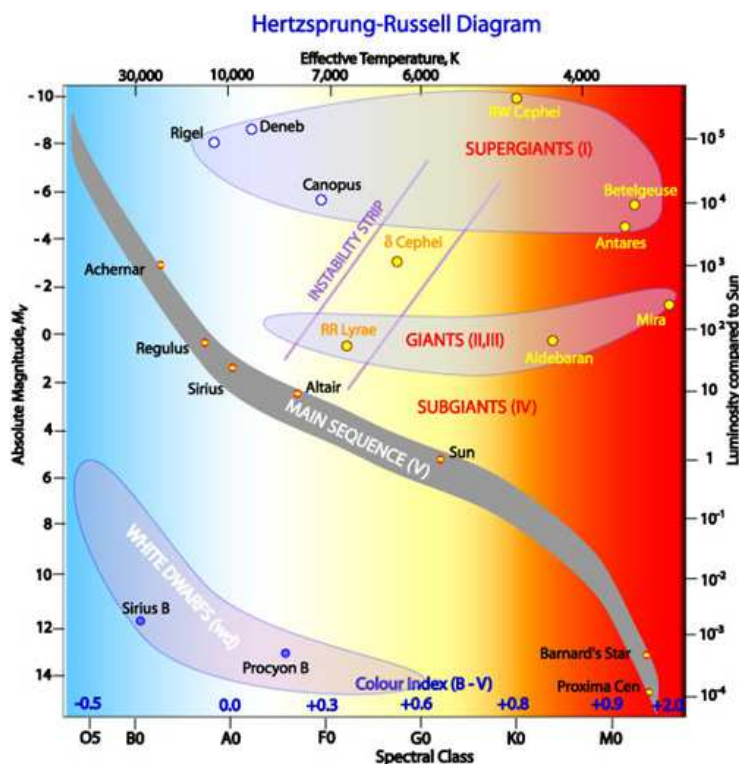


Figura 1.1. Diagrama de Hertzsprung Russell. Se pueden apreciar las enanas blancas debajo de la secuencia principal (R. Hollow CSIRO)

hasta que termina sus días como enana blanca (Figura 1.2). Mostraremos cómo una hipotética estrella de $1 M_{\odot}$ irá cambiando su posición en el diagrama HR a medida que evoluciona.

Se ve que la estrella comienza su vida en la ZAMS (1), conforme va quemando el H del núcleo se aleja de la ZAMS, hasta agotar el H en el núcleo (2). Cuando termina de quemar el H del núcleo, la estrella empieza a quemar H en capa; además, se expande y sube por la rama de las gigantes rojas (RGB) (3), hasta que se produce el flash de helio (He) (4), que es una quema de He en forma inestable debido al estado de degeneración del núcleo². Después pasa a la rama horizontal (5), quemando He de forma estable en el núcleo. Después de quemar todo el He del núcleo, la quema en el núcleo no volverá a encenderse y la estrella sube por la rama asintótica de las gigantes (AGB) (6) donde se producen los pulsos térmicos en las capas externas. En estos pulsos es donde la estrella pierde gran parte de su masa. Mientras tanto la estrella sigue quemando H y He en capas. Después pasa por la etapa de nebulosa planetaria (7) y por último entra en la etapa de enana blanca (8), que es en la que este trabajo se va a centrar. En el gráfico se ve que en esta etapa, la estrella se está enfriando, y por ende va disminuyendo su luminosidad y su temperatura efectiva lentamente.

Toda esta evolución puede ser calculada a través de modelos que detallaremos más adelante; y después volcada en un diagrama HR teórico.

La evolución de una estrella está directamente relacionada con la masa de la misma. Por

²La degeneración del núcleo antes de comenzar la quema de He en el núcleo se da para estrellas de baja masa como la que estamos considerando; caso contrario, el núcleo no se degenerará en esta etapa y por ende no habrá flash de He

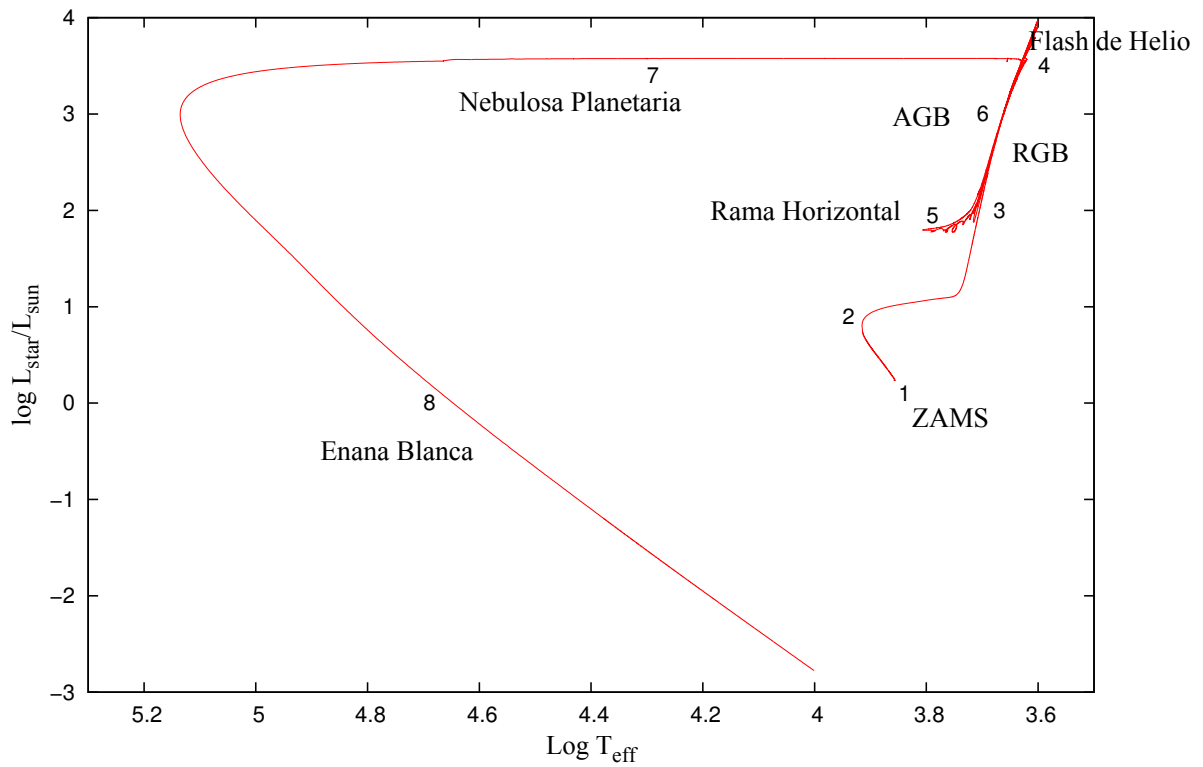


Figura 1.2. Diagrama HR obtenido a través de modelos para una estrella de $1 M_{\odot}$, desde la ZAMS hasta la etapa de enana blanca. Fue calculada por miembros de Grupo de Investigación de Evolución Estelar y Pulsaciones de La Plata

eso se clasifican las estrellas según su masa³ en:

- **Estrellas de baja masa:** Tienen masa menor a unas $2-2.3 M_{\odot}$, se caracterizan porque al terminar la quema de H en el núcleo, éste se degenera, dando lugar a que la quema de He se inicie en forma de flash. Estas estrellas terminarán su vida como enanas blancas con núcleos de ^{12}C y ^{16}O .
- **Estrellas de masa intermedia:** Tienen masa mayor a $2-2.3 M_{\odot}$, pero menor a $9-10 M_{\odot}$. El núcleo no llega a degenerarse antes de la quema de He por ende la quema central de He no se iniciará en forma de flash. Pero después de la quema de He desarrollan un núcleo de Carbono-Oxígeno degenerado. Las más masivas de ellas, logran quemar ese ^{12}C en forma de flash y terminan su vida como enanas blancas masivas con núcleos compuestos por ^{16}O y ^{20}Ne . Las menos masivas, terminarán como enanas blancas con núcleos de ^{12}C y ^{16}O .
- **Estrellas de gran masa:** Tienen masa mayor a $9-10 M_{\odot}$, no terminan su vida como enanas blancas, sino que siguen quemando elementos cada vez más pesados y terminan explotando como supernovas tipo II.

Para lograr un mejor entendimiento, veáse figura 1.3, en ella se muestra la evolución de cuatro estrellas de distinta masa en un gráfico $\log T_c$ vs. $\log \rho_c$, la temperatura y densidad en el centro, respectivamente. La línea punteada marca una "división" entre las estrellas cuyo núcleo está altamente degenerado y las que no. En realidad la transición hacia la degeneración no es una línea, si no un traspaso gradual. Podemos observar que las estrellas de baja masa se diferencian de las de masa intermedia en el hecho de cruzar la brecha de la degeneración antes de la quema central de He. A su vez, se observa a las estrellas de masa intermedia más masivas, las llamadas "estrellas de super AGB", que encienden el ^{12}C en un núcleo ya degenerado. También se observa que las estrellas de gran masa, llegan a encender el carbono con su núcleo en un estado no degenerado.

En este trabajo vamos a concentrarnos en las estrellas de masa baja e intermedia, ya que queremos analizar la etapa de enana blanca.

1.3. Motivaciones del trabajo

Como enunciábamos en la sección 1.1, las enanas blancas son herramientas muy útiles para conocer nuestra galaxia y las leyes que la gobiernan. En ese sentido, vimos que las secuencias evolutivas de enanas blancas tienen una gran variedad de aplicaciones, que van desde la determinación de distancias y edades de poblaciones estelares, hasta el testeo de nuevas teorías de la gravitación. Estas aplicaciones requieren de modelos evolutivos precisos y completos, que tengan en cuenta todas las fuentes y sumideros de energía (Renedo et al. 2010; Salaris et al. 2010; Althaus et al. 2010c). En la amplia mayoría de los cálculos evolutivos existentes en la literatura, las reacciones nucleares no son tenidas en cuenta durante el régimen de enana blanca. Esta omisión suele justificarse debido a que, convencionalmente, la luminosidad producida por reacciones nucleares no es una fuente importante de energía cuando la luminosidad de la estrella es menor que $100 L_{\odot}$. De todas formas las reacciones nucleares nunca se apagan por completo; y, como se ha mostrado en el trabajo de Iben y MacDonald (1985, 1986), y en cálculos más recientes (Renedo et al. 2010), la quema nuclear

³Cabe aclarar que entendemos por masa la masa de la estrella al entrar en la ZAMS, ya que a lo largo de su evolución la estrella va perdiendo masa por distintos mecanismos.

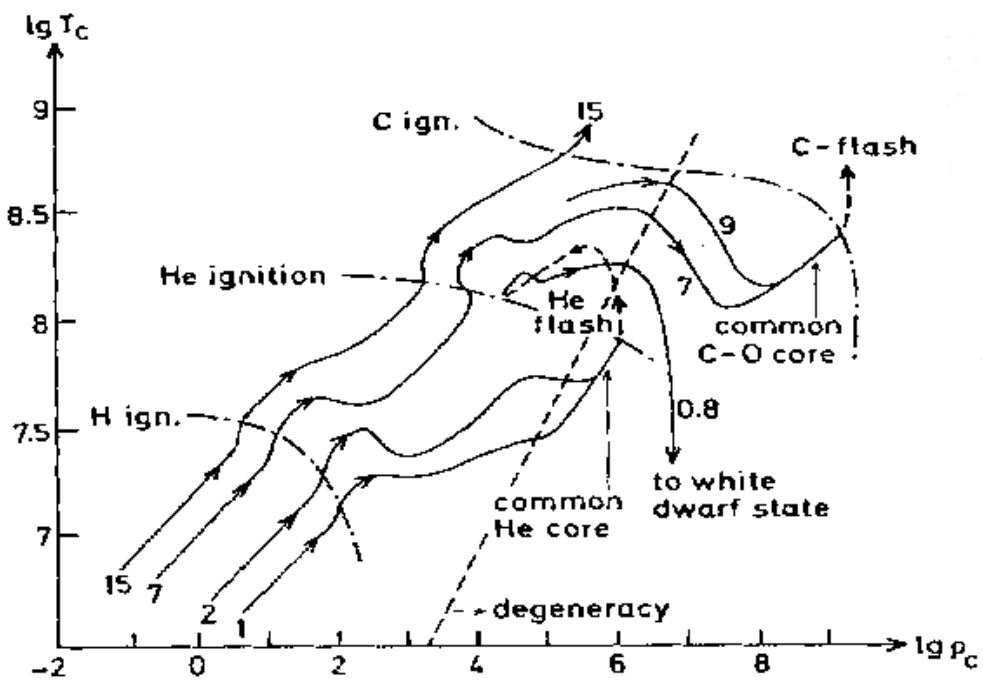


Figura 1.3. Se muestra la evolución de distintas estrellas según su masa en el gráfico $\log T_c$ vs. $\log \rho_c$ (temperatura y densidad central). La línea punteada es una "línea divisoria", ya que las estrellas que se ubican hacia su derecha tienen un alto grado de degeneración en su centro. Esta línea es esquemática, puesto que, en realidad, el paso hacia la degeneración es gradual. (Kippenhahn & Weigert, 1990)

en capa puede no ser despreciable a bajas luminosidades.

A fin de conocer cómo afecta la quema nuclear residual a la evolución de una estrella, mencionaremos algunas características que deben ser tenidas en cuenta. Para empezar, la masa de la estrella, la masa total de H resultante de las etapas previas, y la estructura termomecánica de la enana blanca determinarán la importancia de las reacciones nucleares. En ese sentido, para obtener una estimación precisa de la importancia de la quema nuclear residual de H, es necesario conocer estos factores determinantes con el mínimo error posible. Eso supone calcular secuencias de enanas blancas que sean consistentes con las etapas evolutivas previas de sus progenitores (Renedo et al. 2010). De esa manera, los resultados obtenidos no son afectados por inconsistencias debidas a los procedimientos usados para generar configuraciones iniciales "artificiales".

Por otro lado, resulta relevante citar los trabajos pioneros de Iben y MacDonald (1985, 1986). Estos autores fueron quienes calcularon por primera vez la importancia de la quema nuclear residual en la energética de la enana blanca. En particular, ellos encontraron que esta quema, bajo ciertas condiciones, no es despreciable a bajas luminosidades. También mostraron que los procesos de difusión dentro de la enana blanca, en particular difusión debida a la gravedad y a los gradientes de composición química, juegan un rol preponderante en determinar la importancia de la quema nuclear. Cabe mencionar que estos procesos modifican las abundancias de los elementos en regiones internas. Esto trae aparejado consecuencias en la quema nuclear residual, pudiendo ésta llegar a contribuir a la luminosidad superficial en una cantidad comparable a la energía liberada por el enfriamiento de los iones. Esta última energía es convencionalmente considerada la fuente principal de energía en una enana blanca. El efecto de los gradientes de composición química es llevar el H hacia regiones internas, promoviendo la quema nuclear. Mientras que el efecto de la gravedad es llevarlo hacia la superficie (por ser más liviano). La forma del perfil de H resultará de la competencia de estos dos procesos.

Por otra parte, es importante remarcar que las secuencias de enfriamiento de enanas blancas existentes en la literatura, consistentes con etapas evolutivas previas, sólo existen para progenitores con metalicidad $Z \geq 0.001$. En particular, resulta importante mencionar el trabajo de Renedo et al. (2010) ya que en él se computan secuencias evolutivas completas para distintas masas de los progenitores, para dos metalicidades distintas, $Z=0.01$ (representativa de la vecindad solar) y $Z=0.001$ (característica de poblaciones antiguas, como los cúmulos globulares). Estos cálculos mostraron que la quema estable de H es fuertemente dependiente de la metalicidad del progenitor, llegando a contribuir hasta en un 30% a la luminosidad superficial, para luminosidades desde $10^{-2}L_{\odot}$ hasta $10^{-3}L_{\odot}$, para enanas blancas de progenitores con $Z=0.001$. Estos autores han encontrado que, cuanto menor es la metalicidad del progenitor, más gruesa es la envoltura residual de H y más intensa resulta la quema nuclear.

Recientemente, Miller Bertolami et al. (2013) en un trabajo exploratorio estudiaron el efecto de la quema nuclear residual en enanas blancas provenientes de progenitores de $Z \approx 0.0001$. Calcularon las secuencias evolutivas de estas estrellas desde la secuencia principal hasta la etapa de enana blanca, pasando por la quema central de He, los pulsos térmicos en la AGB y la etapa de nebulosa planetaria. En este trabajo se incluyeron los procesos de difusión en la enana blanca y mostraron por primera vez que la quema estable de H se vuelve la fuente de energía dominante a bajas luminosidades para enanas blancas provenientes de progenitores de muy baja metalicidad ($Z \approx 0.0001$). Estos autores encontraron que esta quema estable de H retardaría significativamente los tiempos de enfriamiento de dichas estrellas. Cabe remarcar que esta metalicidad ($Z \approx 0.0001$) es característica de algunas poblaciones estelares viejas, tales como el halo galáctico o algunos cúmulos globulares antiguos. Los cálculos realizados por

1. Introducción

Miller Bertolami et al. (2013) arrojan como resultado un retraso significativo en los tiempos de enfriamiento para las enanas blancas con $M < 0.6M_{\odot}$. Este estudio ha mostrado que el uso de secuencias evolutivas de enanas blancas que desprecian la energía liberada por reacciones nucleares no es realista para modelar poblaciones de muy baja metalicidad. En particular, la determinación de edades de dichas poblaciones utilizando la técnica de ajuste de la función de luminosidad de las enanas blancas observadas requiere modelos teóricos que incluyan reacciones nucleares en las capas externas.

En el presente trabajo se pretende indagar de manera más profunda sobre estos últimos resultados obtenidos por Miller Bertolami et al. (2013), con el objetivo de conocer en detalle el impacto de la quema nuclear en los tiempos evolutivos. Por otro lado, los cálculos realizados por Miller Bertolami et al. (2013) incluyen procesos de difusión térmica, difusión química y sedimentación. Dado que efectos tales como campos magnéticos muy intensos podrían afectar la eficiencia de los procesos de difusión, resulta relevante indagar el impacto de estos procesos sobre la energía nuclear residual. En nuestro trabajo también se suprimirán los procesos de difusión a fin de estimar si, aún suprimiéndolos, la quema nuclear residual resulta relevante a la hora de retardar los tiempos de enfriamiento. Puesto que el trabajo de Miller Bertolami et al. (2013) arroja resultados relevantes tanto para la teoría de evolución de enanas blancas como para sus aplicaciones a poblaciones estelares, consideramos necesario estudiar en detalle estos resultados, haciendo hincapié en la importancia de los procesos de difusión.

Capítulo 2

Ecuaciones de evolución y código numérico

En esta sección presentaremos el tratamiento numérico de las ecuaciones de evolución estelar, centrándonos en la evolución de la composición química de la estrella. Además, explicaremos brevemente en qué consisten los tres tipos de procesos de difusión considerados.

2.1. Ecuaciones de la evolución estelar

Para comenzar con el trabajo introducimos las ecuaciones básicas de la evolución estelar. Son las ecuaciones que se usan para resolver la estructura estelar y requieren ser resueltas numéricamente. Se considera a la estrella como un gas con simetría esférica, no rotante y en ausencia de campos magnéticos. También se considera que, instante a instante, la estrella está en equilibrio hidrostático. Esta hipótesis implica que todas las fuerzas que actúan sobre un elemento de masa se compensan entre sí. Pese a que la hipótesis de simetría esférica limita el estudio de una gran variedad de fenómenos interesantes, ha demostrado ser una muy buena aproximación en la gran mayoría de los casos.

Las ecuaciones de evolución estelar en la descripción de Lagrange (en variables m , masa interna, y t , tiempo) quedan (Kippenhahn and Weigert 1990):

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_n - \epsilon_\nu - c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = F(X_j, T, P, r, l) \quad (2.5)$$

Donde $r(m, t)$ es la distancia al centro de la estrella, m es la masa interior a una esfera de radio r , $\rho(m, t)$ es la densidad, $P(m, t)$ es la presión, $l(m, t)$ la luminosidad en un determinado

punto. ϵ_n es la energía liberada por reacciones nucleares por unidad de tiempo y unidad de masa, ϵ_ν la energía liberada por neutrinos por unidad de tiempo y de masa, c_p el calor específico a presión constante, $T(m, t)$ la temperatura, $\delta = (\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T})_P$, $\nabla = (\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P})$ es el gradiente de temperatura y X_i es la fracción de masa de la especie i .

Cada una de estas ecuaciones tiene un significado físico muy preciso. La ecuación (2.1) representa la continuidad de masa y la (2.2) representa la condición de equilibrio hidrostático. La (2.3) da cuenta de la conservación de la energía, y expresa que, la variación en la energía de un elemento de masa debe darse, o bien por reacciones nucleares, o por pérdida de energía por neutrinos, o porque el elemento de masa puede variar su energía interna e intercambiar trabajo. La ecuación (2.4) representa la ecuación de transporte dentro de la estrella, y ∇ dependerá del tipo de transporte que se dé en cada capa de la estrella. En el caso en que el transporte es conductivo y/o radiativo éste es descrito por la aproximación de difusión:

$$\nabla_{\text{rad/cond}} = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa_{\text{rad/cond}} l P}{m T^4} \quad (2.6)$$

En cambio si el transporte fuera convectivo o mediante algún otro tipo de proceso que involucre movimiento de materia, ∇ estará dado por la teoría de convección utilizada.

Por último, la ecuación 2.5 representa los cambios de las abundancias químicas de los distintos elementos, la explicaremos más detalladamente en las siguientes secciones ya que es central para el tema del que trata nuestro trabajo.

2.2. Evolución de la composición química en una enana blanca

La composición química de una estrella es de suma importancia, ya que influye directamente sobre propiedades básicas como son la absorción de la radiación o la generación de energía por reacciones nucleares. Estos dos procesos, a su vez, modifican directamente la composición química. Además, el conocimiento de la composición química en un determinado momento de la vida de una estrella puede servir para brindar información sobre la historia pasada de las reacciones nucleares.

La composición química básicamente puede variar por dos tipos distintos de procesos: por reacciones nucleares o por fenómenos de mezcla. Estos procesos de mezcla pueden ser tanto convección o procesos de difusión, y además producen un acoplamiento entre los cambios químicos de las diferentes capas. En una enana blanca, la convección sólo afecta la química superficial de la estrella, por lo que no resulta de suma importancia para el presente trabajo. Cabe aclarar que en el interior de una enana blanca, las condiciones de temperatura y presión son tales, que la materia está completamente ionizada por presión.

Veamos de manera esquemática la variación en la composición química. Sea n_i el número de partículas por unidad de volumen de la especie i , el cambio en la composición química en un elemento de masa dado puede escribirse como:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{\text{nuc}} + \left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{\text{mezcla}} \quad (2.7)$$

con $i = 1, \dots, I$ las distintas especies de átomos. El primer término representa la variación en la composición química debido a las reacciones nucleares, y el segundo debido a los procesos

de mezcla. Por cada especie i hay una ecuación (2.7), y todas están relacionadas entre sí, por lo que en realidad se tiene un sistema de I ecuaciones dependientes.

Por ahora consideremos solamente el término debido a las reacciones nucleares. Cada especie i puede ser creada o destruida a través de numerosas reacciones nucleares con las otras especies. Llamemos $\langle v\sigma \rangle_{ij}$ a la tasa de reacciones nucleares por par de partículas entre las especies i y j . Y llamemos $\langle v\sigma \rangle_{kl}$ a la tasa de reacciones nucleares que produce, a partir de un par de partículas k y l , una partícula i . Entonces:

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{\text{nuc}} = -\sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,l} \langle v\sigma \rangle_{kl} n_k n_l \quad (2.8)$$

El primer término representa a las reacciones que destruyen elementos de la especie i , mientras que el segundo a las que los crean.

Ahora pasemos a concentrarnos sólo en el segundo término de la ecuación (2.7) que, como habíamos dicho, representa una amplia variedad de procesos de mezcla. Estos procesos resultan ser más difíciles de modelar que las reacciones nucleares, pero de todas formas pueden ser modelados como procesos de difusión de la composición química, cuyos coeficientes de difusión serán los apropiados para cada proceso. Entonces podemos describirlos como:

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{\text{mezcla}} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{\text{mezcla}} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) \quad (2.9)$$

Donde D_{mezcla} es el coeficiente de difusión del proceso de mezcla considerado. La ecuación (2.9) es una ecuación lineal en D_{mezcla} ; por ende, teniendo varios procesos de difusión, cada uno con su coeficiente de difusión D_m , podemos escribir un $D_{\text{mezcla}} = \sum_m D_m$. De esta manera, la ecuación (2.7) puede ser escrita como:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,l} \langle v\sigma \rangle_{kl} n_k n_l + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{\text{mezcla}} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) \quad (2.10)$$

Esta ecuación, es una forma explícita de la ecuación (2.5), que, junto con las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.3) y (2.4) determinan la estructura y evolución estelar.

2.3. Tratamiento numérico

Para este trabajo se usó el código numérico LPCODE para resolver las ecuaciones, el cual ha sido desarrollado íntegramente en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata. LPCODE es el código usado rutinariamente por el Grupo de Investigación en Evolución Estelar y Pulsaciones de La Plata, y con él se han publicado numerosos trabajos para estrellas de baja masa. Ha sido empleado por Althaus et al. (2003, 2005) para calcular secuencias detalladas de enanas blancas y para el estudio de propiedades pulsacionales de estas estrellas (Córscico y Althaus 2005, 2006). También se ha utilizado para la realización de varias tesis doctorales (Serenelli 2003, Miller Bertolami 2009, Romero 2012). En esta sección explicaremos brevemente cómo trabaja dicho código, para más detalles ver Althaus et al. (2005) y las tesis doctorales de Serenelli (2003) y Miller Bertolami (2009).

El método usado por LPCODE para resolver las ecuaciones de estructura (2.1 - 2.4) está basado en un esquema tipo Henyey centrado totalmente implícito. En algunas etapas evolutivas, como por ejemplo los pulsos térmicos o los flashes de helio, el esquema centrado

puede no ser estable (Sugimoto 1970), y en esos casos resulta necesario usar otros esquemas de discretización.

Volviendo a las ecuaciones de estructura, éstas tienen a la masa interna m como variable independiente. En particular LPCODE toma como variable independiente a $m_r = m/M_*$, donde M_* es la masa de la estrella. Para cada tiempo t , la estructura de un modelo estelar está determinado por las siguientes funciones $T(m)$, $P(m)$, $r(m)$ y $l(m)$, y las cuatro ecuaciones de estructura estelar resultan ser funciones de estas cantidades. Ahora bien, teniendo definidas las abundancias químicas X_i , entonces las ecuaciones (2.1 - 2.4) representan un sistema de ecuaciones bien determinado.

Los cambios en la composición química X_i no son tratados en simultáneo con las ecuaciones de estructura. Sino que, para cada paso temporal, se resuelve primero la composición química, y para esa composición química obtenida, se procede a resolver la estructura. Al paso de tiempo siguiente, se resuelve la composición química para la última estructura calculada, y así sucesivamente. Se hace de esta manera porque resolver estructura y composición química simultáneamente suponen un costo computacional muy grande. Esta separación de las ecuaciones hace necesario que el paso temporal sea lo suficientemente pequeño de forma tal que ni las variables de estructura ni la composición química varíen demasiado de un paso al siguiente. Esto se implementa pidiendo que las variaciones en T , P , r y l de un modelo a otro sean menores a un 4%.

El LPCODE utiliza unas variables que mejoran la estabilidad numérica. Las nuevas variables son:

$$\xi = \ln(1 - m/M_*) \quad (2.11)$$

$$\theta = \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (2.12)$$

$$p = \ln(P/P_0) \quad (2.13)$$

$$x = \ln(r/r_0) \quad (2.14)$$

$$\lambda = l/\Lambda L_0 \quad (2.15)$$

Con $T_0 = 10^6$ K, $P_0 = 10^{15}$ din cm⁻², $r_0 = 10^{10}$ cm y $L_0 = 10^{33}$ erg seg⁻¹. De esta manera, la nueva variable independiente será ξ y las variables dependientes son θ , p , x y λ . Y Λ es un factor de escala que se ajusta automáticamente de forma que se mantenga el valor absoluto de λ por debajo de 10. Resulta interesante destacar que el valor de λ puede ser negativo, pues puede haber gradientes de temperatura negativos, dando un flujo neto de energía hacia el interior de la estrella. O bien puede pasar donde la estrella sea enfriada por emisión de neutrinos. Estas variables ofrecen una ventaja muy importante desde el punto de vista numérico.

2.4. Tratamiento numérico de las reacciones nucleares

En esta sección veremos cómo tratar la evolución química debida a las reacciones nucleares, siempre suponiendo que ésta pueda ser tratada separadamente de las ecuaciones de estructura.

Como vimos en la sección 2.2, la evolución química de una enana blanca viene dada por las reacciones nucleares más los procesos de mezcla (ver ecuacion (2.10)). Por un primer momento supongamos que en la estrella no ocurren procesos de mezcla, de esta manera, la

variación en la composición será debida puramente a reacciones nucleares, y su expresión será:

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right) = -\sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,l} \langle v\sigma \rangle_{kl} n_k n_l \quad (2.16)$$

Vamos a modelar numéricamente esta ecuación, para ello seguiremos el tratamiento propuesto por Arnett y Truran (1969). De esta manera, definiendo una cierta cantidad $Y_i = \frac{n_i}{N_A \rho} = \frac{X_i}{A_i}$, donde N_A es el número de Avogadro, la ecuación anterior se transforma en la siguiente:

$$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial t}\right) = -\sum_j \lambda_{ij} Y_i Y_j + \sum_{k,l} \lambda_{kl} Y_k Y_l \quad (2.17)$$

Donde hemos introducido $\lambda_{ij} = N_A \rho \langle v\sigma \rangle_{ij}$

Conociendo las cantidades ρ y T en un determinado tiempo $t^{(n)}$, debemos integrar el sistema de ecuaciones (2.17) en un paso temporal hasta un tiempo $t^{(n+1)} = t^{(n)} + \Delta t$.

A fin de lograr un método estable sin necesidad de pedir un paso de tiempo Δt demasiado corto, escribimos $Y_i^{(n+1)} = Y_i^{(n)} + \Delta Y$; y, haciendo el producto

$$Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n+1)} = Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n)} + Y_i^{(n)} Y_j^{(n+1)} - Y_i^{(n)} Y_j^{(n)} + O(\Delta Y^2)$$

Obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Y_i}{\Delta t} = \frac{Y_i^{(n+1)} - Y_i^{(n)}}{t^{(n+1)} - t^{(n)}} = & -\sum_j \lambda_{ij} \left(Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n)} + Y_i^{(n)} Y_j^{(n+1)} - Y_i^{(n)} Y_j^{(n)} \right) + \\ & + \sum_{k,l} \lambda_{kl} \left(Y_k^{(n+1)} Y_l^{(n)} + Y_k^{(n)} Y_l^{(n+1)} - Y_k^{(n)} Y_l^{(n)} \right) + O(\Delta Y^2) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Esta expresión corresponde a una ecuación por cada especie $i = 1, \dots, N$. Siguiendo este lineamiento, sólo hace falta pedir un paso de tiempo lo suficientemente corto como para que los incrementos ΔY^2 sean despreciables. Resulta conveniente multiplicar por un factor pequeño el paso de tiempo utilizado para resolver las ecuaciones de estructura. De esta manera se obtendrá un paso de tiempo de forma tal que los incrementos cuadráticos sean despreciables.

2.5. Tratamiento numérico de los procesos de difusión

La composición química en una estrella también puede variar debido a ciertos efectos microscópicos. Ante la presencia de gradientes en las abundancias de elementos químicos, se da un proceso de difusión química que tiende a suavizar estos gradientes. Aún en capas estelares químicamente homogéneas, tiene lugar el proceso de difusión térmica, donde los átomos más pesados pueden migrar hacia las regiones más calientes. Además, existe el proceso de difusión por presión, o también llamado "gravitational settling" o sedimentación, que tiende a llevar los elementos más pesados hacia las regiones de mayor presión. La sedimentación se da aún en capas isoterma, debido a los gradientes de presión (para más información ver

Kippenhahn, Weigert y Weiss 2012). También existe un efecto adicional que no será tenido en cuenta, llamado levitación radiativa, que es el acoplamiento del campo de radiación con los átomos parcialmente ionizados, que resulta en una fuerza neta dirigida hacia las regiones más externas, contrarrestando así el efecto producido por la sedimentación.

El código que se usó durante nuestro trabajo, como ya dijimos, fue el LPCODE, éste código contiene un tratamiento numérico de las ecuaciones de difusión. El código sigue los lineamientos usados en Iben & MacDonald (1985). El código incluye procesos de difusión química, sedimentación y difusión térmica. Cabe aclarar que ésta última no es tenida en cuenta por Iben & MacDonald (1985).

Para tratar la difusión se tienen en cuenta las siguientes suposiciones comúnmente aceptadas en la literatura:

- Las fuerzas radiativas pueden ser despreciadas.
- Todas las partículas tienen una distribución de velocidades maxwelliana para la misma temperatura.
- Las velocidades medias maxwellianas son mucho mayores que las velocidades de difusión.
- Los campos magnéticos y la rotación estelar son despreciables.

Para el régimen de enana blanca, la levitación radiativa sólo afecta las capas superficiales a muy alta temperatura efectiva, y tampoco será importante en regiones donde haya quema nuclear, por eso puede ser despreciada para los análisis que realizaremos. Considerando estas suposiciones y; bajo la influencia de la gravedad, presiones parciales, gradientes térmicos y campos eléctricos, las velocidades de difusión en un gas de varias componentes i , satisfacen el siguiente conjunto de $N-1$ ecuaciones: (Burguers, 1969)

$$\frac{dp_i}{dr} - \frac{\rho_i}{\rho} \frac{dp}{dr} - n_i Z_i e E = \sum_{j \neq i}^N K_{ij} (w_j - w_i) + \sum_{j \neq i}^N K_{ij} z_{ij} \frac{m_j r_i - m_i r_j}{m_i + m_j} \quad (2.19)$$

donde p_i , ρ_i , n_i , m_i , Z_i y w_i son, la presión parcial, la densidad, la densidad numérica, la masa, la carga eléctrica media y la velocidad de difusión respecto al centro de masa para la especie i . Cada especie i representa los distintos átomos más los electrones; de esta manera, N es el número de elementos distintos más los electrones. Los r_i representan los flujos residuales de calor, K_{ij} y z_{ij} son los coeficientes de resistencia y E es el campo eléctrico.

Además, también satisfacen las siguientes N ecuaciones del flujo de calor:

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} n_i k_B \nabla T = & -\frac{5}{2} \sum_{j \neq i}^N K_{ij} z_{ij} \frac{m_j}{m_i + m_j} (w_j - w_i) - \frac{2}{5} K_{ii} z_{ii}'' r_i \\ & - \sum_{j \neq i}^N \frac{K_{ij}}{(m_i + m_j)^2} (3m_i^2 + m_j^2 z'_{ij} + 0.8m_i m_j z''_{ij}) r_i \\ & + \sum_{j \neq i}^N \frac{K_{ij} m_i m_j}{(m_i + m_j)^2} (3 + z'_{ij} - 0.8z''_{ij}) r_j \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde k_B es la constante de Boltzmann, y z'_{ij} y z''_{ij} son los coeficientes de resistencia, que fueron tomados de Paquette et al. (1986a). Las cargas eléctricas medias Z_i fueron tratadas según el modelo de ionización por presión de Paquette et al. (1986,b).

Los coeficientes de resistencia K_{ij} están relacionados con los coeficientes de difusión D_{ij} a través de la relación:

$$D_{ij} = k_B T \frac{n_i n_j}{n_i + n_j} K_{ij} \quad (2.21)$$

Las variables desconocidas que se pretende determinar son: el campo eléctrico E , las velocidades de difusión w_i y los flujos residuales de calor r_i para todos los iones y electrones. Éstas componen un conjunto de $2N + 1$ incógnitas. Para completar el conjunto de ecuaciones usamos dos ecuaciones más, la condición de flujo de masa nulo respecto al centro de masa:

$$\sum_i A_i n_i w_i = 0 \quad (2.22)$$

y la condición de corriente eléctrica nula:

$$\sum_i Z_i n_i w_i = 0 \quad (2.23)$$

Podemos transformar la ecuación (2.19) para que quede en términos del gradiente de la densidad numérica. Usando la ecuación de estado de un gas ideal, queda:

$$\frac{1}{n_i} \sum_{j \neq i}^N K_{ij} (w_j - w_i) + \sum_{j \neq i}^N K_{ij} z_{ij} \frac{m_i r_j - m_j r_i}{m_i + m_j} - Z_i e E = \alpha_i - k_B T \frac{d(\ln n_i)}{dr} \quad (2.24)$$

$$\alpha_i = -A_i m_H g - k_B T \frac{d(\ln T)}{dr} \quad (2.25)$$

con A_i la masa atómica, m_H la masa de H, y g la aceleración de la gravedad. En la ecuación (2.24), nos referimos al término α_i del lado derecho de la igualdad como una componente debido a la sedimentación, mientras que el segundo término será una componente debido a la difusión química.

Para continuar, separamos estas componentes escribiendo a las incógnitas w_i , r_i y E en términos de los gradientes de composición química (con expresiones similares para r_i y E):

$$w_i = w_i^{gt} - \sum_{\text{iones } j} \sigma_{ij} \frac{d(\ln n_i)}{dr} \quad (2.26)$$

donde w_i^{gt} es la componente de la velocidad de difusión debida a la difusión térmica y a la sedimentación. La suma se extiende sólo sobre los iones, excluyendo los electrones. Los valores de w_i^{gt} y σ_{ij} son hallados usando las ecuaciones (2.21), (2.22), (2.23) y (2.24) mediante inversiones matriciales. El LPCODE las resuelve usando descomposición LU (Press et al., 1986).

La ecuación que gobierna el cambio en la densidad numérica de la especie i debido a procesos de difusión es:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_i w_i) \quad (2.27)$$

y reemplazando con la ecuación (2.26) obtenemos:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \left(w_i^{gt} n_i - \sum_{\text{iones } j} \frac{n_i}{n_j} \sigma_{ij} \frac{\partial n_j}{\partial r} \right) \right] \quad (2.28)$$

2. Ecuaciones de evolución y código numérico

Estas ecuaciones se resolverán numéricamente para las abundancias de los isótopos ^1H , ^3He , ^4He , ^{12}C , ^{14}N y ^{16}O . Para eso, escribimos esta última ecuación en diferencias finitas:

$$n_{i,k} - n_{i,k}^0 = \frac{\Delta t}{\Delta V_k} \left\{ - (r_{k+1/2}^2 w_{i,k+1/2}^{gt,0} n_{i,k+1/2} - r_{k-1/2}^2 w_{i,k-1/2}^{gt,0} n_{i,k-1/2}) \right. \\ \left. + \sum_j \left[r_{k+1/2}^2 S_{ij,k+1/2}^0 \frac{(n_{j,k+1} - n_{j,k})}{\Delta r_{k+1/2}} - r_{k-1/2}^2 S_{ij,k-1/2}^0 \frac{(n_{j,k} - n_{j,k-1})}{\Delta r_{k-1/2}} \right] \right\} \quad (2.29)$$

donde:

$$\Delta V_k = \frac{r_{k+1/2}^3 - r_{k-1/2}^3}{3} \quad (2.30)$$

$$r_{k+1/2}^3 = \frac{r_k^3 + r_{k+1}^3}{2} \quad (2.31)$$

$$n_{i,k+1/2} = \frac{n_{i,k} + n_{i,k+1}}{2} \quad (2.32)$$

$$S_{ij,k+1/2}^0 = \frac{n_{i,k+1/2}^0}{n_{j,k+1/2}^0} \sigma_{ij,k+1/2}^0 \quad (2.33)$$

Las cantidades con supraíndice 0 están evaluadas al principio del paso temporal y las que no tienen supraíndice están evaluadas al final de paso temporal. El índice k denota la capa en la que se está resolviendo, y el radio en el centro de la capa k (r_k) no cambia durante el paso temporal. Las cantidades $w_{i,k+1/2}^{gt,0}$ y $\sigma_{ij,k+1/2}^0$ están evaluadas en los puntos medios entre las capas k y $k+1$.

El conjunto de ecuaciones (2.29) puede ser escrito como:

$$-\mathbf{A}_k n_{k+1} + \mathbf{B}_k n_k - \mathbf{C}_k n_{k-1} = D_k \quad (2.34)$$

donde las \mathbf{A}_k , \mathbf{B}_k y \mathbf{C}_k son matrices y los n_k y D_k son vectores. De esta manera, cada capa está relacionada con sus dos capas adyacentes.

Las condiciones de contorno son: en el centro de la estrella $\frac{\partial n_i}{\partial r} = 0$ y en la superficie $n_i = 0$. Aunque esta última será reemplazada por el requerimiento de que la fracción de masa de cada especie i sea uniforme a lo largo de la envoltura.

El sistema de ecuaciones lineales (2.34), cuyas K incógnitas son las n_k , será resuelto usando un procedimiento sencillo. Definimos las matrices \mathbf{E}_k y los vectores F_k de la siguiente manera:

$$n_k = \mathbf{E}_k n_{k+1} + F_k, \quad 0 \leq k \leq K-1 \quad (2.35)$$

Por otro lado, la condición de borde en el centro de la estrella nos lleva a:

$$-\mathbf{A}_0 n_1 + \mathbf{B}_0 n_0 = D_0 \quad (2.36)$$

Y esta ecuación nos lleva a

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{B}_0^{-1} \mathbf{A}_0, \quad F_0 = \mathbf{B}_0^{-1} D_0 \quad (2.37)$$

Usamos la ecuación (2.34) para obtener ecuaciones de recurrencia; las cuales, siendo conocidas las cantidades: \mathbf{A}_k , \mathbf{B}_k , \mathbf{C}_k y D_k , y teniendo \mathbf{E}_{k-1} y F_{k-1} nos dan las cantidades \mathbf{E}_k y F_k . Las relaciones de recurrencia serán:

$$\mathbf{E}_k = \mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{A}_k, \quad F_k = \mathbf{G}_k^{-1} (D_k + \mathbf{C}_k F_{k-1}) \quad (2.38)$$

con $\mathbf{G}_k = \mathbf{B}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{E}_{k-1}$

Una vez que obtuvimos \mathbf{E}_0 y F_0 de la ecuación (2.37), usando las ecuaciones de recurrencia podemos obtener todas las \mathbf{E}_k y F_k . La condición de contorno en el borde interno de la envoltura de la estrella, nos lleva a que $\mathbf{E}_K = \mathbf{0}$ y $F_K = n_K$. De esta manera obtenemos n_K ; y, usando la ecuación (2.35) calculamos todos los n_k desde el $K-1$ hasta el 1.

Resulta relevante mencionar que, en cada paso temporal en la resolución de las ecuaciones de estructura, el programa resuelve las ecuaciones de difusión y calcula las nuevas abundancias químicas; acto seguido, calcula las variaciones en las abundancias químicas debido a reacciones nucleares (ver sección 2.4) y convección, ésta última en caso de que la hubiere. Además, las variaciones en las abundancias químicas debido a los procesos de difusión modifican la metalicidad Z de la estrella. Los cambios en la metalicidad conllevan variaciones en los coeficientes de opacidad y estas variaciones deben ser contempladas por el código LPCODE. Es por eso que, en dicho código están incluidas las tablas de opacidades radiativas de OPAL (Iglesias & Rogers, 1996) para distintas metalicidades, de forma que las opacidades puedan interpolarse para una metalicidad cualquiera. En los cálculos Z se ha tomado como el doble de la suma de las abundancias de los isótopos ^{12}C , ^{14}N y ^{16}O .

2.6. Física constitutiva de LPCODE

Para poder resolver las ecuaciones de estructura (2.1-2.4) junto con las ecuaciones de evolución química (2.7) es necesario conocer en detalle ciertas funciones que describen el material estelar:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(P, T, X_i) & \nabla_{\text{ad}} &= \nabla_{\text{ad}}(P, T, X_i) \\ \delta &= \delta(P, T, X_i) & c_p &= c_p(P, T, X_i) \\ \epsilon_{\text{nuc}} &= \epsilon_{\text{nuc}}(P, T, X_i) & \epsilon_\nu &= \epsilon_\nu(P, T, X_i) \\ \kappa &= \kappa(P, T, X_i) & \langle v\sigma \rangle_{ij} &= \langle v\sigma \rangle_{ij}(T, \rho) \end{aligned}$$

Algunas de ellas se relacionan mediante una ecuación de estado. En LPCODE se incluyen varias ecuaciones de estado diferentes según la etapa evolutiva. Para las etapas previas a la enana blanca, se utilizó la ecuación de estado del proyecto OPAL para composiciones ricas en H y He para la metalicidad considerada. Ésta tiene en cuenta, a bajas temperaturas y densidades, el fenómeno de ionización parcial en un gas ideal y la presión de radiación. Además, para el régimen de altas densidades contempla los fenómenos de degeneración de los electrones, presión de radiación, interacciones coulombianas y contribuciones iónicas. Para la etapa de enana blanca, el código utiliza dos ecuaciones de estado distintas. Para la envoltura de la enana blanca, se utiliza la ecuación de estado de Magni y Mazitelli (1979), que tiene en cuenta efectos de ionización parcial sujeta a diversos procesos de interacciones. A altas densidades, utiliza la ecuación de estado de Segretain et al. (1994), apropiada para plasmas completamente ionizados (ver Althaus et al. 2007).

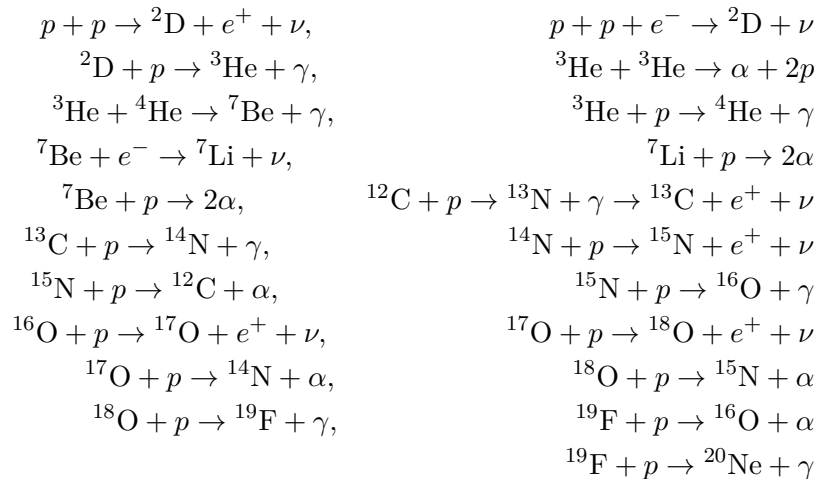
Durante la etapa de enana blanca el código tiene en cuenta los efectos de la difusión química y térmica, y de la sedimentación, como ya hemos descripto en secciones anteriores. Para temperaturas por debajo de los 10,000 K las condiciones de contorno provienen de los modelos de atmósfera no gris provistos por Rohrman et al. (2012). También tiene en cuenta

las fuentes de energía durante el proceso de cristalización en el núcleo de la enana blanca, tanto el calor latente como la energía liberada por la separación de fase del carbono y oxígeno (Isern et al. 2000, 1997). Éstos han sido incluidos siguiendo el diagrama de fase de Horowitz et al. (2010).

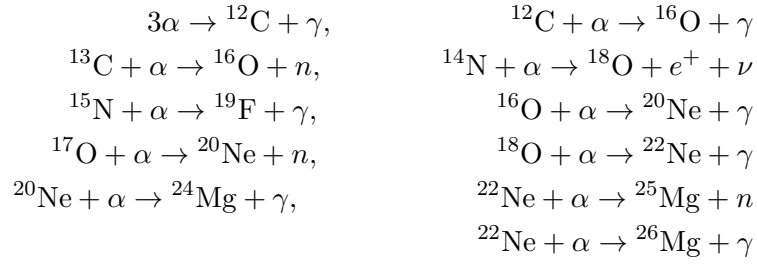
En cuanto a las opacidades radiativas necesarias para el modelado del transporte, el código utiliza las tablas de OPAL (Iglesias y Rogers 1996) para un amplio rango de metalicidades y temperaturas. A su vez, resulta importante destacar que, para los regímenes de bajas temperaturas, también se consideran las opacidades moleculares para las distintas proporciones de carbono y oxígeno. En ese sentido, se utilizaron las opacidades para bajas temperaturas calculadas por Ferguson et al. (2005) y Weiss y Ferguson (2009), teniendo en cuenta las abundancias de metales, y también la proporción de carbono-oxígeno. En algunos regímenes de alta degeneración electrónica, el transporte conductivo se vuelve muy eficiente, y se utilizan las opacidades conductivas de Cassisi et al. (2007), las cuales abarcan un rango muy amplio de densidades.

Por otro lado, el código contempla la energía liberada por emisión de neutrinos. Se tendrán en cuenta las tasas de emisión de neutrinos producidas por reacciones nucleares así como también por otros procesos. En particular, para la etapa de enana blanca, los procesos importantes serán dos: la emisión de neutrinos plasma, y los neutrinos producidos por bremsstrahlung. La primera se da cuando un plasmón decae en un par neutrino antineutrino, y la segunda cuando un electrón es desacelerado en el campo coulombiano producido por el núcleo, y como consecuencia emite un par neutrino antineutrino en lugar de un fotón. Las tasas de emisión de neutrinos son extraídas de varios trabajos publicados por Itoh y colaboradores.

El código LPCODE considera 34 reacciones nucleares distintas para la quema de H (a través de la cadena protón-protón y del ciclo CNO), la quema de He y el encendido del C. Estas reacciones serán suficientes para el desarrollo del presente trabajo, ya que calcularemos secuencias para estrellas de baja masa. Dichas reacciones nucleares son:
Para la quema de H:



Para la quema de He:



Y para la quema de C:



En su gran mayoría, las tasas de reacción son tomadas de Caughlan & Fowler (1988), con la excepción de las tasas ${}^{12}\text{C}+p \rightarrow {}^{13}\text{N}+\gamma \rightarrow {}^{13}\text{C}+e^+ + \nu$, ${}^{13}\text{C}(p, \gamma){}^{14}\text{N}$, ${}^{15}\text{N}(p, \gamma){}^{16}\text{O}$, ${}^{15}\text{N}(p, \alpha){}^{12}\text{C}$, ${}^{18}\text{O}(p, \alpha){}^{15}\text{N}$, ${}^{18}\text{O}(p, \gamma){}^{19}\text{F}$, ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$, ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$, ${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$, ${}^{18}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{22}\text{Ne}$, ${}^{22}\text{Ne}(\alpha, n){}^{25}\text{Mg}$ y ${}^{22}\text{Ne}(\alpha, \gamma){}^{26}\text{Mg}$, las cuales son extraídas de Angulo et al. (1999). Las especies nucleares consideradas son H, ${}^4\text{He}$, D, ${}^3\text{He}$, ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{13}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{15}\text{N}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{17}\text{O}$, ${}^{18}\text{O}$, ${}^{19}\text{F}$, ${}^{20}\text{Ne}$ y ${}^{22}\text{Ne}$.

Capítulo 3

Resultados de las simulaciones

En este capítulo presentaremos los resultados de las simulaciones realizadas en el presente trabajo, y también el análisis de cálculos numéricos realizados anteriormente por otros miembros del Grupo de Investigación de Evolución Estelar y Pulsaciones de La Plata. De esta manera, se analizaron las secuencias de enfriamiento de enanas blancas a partir de secuencias completas calculadas por otros miembros del grupo. Estas secuencias fueron calculadas para nueve masas distintas, todas con metalicidad inicial $Z = 0.0001$ y abundancia inicial $X_H = 0.7547$ del progenitor. Las secuencias recorren todas las etapas desde la ZAMS hasta la etapa de enana blanca, incluyendo la quema central de H, de He, los pulsos térmicos en la AGB y la etapa de nebulosa planetaria. En la tabla 3.1 se muestran las masas utilizadas para los progenitores, las masas de las enanas blancas resultantes y la masa total de H residual que queda en la estrella al entrar en la secuencia de enfriamiento de la enana blanca. Resulta importante mencionar que la masa residual de H disminuye conforme la masa del progenitor aumenta. En el capítulo 1, hemos recalcado que la quema nuclear residual resulta muy ligada a la historia del progenitor, es por eso que las secuencias fueron calculadas desde la ZAMS, para así liberar los resultados de las inconsistencias resultantes de modelos iniciales "artificiales". En la etapa de enana blanca, dichos cálculos incluyeron los procesos de difusión anteriormente mencionados en la sección 2.5, así como también las tasas de las reacciones nucleares descritas en la sección 2.6.

Por otra parte, en el presente trabajo, fueron calculadas las secuencias de enfriamiento de las enanas blancas de $0.51976 M_\odot$, $0.53512M_\odot$, $0.56145M_\odot$ y $0.66588M_\odot$; pero sin incluir

Masa en la ZAMS	Masa de la enana blanca	$M_H/10^{-4}M_\odot$
$0.8M_\odot$	$0.51976M_\odot$	6.03
$0.85M_\odot$	$0.53512M_\odot$	4.96
$0.9M_\odot$	$0.54839M_\odot$	4.36
$0.95M_\odot$	$0.56145M_\odot$	3.67
$1.0M_\odot$	$0.56765M_\odot$	3.46
$1.25M_\odot$	$0.61940M_\odot$	2.23
$1.5M_\odot$	$0.66588M_\odot$	1.41
$2.0M_\odot$	$0.73821M_\odot$	0.449
$2.5M_\odot$	$0.82623M_\odot$	0.225

Tabla 3.1. Se muestra las distintas masas consideradas para progenitores y enanas blancas, así como también la masa total de H al entrar en la etapa de enana blanca.

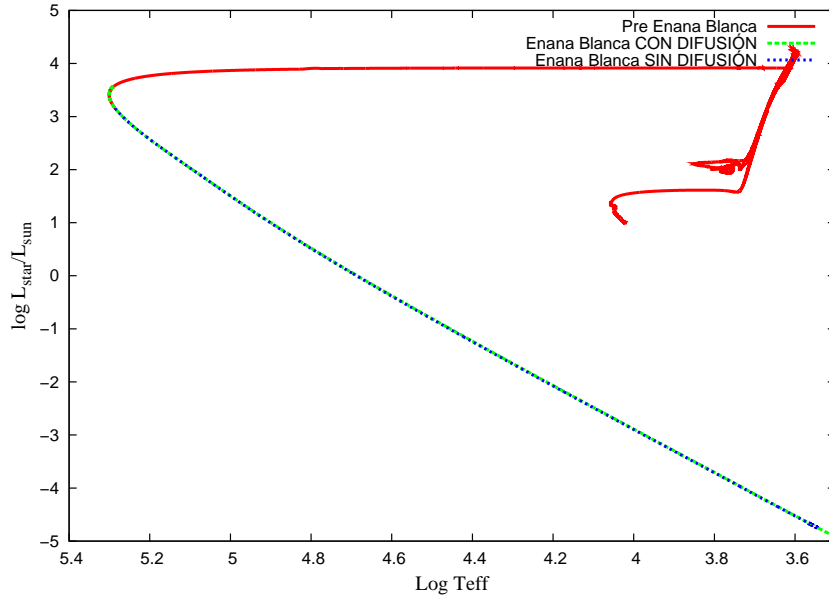


Figura 3.1. Diagrama HR de la evolución de una estrella de $1,50M_{\odot}$, permite distinguir las etapas que fueron calculadas en este trabajo de las que no.

en los cálculos los procesos de difusión. Estas secuencias fueron calculadas consistentemente con los modelos previos de los progenitores, ya calculados por otros miembros del grupo de investigación. Para una mejor identificación de qué etapas de las secuencias fueron calculadas en nuestro trabajo y cuáles no, ver figura 3.1. En nuestro trabajo se calculó la etapa de enana blanca despreciando los procesos de difusión, la cual es mostrada con una línea verde punteada. Las etapas previas de los progenitores (línea roja lisa) y la etapa de enana blanca calculada incluyendo procesos de difusión (línea punteada azul), fueron calculadas previamente por otros miembros del grupo de investigación.

Todas las secuencias de enanas blancas se siguieron desde la máxima temperatura efectiva hasta luminosidades tan bajas como $L \approx 10^{-5}L_{\odot}$. También se incluyeron en los cálculos de las enanas blancas la liberación de energía gravitacional por la separación de fase del carbono-oxígeno y el calor latente en el proceso de cristalización, y la pérdida de energía por neutrinos.

3.1. Resultados globales

Los trabajos de Renedo et al. (2010) y Miller Bertolami et al. (2013) han mostrado la importancia de la quema nuclear residual en los tiempos de enfriamiento de una enana blanca proveniente de progenitores de baja metalicidad. En el presente trabajo se intenta ver si, aún suprimiendo los procesos de difusión, dicha quema nuclear resulta relevante a la hora de calcular los tiempos de enfriamiento.

En la figura 3.2 se muestra la fracción que aporta la energía liberada por las reacciones nucleares (ya sea vía cadena protón protón o ciclo CNO) a la luminosidad¹ de la enana blanca, en función del logaritmo de la luminosidad. En estos cálculos fueron tenidos en cuenta los procesos de difusión antes mencionados. Se puede observar que, para $M_{wd} < 0.6$,

¹Por luminosidad nos estamos refiriendo a la luminosidad superficial de la estrella

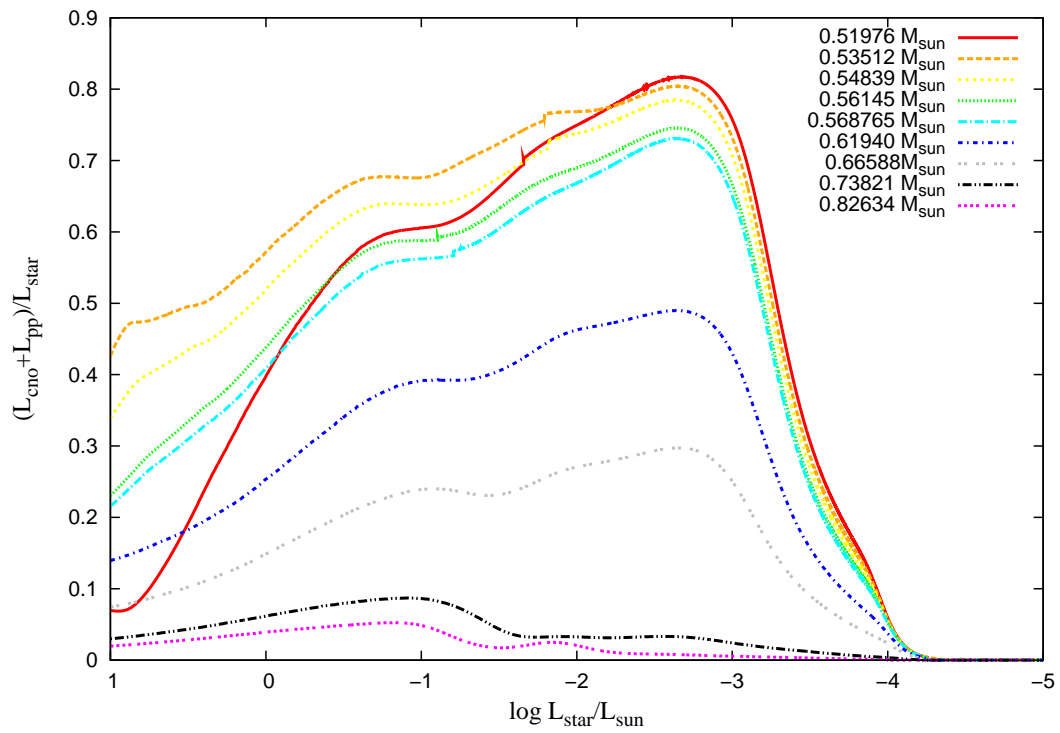


Figura 3.2. Fracción de la luminosidad total que aportan las reacciones nucleares en función del logaritmo de la luminosidad de la enana blanca para las distintas masas, en el caso en el que se incluyen procesos de difusión. Notar que para $M_{wd} < 0.6M_{\odot}$, las reacciones nucleares llegan a ser una fuente dominante de energía

3. Resultados de las simulaciones

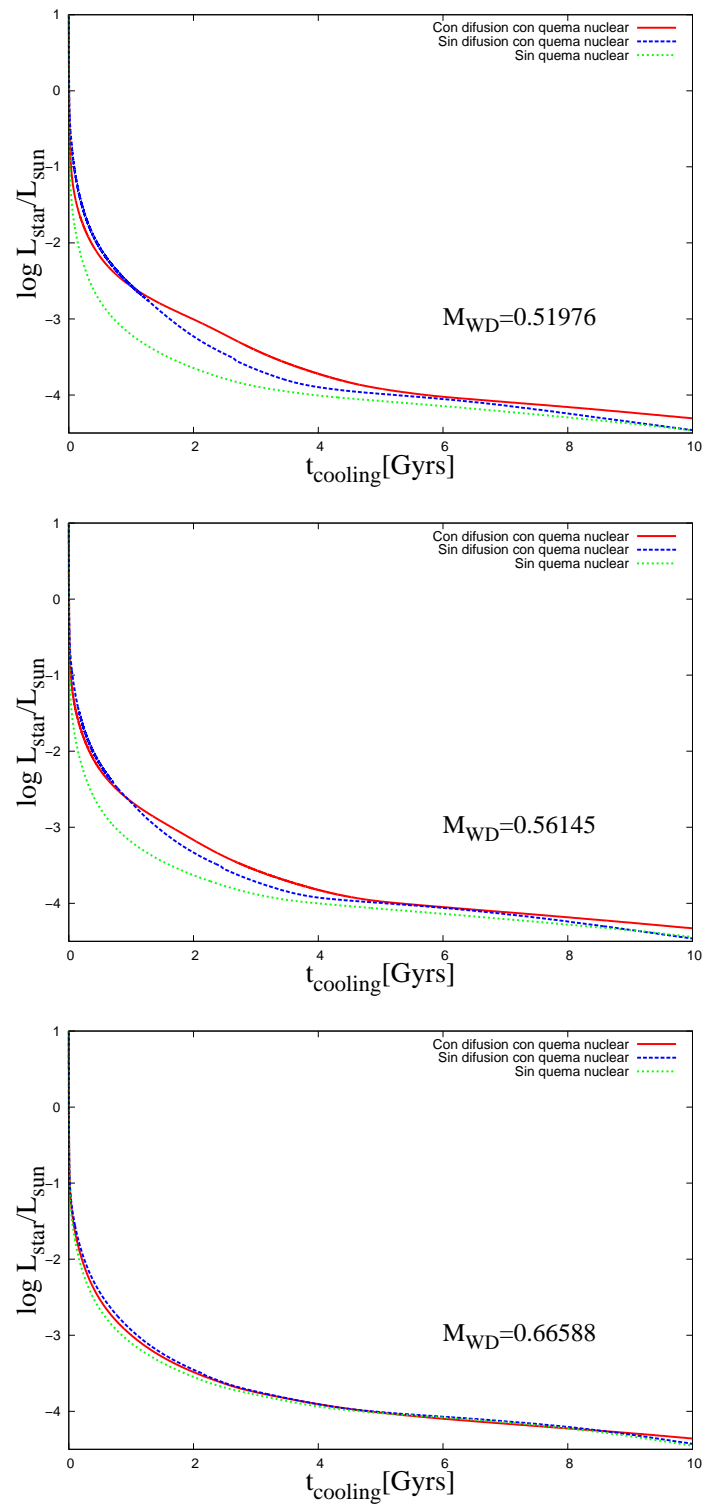


Figura 3.3. Impacto de la quema nuclear residual en los tiempos de enfriamiento. Se puede observar que para las enanas blancas menos masivas, tanto para las secuencias con difusi3n, como para las que no incluyen difusi3n, los tiempos de enfriamiento se ven modificados debido a la presencia de reacciones nucleares.

las reacciones nucleares dominan la luminosidad de la estrella a luminosidades intermedias ($-3.2 < \log(L/L_\odot) < -0.8$). Este resultado, si bien ya fue mostrado en Miller Bertolami et al. (2013), es de sumo interés para la astrofísica, ya que convencionalmente se considera a la energía liberada por el enfriamiento de los iones como principal fuente de energía en una enana blanca.

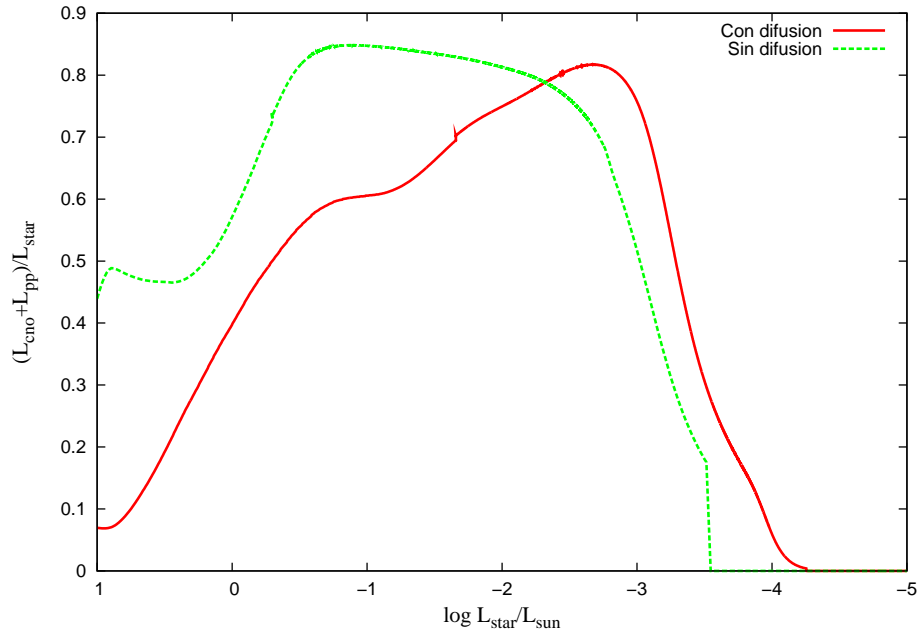
En el trabajo de Iben y MacDonald (1985) se ha mostrado que, mientras más baja sea la metalicidad del progenitor, mayor será la envoltura de H al comienzo de la etapa de enana blanca (M_H). Además, es de esperarse que, mientras mayor sea la M_H , mayor sea la relevancia de la quema nuclear residual de H. Por lo tanto, resulta lógico que enanas blancas con progenitores de metalicidades $Z = 0.0001$ tengan una quema nuclear residual importante como la que se observa en la figura 3.2. Sumado a esto, de la tabla 3.1 se desprende que a menor masa del progenitor, menor será masa de la enana blanca resultante y, a su vez, mayor será la M_H al comienzo de la etapa de enana blanca. Por ende, la quema nuclear residual será más importante mientras menor sea la masa del progenitor, que es lo que se observa en la figura 3.2

Por otra parte, el hecho de que, para ciertas enanas blancas, la quema nuclear residual sea una fuente importante de energía implica un notorio retraso en los tiempos de enfriamiento respecto a modelos en los que no se tienen en cuenta reacciones nucleares. Este fenómeno se puede observar en la figura 3.3. En ella se muestra la luminosidad de la estrella en función del tiempo de enfriamiento para tres enanas blancas de distinta masa. Hemos tomado como $t = 0$ al comienzo de la secuencia de enfriamiento, que se corresponde con el máximo de T_{eff}

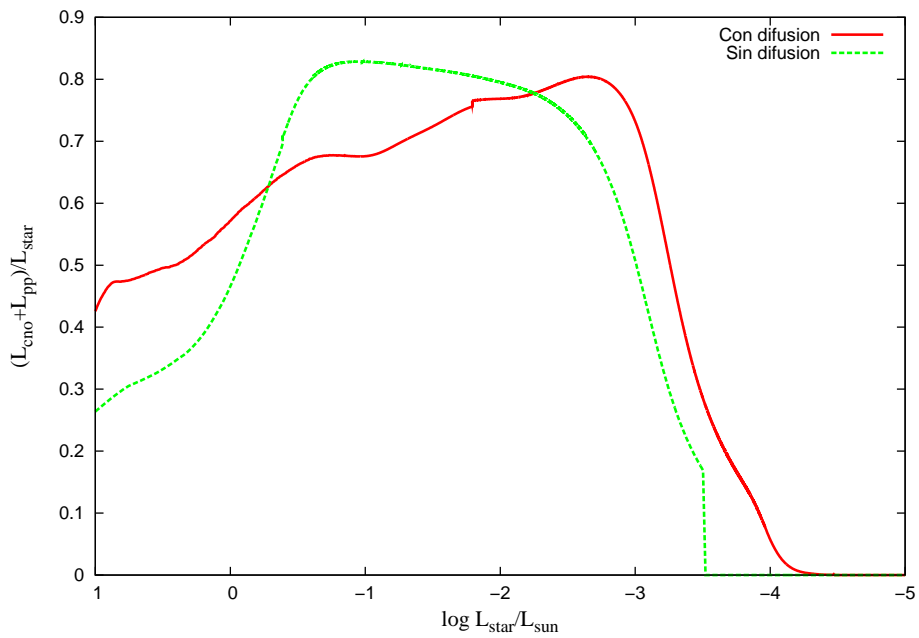
El retardo en los tiempos de enfriamiento para una enana blanca de masa $M_{\text{wd}} = 0.51976$ se puede ver en el panel superior de la figura 3.3, de ella podemos inferir que, tanto en los cálculos que incluyen difusión como en los que no incluyen, las reacciones nucleares implican un retraso en el tiempo que tarda la estrella en enfriarse. Este retraso conlleva a una subestimación de la edad de una estrella cuando es inferida a partir de cálculos que no incluyen reacciones nucleares. Incluso, para luminosidades entre $-4 < \log(L/L_\odot) < -2$, al despreciar la quema nuclear residual estaríamos subestimando su edad hasta en un factor 2. También se puede observar que, a luminosidades intermedias ($\log(L/L_\odot) > -2.5$), los cálculos sin incluir procesos de difusión retardan aún más los tiempos que los cálculos que los incluyen. Pero a luminosidades más bajas, el efecto es el contrario. En el panel central de la figura 3.3 se observa una situación parecida a lo que se observaba en el panel superior de la figura 3.3, hay un retardo en los tiempos de enfriamiento debido a la presencia de la quema nuclear residual, pero no es tan notable como en el panel superior. Esta diferencia entre los paneles superior y central se debe a que, como habíamos dicho, conforme aumenta la masa del progenitor, la quema nuclear residual se vuelve menos relevante. Por último, para $M_{\text{wd}} = 0.66588$ (ver panel inferior de la figura 3.3) no se nota una diferencia apreciable entre los casos con y sin difusión. Esto resulta consistente con el hecho de que para $M_{\text{wd}} = 0.66588$ no hay una diferencia apreciable en los cálculos que incluyen o no la quema nuclear residual. Este hecho se debe a que, como se observa en la figura 3.2, la quema nuclear no jugará un papel preponderante cuando $M_{\text{wd}} > 0.6$.

Por otro lado, en la figura 3.4, se muestra la contribución de las reacciones nucleares a la luminosidad superficial de la enana blanca para cuatro masas distintas, a fin de comparar dicha contribución en los casos en donde se tiene en cuenta procesos de difusión con los casos donde no. Se puede observar que, en líneas generales, para luminosidades intermedias, la fracción de la luminosidad debida a reacciones nucleares resulta mayor para el caso en el que no se incluyen procesos de difusión. Este hecho se ve reflejado en el mayor retardo de los tiempos de enfriamiento (ver figura 3.3) para el caso sin difusión a luminosidades intermedias. Este hecho se debe a que los procesos de difusión afectan apreciablemente la estructura

3. Resultados de las simulaciones



(a) $M_{ZAMS} = 0.8M_{\odot}$, $M_{wd} = 0.51976$



(b) $M_{ZAMS} = 0.85M_{\odot}$, $M_{wd} = 0.53512$

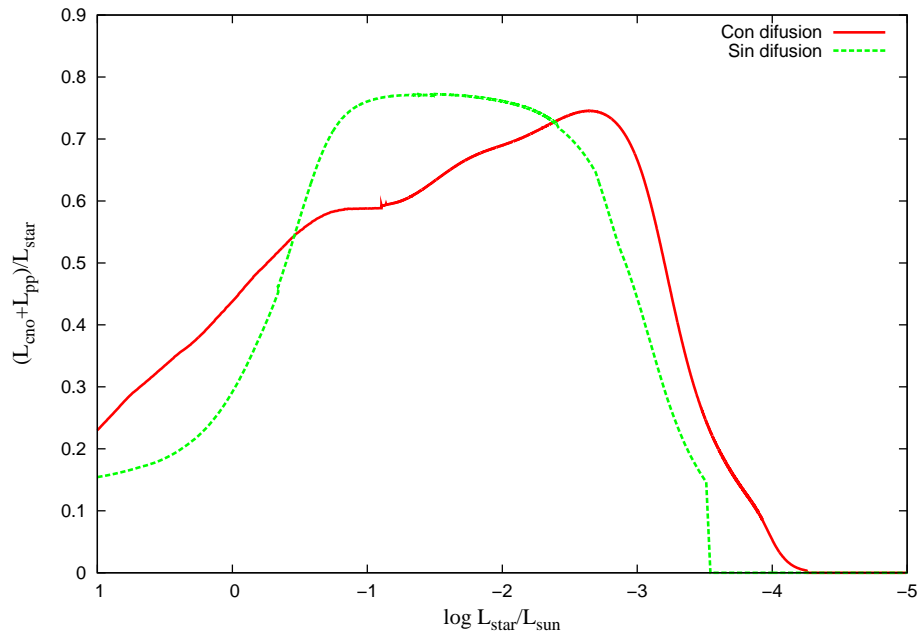
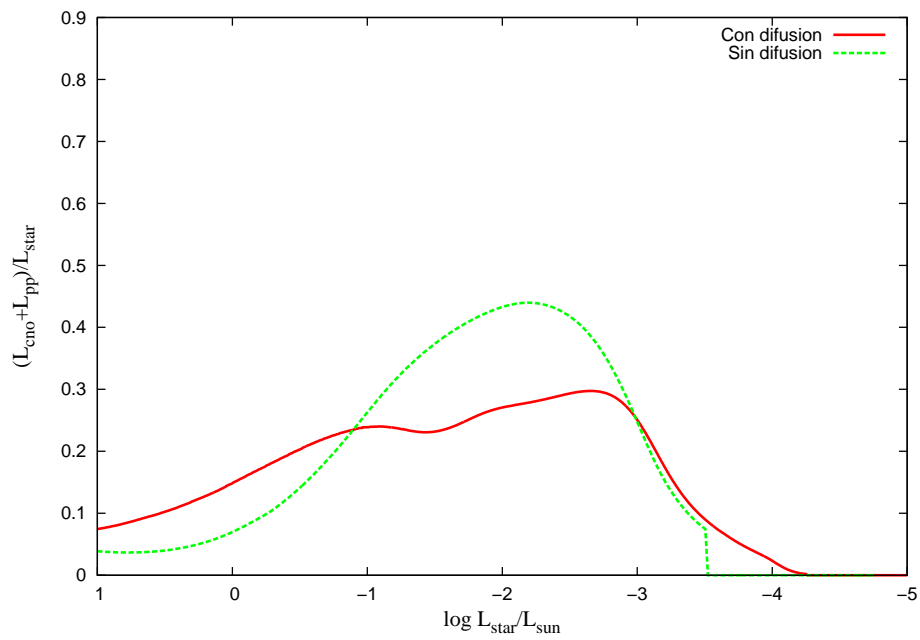
(c) $M_{ZAMS} = 0.95M_{\odot}$, $M_{wd} = 0.56145$ (d) $M_{ZAMS} = 1.5M_{\odot}$, $M_{wd} = 0.66588$

Figura 3.4. Contribución de las reacciones nucleares a la luminosidad de la estrella en función del logaritmo de la luminosidad de la estrella para cuatro masas distintas. Se comparan las contribuciones cuando se incluye o no los procesos de difusión.

3. Resultados de las simulaciones

química externa de las enanas blancas a luminosidades intermedias, lo cual se traduce en cambios en la estructura termo-mecánica de la envoltura, cambios que impactarán sobre la liberación de energía nuclear. En efecto, la omisión de los procesos de difusión, resulta en envolturas más densas y calientes, implicando una mayor liberación de energía nuclear.

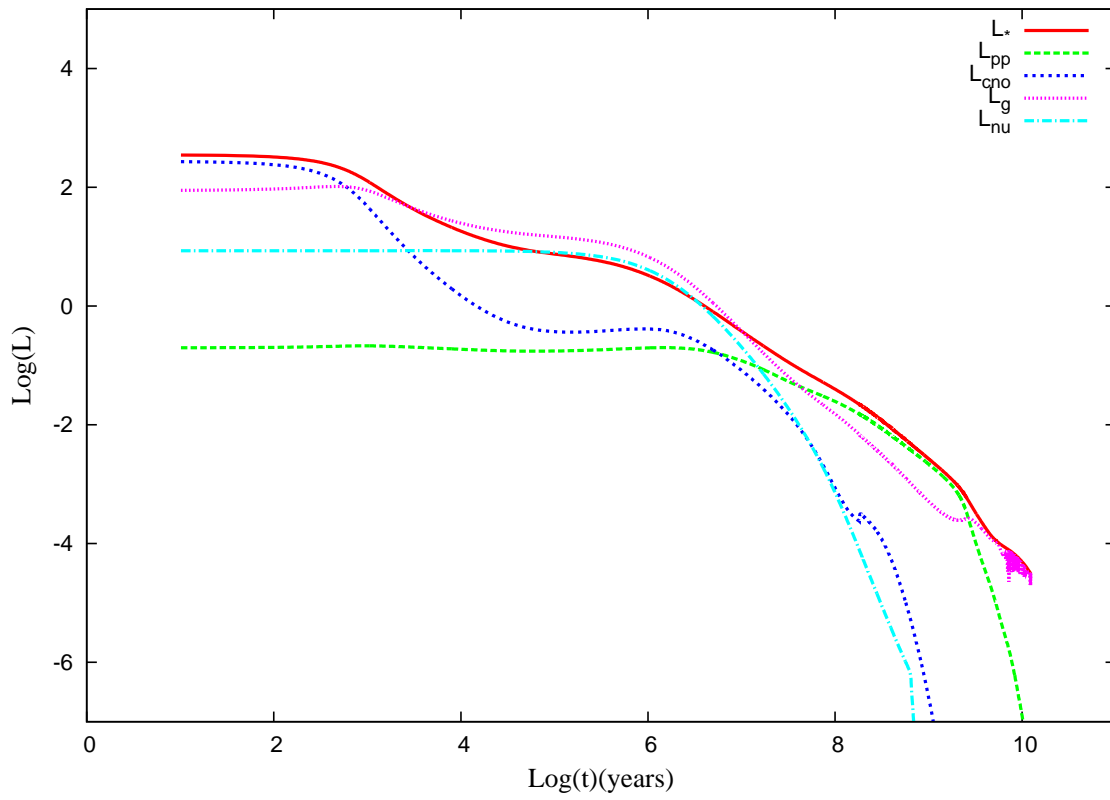
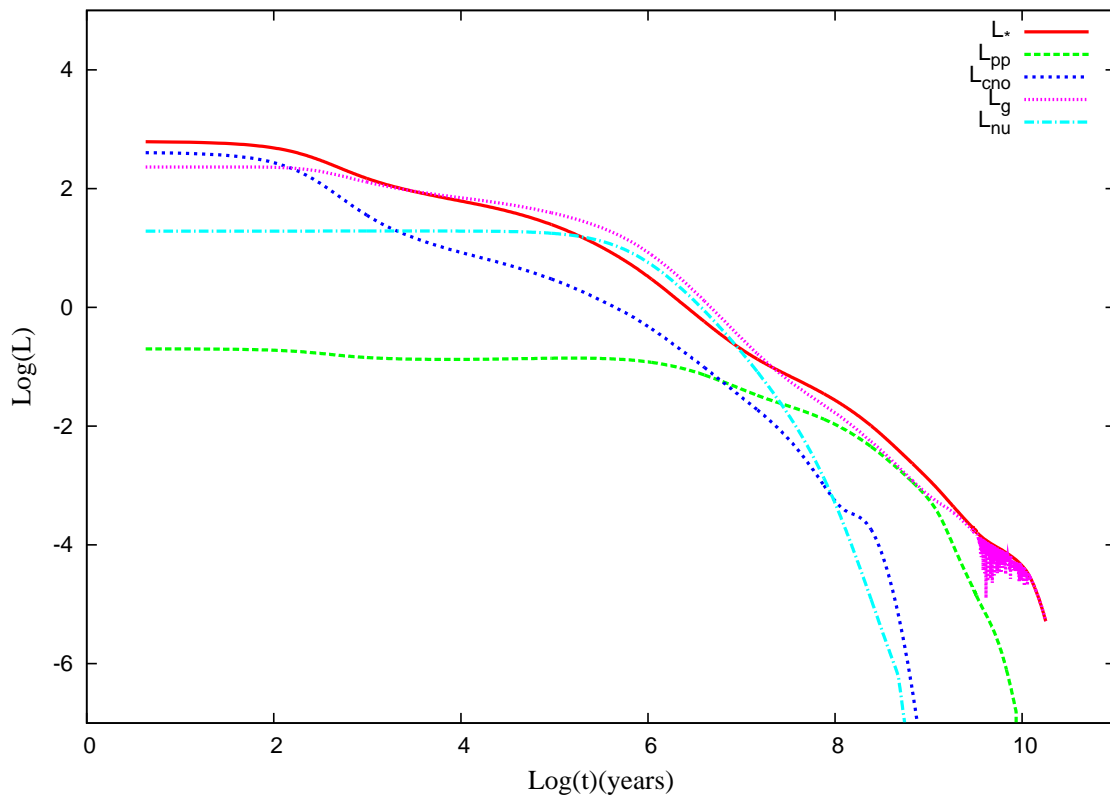
Al incluir procesos de difusión, vemos que la quema nuclear resulta de mayor relevancia a luminosidades bajas ($\log(L/L_{\odot}) < -2.5$), y este hecho, como veremos en las siguientes secciones, se debe a la difusión química interna, que lleva el H hacia regiones más calientes, promoviendo su quema vía cadena protón protón. De todas formas, como el tiempo que tardará la enana blanca en enfriarse cuando $\log(L/L_{\odot}) < -2.5$ será mucho mayor que el tiempo que tarda en enfriarse cuando $\log(L/L_{\odot}) > -2.5$, entonces la enana blanca pasará la mayor parte de su vida en la región de $\log(L/L_{\odot}) < -2.5$ (este hecho se puede apreciar en la figura 3.3). Es por eso que, a la larga, el efecto total de la quema residual sobre los tiempos de enfriamiento será de mayor relevancia para el caso en el que se incluyen los procesos de difusión.

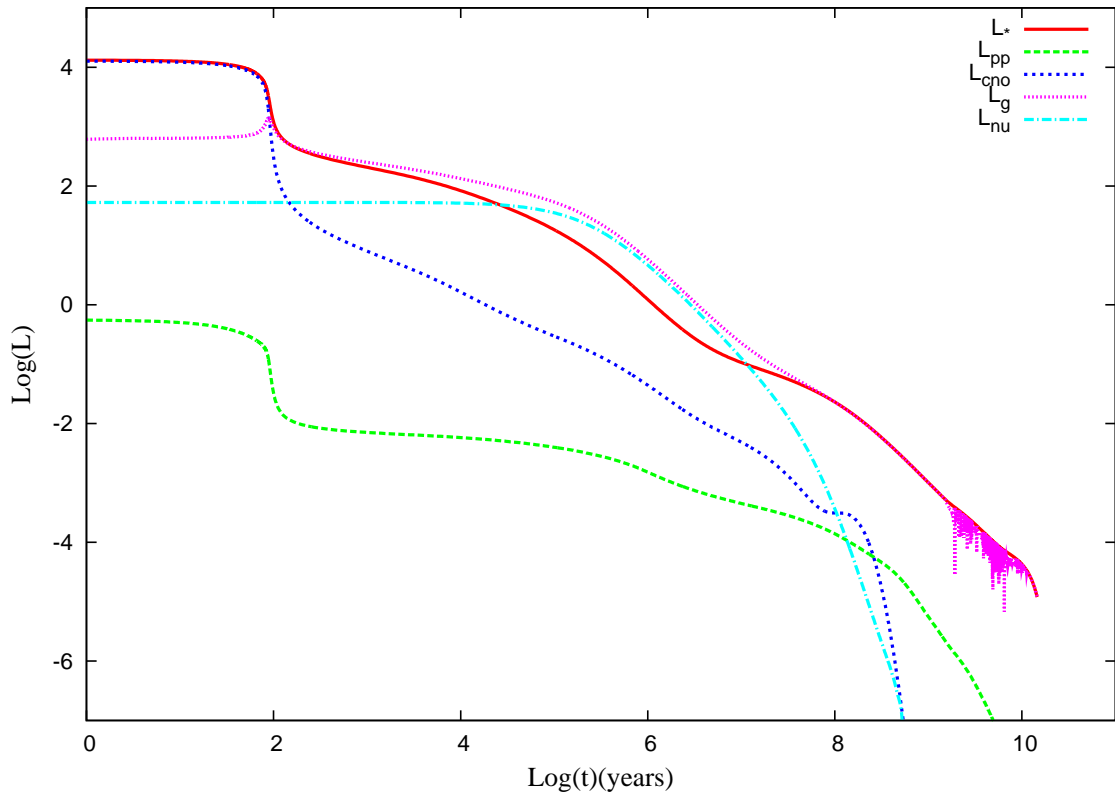
Por otro lado se puede ver que, tanto cuando incluimos procesos de difusión en los cálculos como cuando no, conforme aumenta la masa de la enana blanca, menor resultará la fracción de luminosidad debida a reacciones nucleares. Por ende, este resultado es independiente de la inclusión de procesos difusivos. En contraposición, en las enanas blancas con masas muy bajas, $M_{wd} = 0.53512$ y $M_{wd} = 0.51976$, la luminosidad debida a reacciones nucleares puede llegar a ser de hasta casi un 90 % de la luminosidad de la estrella.

La figura 3.5 muestra las distintas contribuciones a la luminosidad durante la etapa de enana blanca para las masas $M_{wd} = 0.51976M_{\odot}$, $M_{wd} = 0.61940M_{\odot}$ y $M_{wd} = 0.82623M_{\odot}$, cuando se incluyen procesos de difusión. Aquí también se ha tomado como $t = 0$ donde se da el máximo de la temperatura efectiva. De la comparación de los tres gráficos (figuras 3.5(a), (b) y (c)) y se puede observar que, tanto la luminosidad debida a la cadena protón protón como al ciclo CNO, son más importantes para la enana blanca menos masiva. Para $M_{wd} = 0.51976M_{\odot}$ se ve que hasta $t \approx 10^7$ años, la luminosidad debida al ciclo CNO domina por sobre la cadena protón protón, aunque de todas formas ambas resulten menores que la energía gravotérmica liberada. A partir de allí, la quema de H vía protón protón comienza a ser más importante. Llegando a una edad de 10^8 años, la luminosidad protón protón se vuelve la principal fuente de energía de la estrella, incluso superando a la energía liberada por el enfriamiento de los iones. A una edad de $10^{9.5}$ años, la energía liberada vía protón protón comienza a bajar más abruptamente, siendo a partir de allí superada por la energía gravotérmica. Para $M_{wd} = 0.61940M_{\odot}$ se observa que en un principio domina la quema vía ciclo CNO por sobre la protón protón, hasta $t \approx 10^7$, cuando comienza a ser más importante ésta última. La liberación de energía vía protón protón llega a su máxima contribución para $8 < \log(t) < 9.5$. Pese a que en esa etapa logra ser relevante, nunca sobrepasa a la energía liberada por el enfriamiento de los iones. Por último, para $M_{wd} = 0.82623M_{\odot}$, la energía gravotérmica es la fuente dominante de energía de la estrella durante toda la secuencia de enfriamiento. Tanto la quema de H vía protón protón como CNO, no llegan a superar el 5 % de la luminosidad superficial de la estrella. Por ende, para enanas blancas más masivas provenientes de progenitores con $Z = 0.0001$, resulta aceptable la suposición convencional de despreciar las reacciones nucleares en enanas blancas.

La energía liberada por emisión de neutrinos es mayor mientras mayor sea la masa de la estrella y a partir de una edad de 10^9 años deja de ser apreciable.

En líneas generales, conforme aumenta la masa de la enana blanca, la energía liberada por el enfriamiento de los iones prevalece como principal fuente de energía. Por ende, la energía liberada por reacciones nucleares es sumamente dependiente de la masa de la enana blanca.

(a) $M_{wd} = 0.51976 M_{\odot}$ (b) $M_{wd} = 0.61940 M_{\odot}$



(c) $M_{wd} = 0.82623M_{\odot}$

Figura 3.5. Se muestran las características globales de las enanas blancas para tres masas distintas incluyendo procesos de difusión: L_* es la luminosidad superficial, L_{pp} es la energía por unidad de tiempo liberada por reacciones de la cadena protón-protón, L_{CNO} es por bi-ciclo CNO, L_g es la energía gravotérmica liberada (compresión más enfriamiento de los iones) y L_{ν} es la energía liberada por emisión de neutrinos.

Este resultado es independiente de la inclusión o no de procesos de difusión.

3.2. Evolución de la masa de H residual

En esta sección veremos la evolución temporal de la masa residual de H en la envoltura. La masa de H se puede determinar observacionalmente mediante ajustes astrosismológicos a los períodos de enanas blancas pulsantes ZZ Ceti (Romero et al. 2012). Además, resulta importante conocerla ya que es una cantidad crítica en lo que se refiere a la "evolución espectral" de las enanas blancas. El tipo espectral de una enana blanca cambia a medida que ésta evoluciona, debido a la difusión y a la mezcla convectiva superficial; que ocurra o no esa mezcla dependerá de cuál sea la masa de la envoltura de H.

La evolución temporal de la masa total de H a lo largo de la secuencia de enfriamiento se muestra en las figuras 3.6, 3.7, 3.8 y 3.9 para enanas blancas de $0.51976M_{\odot}$, $0.53513M_{\odot}$, $0.56145M_{\odot}$ y $0.66588M_{\odot}$, respectivamente. Se comparan los resultados obtenidos incluyendo y omitiendo procesos de difusión.

En la figura 3.6 además se muestra la masa de H resultante si se suprimen por completo las reacciones nucleares. En esta figura se observa que, para el caso que incluye difusión, a diferencia de las otras enanas blancas cuya masa de H sigue una curva suave, ésta realiza un "bucle" al comienzo del track de enfriamiento. Como consecuencia de este fenómeno, la masa de H disminuye casi hasta la mitad de su valor inicial. Este "bucle" es en realidad una quema inestable de H que se da antes de comenzar la quema estable. Es por eso que se quema gran parte del H en tan poco tiempo. Este fenómeno no sucede para el caso en el que se omiten los procesos de difusión; por lo que, a una $\log(L_{\star}/L_{\odot}) \approx 1$, se nota una marcada diferencia en la masa de H cuando se compara los casos con y sin difusión.

Por otro lado podemos remarcar que, conforme aumenta la masa de la estrella, la masa total de H al comienzo de la etapa de enana blanca resulta menor (ver tabla 3.1). La masa de H al finalizar la quema también es menor para enanas blancas más masivas, pero no se observan diferencias tan marcadas en la masa de H final. Como consecuencia, el monto total de H quemado a lo largo de la secuencia de enfriamiento será mayor para estrellas de menor masa. Es importante recordar que estos modelos se calcularon consistentemente con etapas evolutivas previas a la enana blanca, por ende la masa de H al comienzo de esta etapa es consecuencia directa de la evolución previa.

Para las masas que se muestran, se puede ver que en el caso sin difusión la mayor parte de la masa de H se quema entre luminosidades $-2 < \log(L_{star}/L_{\odot}) < 0$, con la excepción de la enana blanca de $0.66588M_{\odot}$. En ésta el máximo de quema se corre levemente hacia luminosidades más bajas. La quema nuclear en el caso sin difusión es un poco más violenta que en el caso que incluye difusión, ya que en éste último la masa de H disminuye a una tasa más uniforme.

Por otra parte, podemos notar que para las cuatro masas, el monto total de H quemado durante toda la etapa de enana blanca resulta mayor para el caso en el que no se considera la difusión. Para visualizar mejor este hecho hemos calculado, para tres masas distintas, la energía total liberada por todas las reacciones nucleares de la cadena protón-protón y del ciclo CNO a lo largo de la secuencia de enfriamiento. Estos resultados se encuentran detallados en la tabla 3.2, distinguiéndose entre los casos donde se incluyen procesos de difusión y los que no. Podemos notar que, para todas las estrellas, la energía total liberada por reacciones del ciclo CNO y de la cadena protón-protón resulta mayor en el caso en el que se omiten procesos de difusión. Pese a que el monto total de H quemado y también la energía total liberada por reacciones protón-protón y CNO resultan mayores en el caso sin difusión, no impactarán tanto sobre los tiempos de enfriamiento como en el caso en que se incluye difusión

3. Resultados de las simulaciones

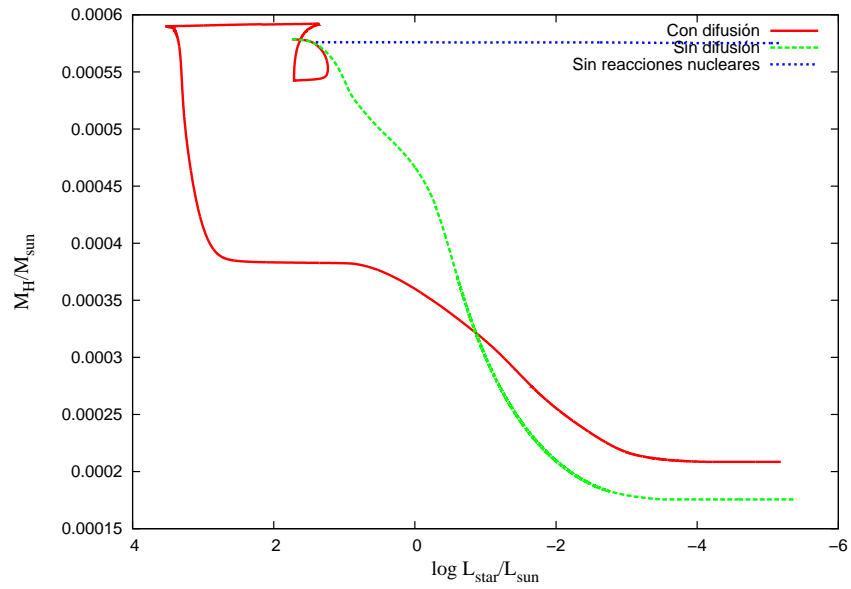


Figura 3.6. Evolución de la masa total de H en una enana blanca de $0.51976 M_{\odot}$. Se muestran los casos en los que se incluyen y no procesos de difusión. Además, se muestra el caso en el que no se incluyen reacciones nucleares y la masa de H queda constante.

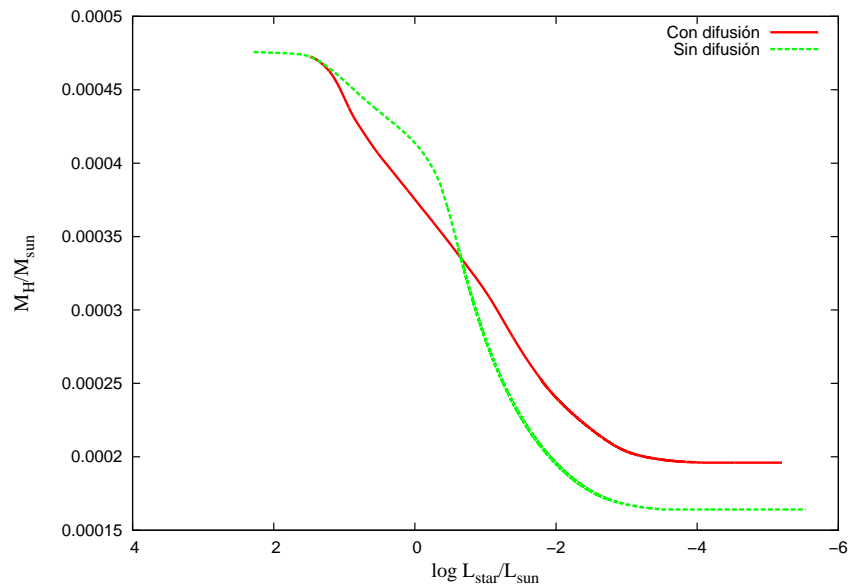


Figura 3.7. Evolución de la masa total de H en una enana blanca de $0.53512 M_{\odot}$. Se muestran los casos en los que se incluyen y no procesos de difusión.

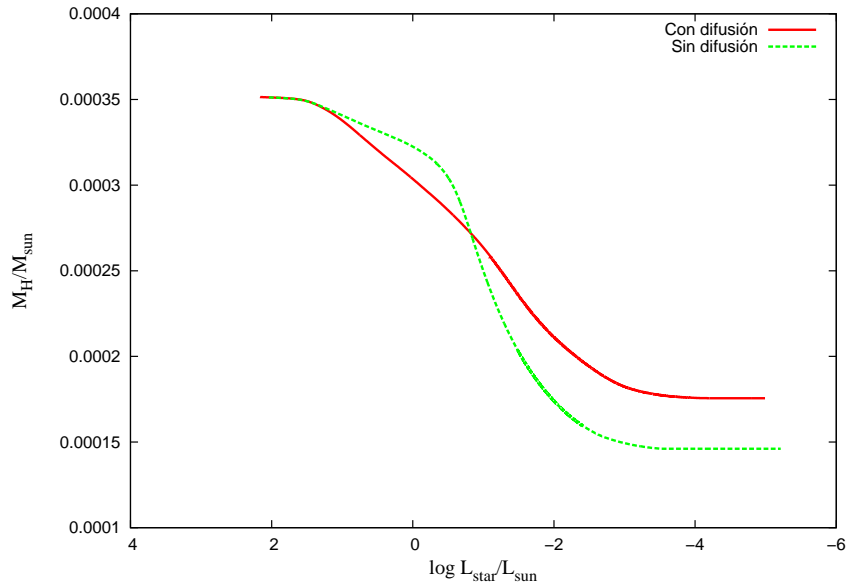


Figura 3.8. Evolución de la masa total de H en una enana blanca de $0.56145M_{\odot}$. Se muestran los casos en los que se incluyen y no procesos de difusión.

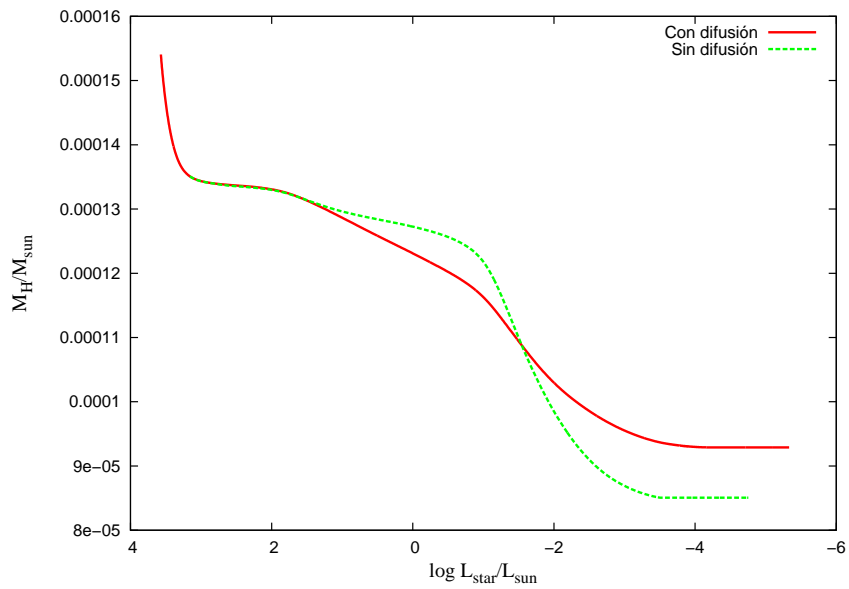


Figura 3.9. Evolución de la masa total de H en una enana blanca de $0.66588M_{\odot}$. Se muestran los casos en los que se incluyen y no procesos de difusión.

3. Resultados de las simulaciones

Masa de la WD	$E_{pp} + E_{CNO}$ Con Difusión	$E_{pp} + E_{CNO}$ Sin Difusión
$0.51976M_{\odot}$	8.7674×10^{45} erg	2.7937×10^{46} erg
$0.56145M_{\odot}$	7.9258×10^{45} erg	1.5124×10^{46} erg
$0.66588M_{\odot}$	4.0254×10^{45} erg	7.2594×10^{45} erg

Tabla 3.2. Se muestra la energía total liberada a lo largo de la secuencia de enfriamiento por reacciones nucleares de la cadena protón-protón y del ciclo CNO para distintas masas. Se comparan los casos en los que se incluyeron y los que se omitieron procesos de difusión

(este hecho se puede apreciar figura 3.3)

Por último resulta importante analizar si hubo o no una variación en el tipo espectral de la enana blanca. Como bien dijimos al principio de esta sección, una mezcla convectiva en la superficie de estrella derivaría en la "evolución espectral" de la enana blanca si la convección llegara a la transición H-He. Nuestros cálculos mostraron que, en los casos con y sin difusión, aunque hay transporte convectivo en la superficie de la estrella a luminosidades bajas, éste no alcanza la transición H-He. Por ende, la convección sólo afecta a zonas donde las abundancias químicas son uniformes, y no habrá una variación en la abundancia superficial de H a luminosidades bajas.

3.3. Abundancias de los elementos químicos en las capas internas de la enana blanca

En esta sección veremos cómo varían las abundancias de los distintos elementos en el tiempo. Como ya hemos descripto en el capítulo 2 las abundancias pueden variar tanto por reacciones nucleares como por procesos de mezcla o procesos de difusión. En este trabajo se usaron las tasas de reacciones nucleares descriptas en la sección 2.6 y los procesos de difusión ya especificados. En particular, se usó la teoría de longitud de mezcla para enanas blancas.

En la figura 3.10 se muestran las fracciones de masa de los elementos H, ^3He , ^4He y ^{12}C y ^{14}N en el interior de una enana blanca de $0.51976M_{\odot}$ con procesos de difusión, para ocho épocas distintas. Además, se puede ver la liberación de energía debida a todas las reacciones nucleares que ocurren en la estrella, que se encuentra graficada con una línea gruesa color negro. Las fracciones de energía que aportan todas las reacciones de la cadena protón-protón (L_{pp}/L_{\star}) y del ciclo CNO (L_{CNO}/L_{\star}) se encuentran detalladas para cada época. La figura 3.10(h) corresponde al momento donde la zona convectiva externa alcanza su máxima extensión y dicha zona se encuentra sombreada.

El comienzo de la secuencia de enfriamiento se muestra en la figura 3.10(a), donde la enana blanca tiene $\log(T_{\text{eff}}) = 5.06K$. En esta etapa, la energética de la estrella es todavía dominada por el ciclo CNO (ver figura 3.5(a)). La sedimentación gravitatoria y la difusión térmica, que actúan en el mismo sentido, comienzan a actuar bastante rápido, llevando el H hacia la superficie y hundiendo los elementos pesados.

Mientras que la sedimentación tiende a estratificar los elementos, la difusión química actúa en el sentido opuesto, ya que ésta suaviza los perfiles químicos. El efecto de la difusión química puede comenzar a observarse a partir de la figura 3.10(c), donde vemos que el H es llevado hacia regiones más calientes y el ^{12}C hacia regiones más frías. El H entrante en regiones calientes y ricas en ^{12}C , permite su posible destrucción mediante las reacciones $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}(e^+, \nu)^{13}\text{C}(p, \gamma)^{14}\text{N}$ y $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}(e^+, \nu)^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$. Este fenómeno puede

3.3. Abundancias de los elementos químicos en las capas internas de la enana blanca

observarse en el pequeño primer pico de reacciones nucleares en la figura 3.10(e). De todas formas, mirando la fracción de energía que aportan las reacciones del ciclo CNO a la luminosidad de la estrella ($\frac{L_{CNO}}{L_\star}$), vemos que esta quema no contribuirá de manera significativa a la energética global de la estrella. Dado que los tiempos característicos de la difusión son muy largos, para cuando el H llega por difusión química a las regiones internas, la estrella ya se encuentra suficientemente fría. Por ende las reacciones antedichas no jugarán un rol importante en la energética de la estrella (para más información ver Iben y MacDonald 1985).

La máxima contribución de las reacciones protón protón a la luminosidad de la estrella se da para las épocas 3.10(e) y 3.10(f), que corresponden a una $\log(L_\star/L_\odot) \approx -2$. A esas luminosidades, la energía liberada en toda la estrella debido a la cadena protón protón supera a la energía gravotérmica liberada por el enfriamiento de los iones. Para una mayor comprensión volver a ver figura 3.5(a).

La energía total liberada por reacciones nucleares va disminuyendo con el correr del tiempo. En la figura 3.10(a), el pico más grande, a la izquierda, representa la quema por el ciclo CNO y el segundo, más pequeño, es la quema vía protón protón. En la 3.10(b) también se llega a ver un pequeño pico en regiones internas debido a la quema de He. A su vez, en estos gráficos se puede ver que hasta $t \approx 10^7$ años la quema vía el ciclo CNO libera mayor energía que la quema protón protón, pero a partir de allí la situación se revierte. En líneas generales podemos decir que, si bien la quema CNO será importante en las primeras etapas, ésta no afectará tanto a la energética de la estrella como la quema protón protón. Este hecho puede notarse en las fracciones de la luminosidad debidas a cada tipo de quema, que se encuentran detalladas para cada época.

Por último, resulta importante remarcar que en las figuras 3.10(g) y 3.10(h), el H deja de sumergirse por difusión química y empieza a flotar por sedimentación. Esto se debe a que la degeneración electrónica llega hasta la base de la capa de H. Como consecuencia, la presión debida a los iones deja de ser una contribución importante a la presión total, y dominará la presión debida a los electrones degenerados. Para comprender este fenómeno volveremos a las ecuaciones 2.19 (ecuaciones de las velocidades de difusión), 2.22 y 2.23 (ecuaciones de flujo de masa y corriente nula en el centro de masa). Si despreciamos la difusión térmica, la ecuación 2.19 nos queda:

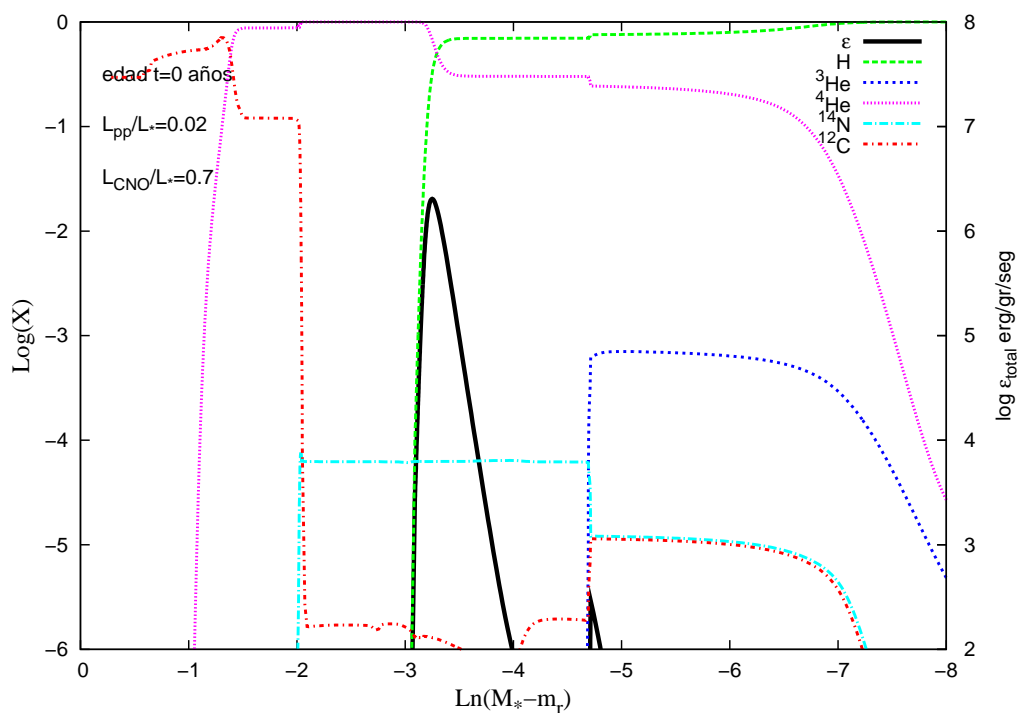
$$\frac{dp_i}{dr} - \frac{\rho_i}{\rho} \frac{dp}{dr} - n_i Z_i e E = \sum_{j \neq i}^N K_{ij} (w_j - w_i) \quad (3.1)$$

Si consideramos un gas de tres componentes: dos especies de núcleos 1 y 2 y los electrones, tendremos dos ecuaciones con cuatro incógnitas (w_1 , w_2 , w_e y E). Para resolver el sistema, agregamos las ecuaciones 2.22 y 2.23. Si además, consideramos al gas como un gas ideal en equilibrio hidrostático y aproximamos la masa del electrón como $m_e \approx 0$, obtenemos una ecuación para las velocidades de difusión en función de los gradientes de las presiones parciales:

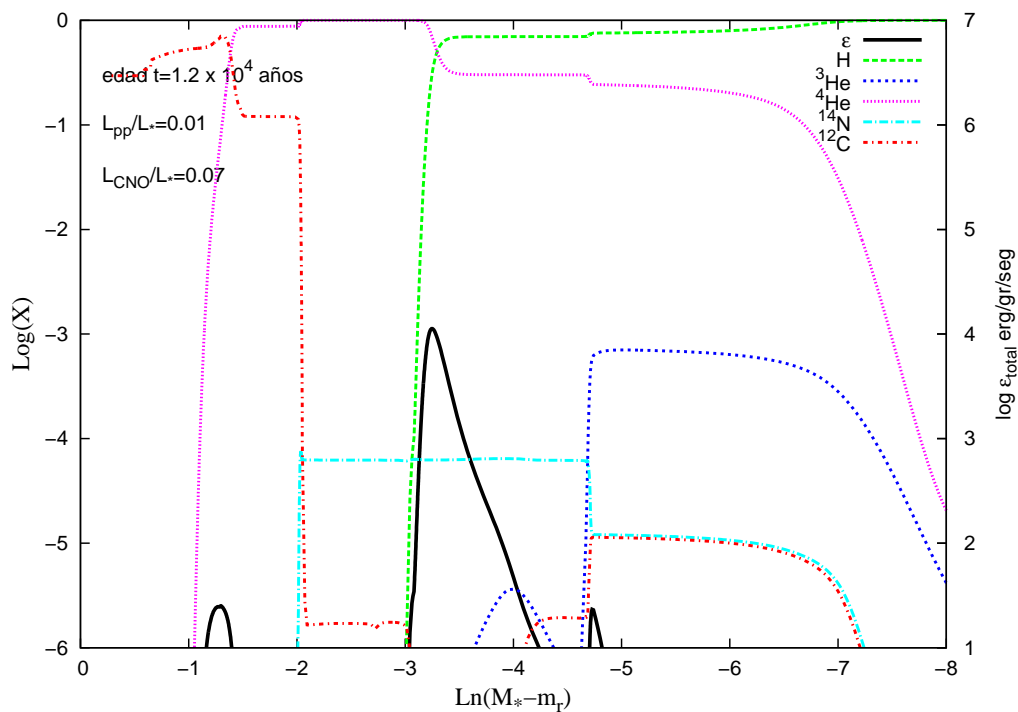
$$K_{12} \left[1 + \frac{A_1 n_1}{A_2 n_2} \right] w_1 = \frac{A_1 n_1}{A_1 n_1 + A_2 n_2} \frac{dp_2}{dr} - \frac{A_2 n_2}{A_1 n_1 + A_2 n_2} \frac{dp_1}{dr} + \frac{(A_1 Z_2 - A_2 Z_1) n_1 n_2}{(A_1 n_1 + A_2 n_2)(Z_1 n_1 + z_2 n_2)} \frac{dp_e}{dr}$$

Cuando los electrones están altamente degenerados, el tercer término domina esta ecuación. Dependiendo del signo de este término el núcleo 1 subirá hacia la superficie de la estrella o se hundirá hacia el centro de la estrella. Si tomamos a la especie 1 como H y a la 2 como ^3He o bien ^4He , vemos que $A_1 Z_2 - A_2 Z_1 < 0$, esto resulta en una contribución negativa

3. Resultados de las simulaciones

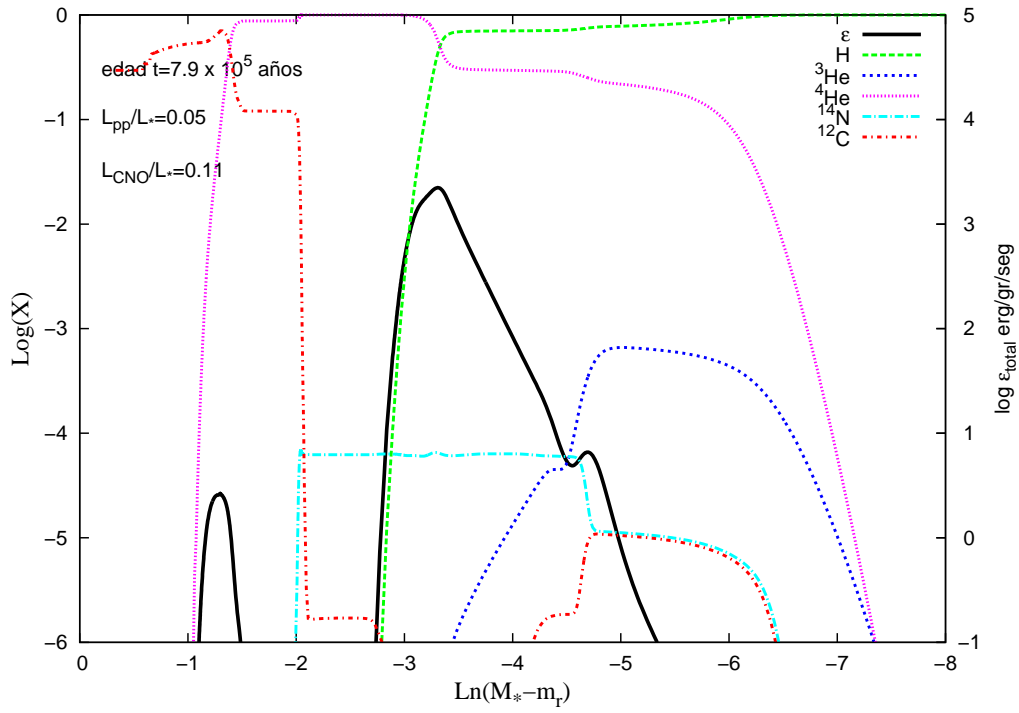


(a)

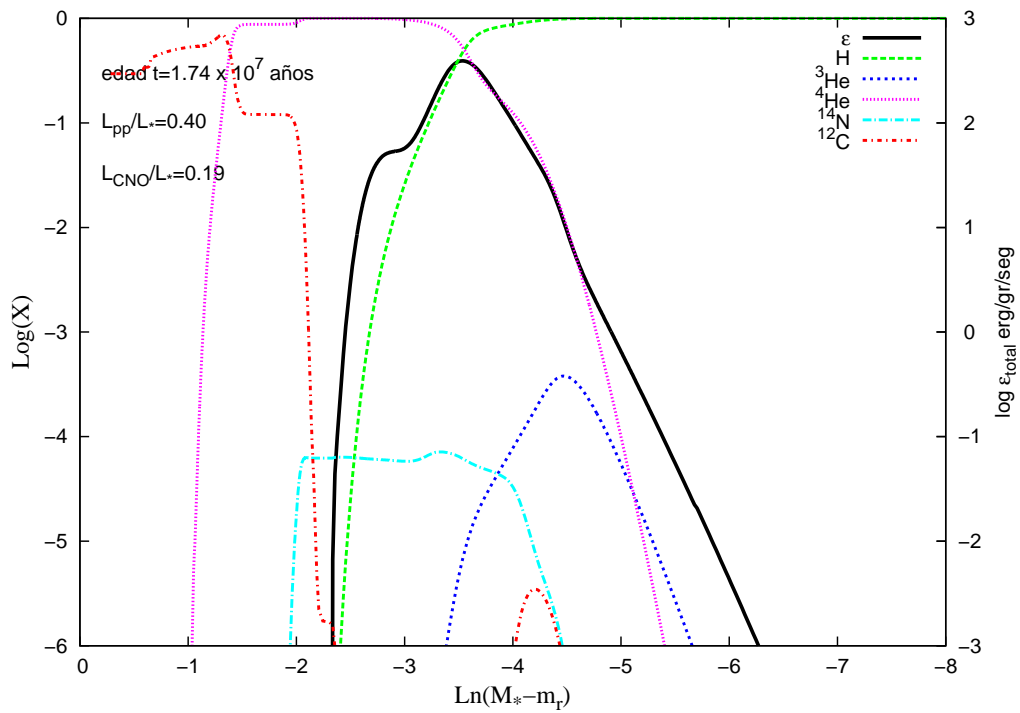


(b)

3.3. Abundancias de los elementos químicos en las capas internas de la enana blanca

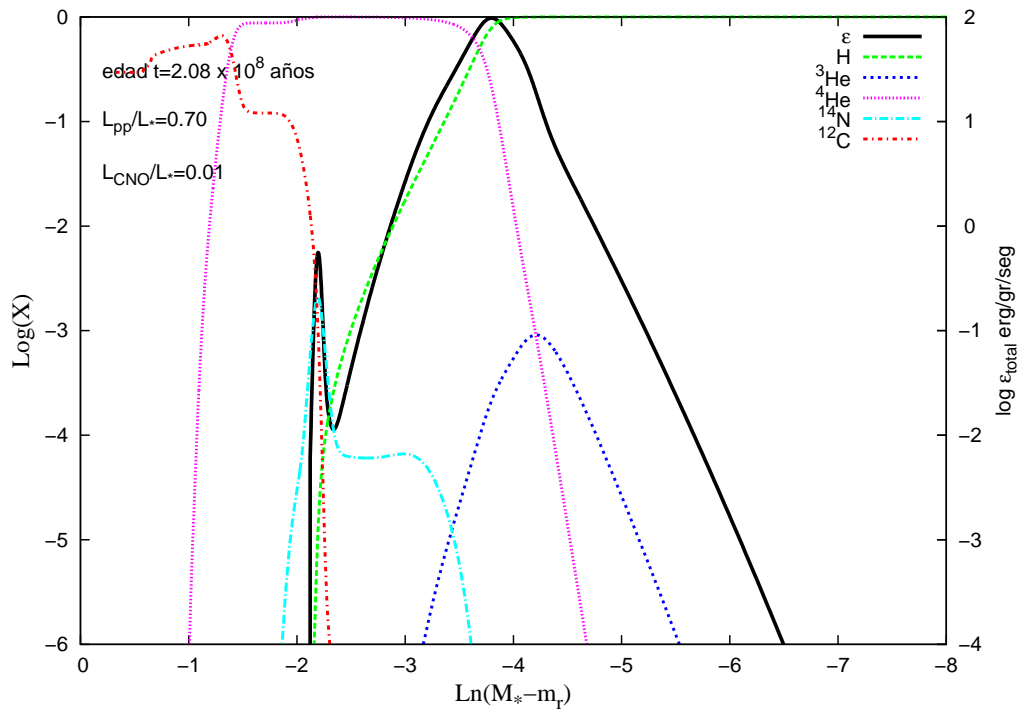


(c)

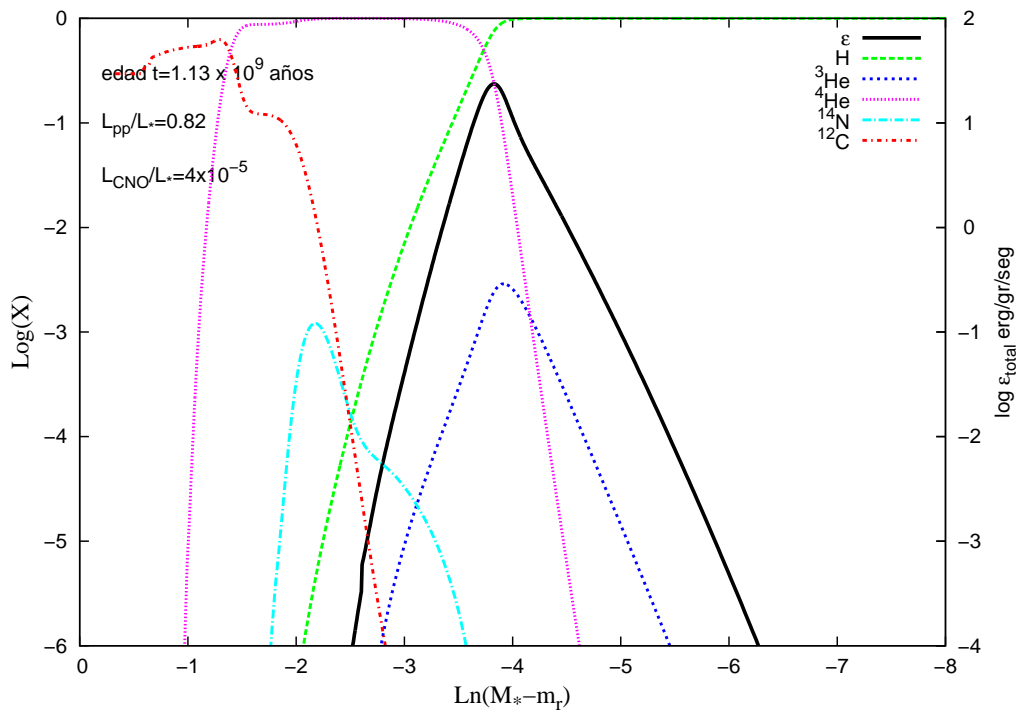


(d)

3. Resultados de las simulaciones

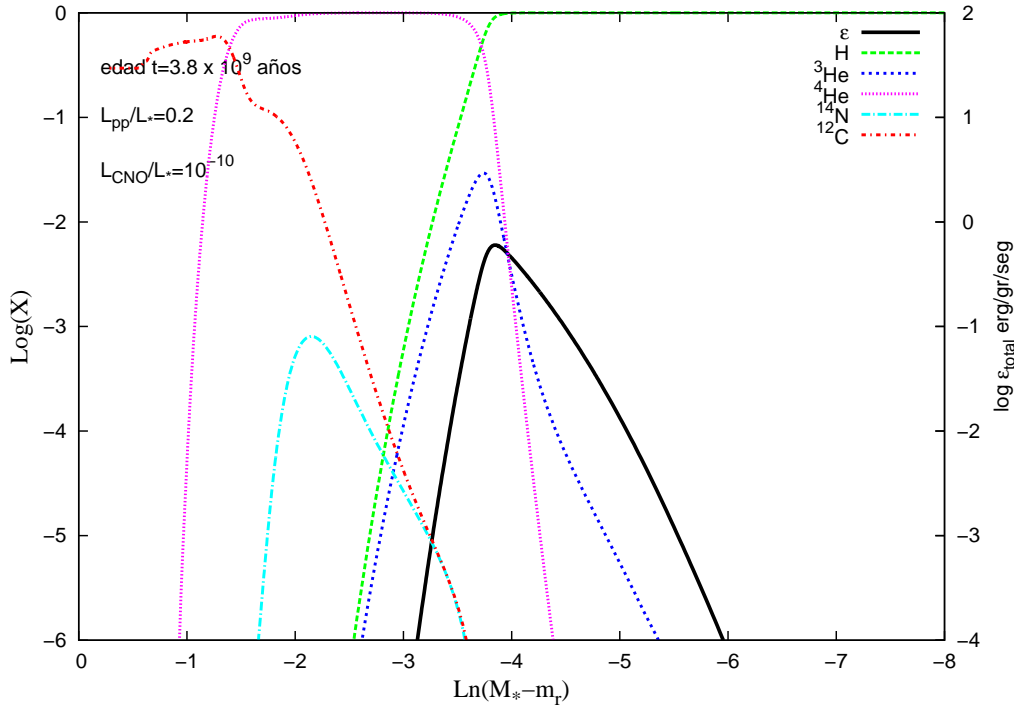


(e)

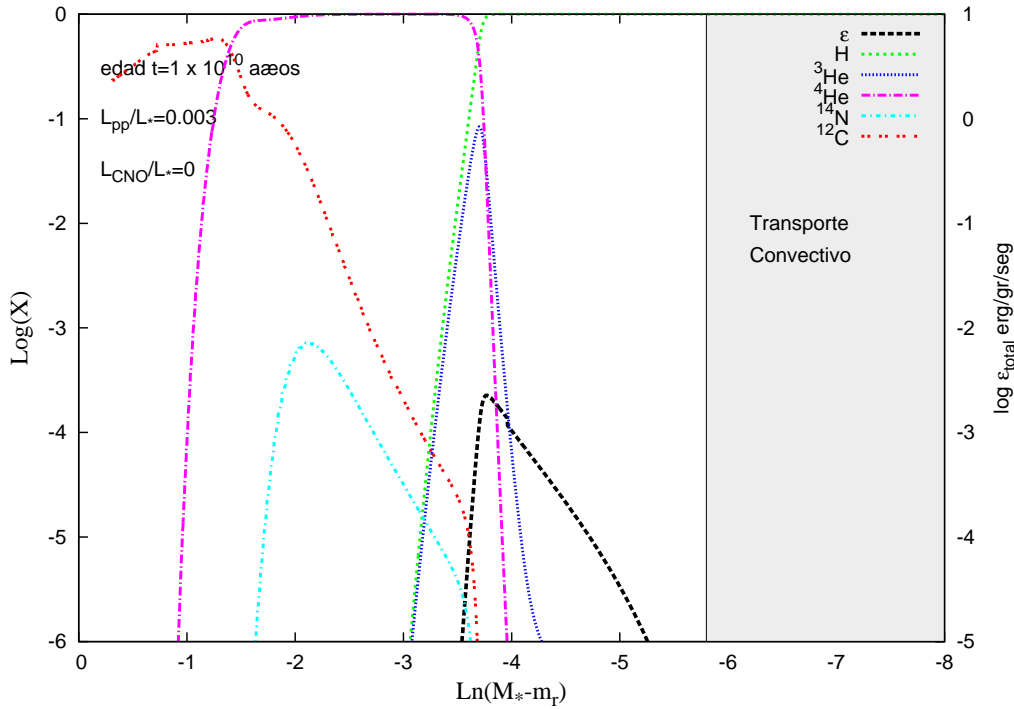


(f)

3.3. Abundancias de los elementos químicos en las capas internas de la enana blanca



(g)



(h)

Figura 3.10. Abundancias por masa de los isótopos H , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$ y ${}^{14}\text{N}$, y energía liberada por todas las reacciones nucleares; en función de la fracción de masa externa, para una enana blanca de $0.51976M_{\odot}$. Se muestran perfiles para ocho épocas distintas. Además, en (h) se indica la máxima extensión de la zona convectiva externa. Las fracciones que aportan a la luminosidad de la estrella las reacciones de la cadena protón-protón y del ciclo CNO se encuentran detalladas para cada época. Los cálculos incluyen difusión.

3. Resultados de las simulaciones

a w_H , y por ende el H deja de ir hacia regiones internas. Es por esto que la degeneración electrónica frena la difusión química del H hacia regiones internas. Pero en el caso en el que $A_1 Z_2 \approx A_2 Z_1$, el tercer término se vuelve despreciable y el equilibrio entre esas dos especies no dependerá del grado de degeneración de los electrones.

Resulta de suma importancia que el H no pueda seguir difundiéndose hacia regiones muy calientes ya que este hecho, en cierta medida, impide un posible flash termonuclear en las regiones internas de la enana blanca. Si el H pudiera seguir cayendo cada vez más cerca del centro, en algún momento podría llegar a regiones lo suficientemente calientes y degeneradas como para disparar una quema inestable de H. Si la enana blanca sufriera una quema en forma de flash a luminosidades bajas, entonces sus capas externas se expandirían y su luminosidad aumentaría, como ocurre en el caso de las enanas blancas de muy baja masa que experimentan flashes termonucleares a muy bajas luminosidades (Althaus et al. 2013).

Para visualizar mejor los efectos de la difusión, podemos comparar las figuras 3.10 y 3.11. En ambas se graficaron las fracciones de masa de distintos isótopos presentes en enanas blancas de $0.51976M_\odot$, pero en la figura 3.11 no se incluyeron procesos de difusión. Si comparamos las fracciones de masa de los elementos, veremos que en la figura 3.11 evolucionan muy poco comparadas con el caso en el que se incluyen procesos de difusión. Se ve que las abundancias superficiales se mantienen constantes, ya que no actúa la sedimentación ni la difusión térmica. En cambio, en el gráfico que incluye procesos de difusión, para $t = 2 \times 10^8$ años (figura 3.10(e)) podemos observar que la envoltura de la enana blanca evolucionó tanto debido a la difusión que ya es toda de H. Esta envoltura de H es menos densa y más fría que una envoltura que fuera una mezcla de H y He, como es en el caso sin difusión. Por ende, la omisión de procesos de difusión implica una envoltura más densa, y como la tasa de reacciones nucleares depende de la densidad, esta omisión afecta la estructura termomecánica de la enana blanca a luminosidades intermedias propiciando la quema nuclear, tal como se observa en la figura 3.4. Es importante notar que la difusión, no solamente afecta las abundancias químicas, sino que también influye sobre la estructura de la estrella, afectando parámetros tales como la densidad o el radio.

Pese a que en 3.11 las abundancias no variarán por difusión, aún pueden variar debido a las reacciones nucleares. Tal es el caso de las fracciones de masa de H y ^4He en la capa de $-5 < \ln(M_\star - M_r) < -3$. Conforme pasa el tiempo, en esa zona, el H va disminuyendo y el ^4He aumentando debido a la presencia de reacciones nucleares. La fracción de masa del ^3He también varía en el tiempo debido a la quema de H vía protón-protón. Además, entre las figuras 3.11(a) y 3.11(b), en la capa $-4.5 < \ln(M_\star - M_r) < -3.5$ podemos ver una sutil disminución en la abundancia del ^{12}C , que es procesado a ^{14}N durante el ciclo CNO.

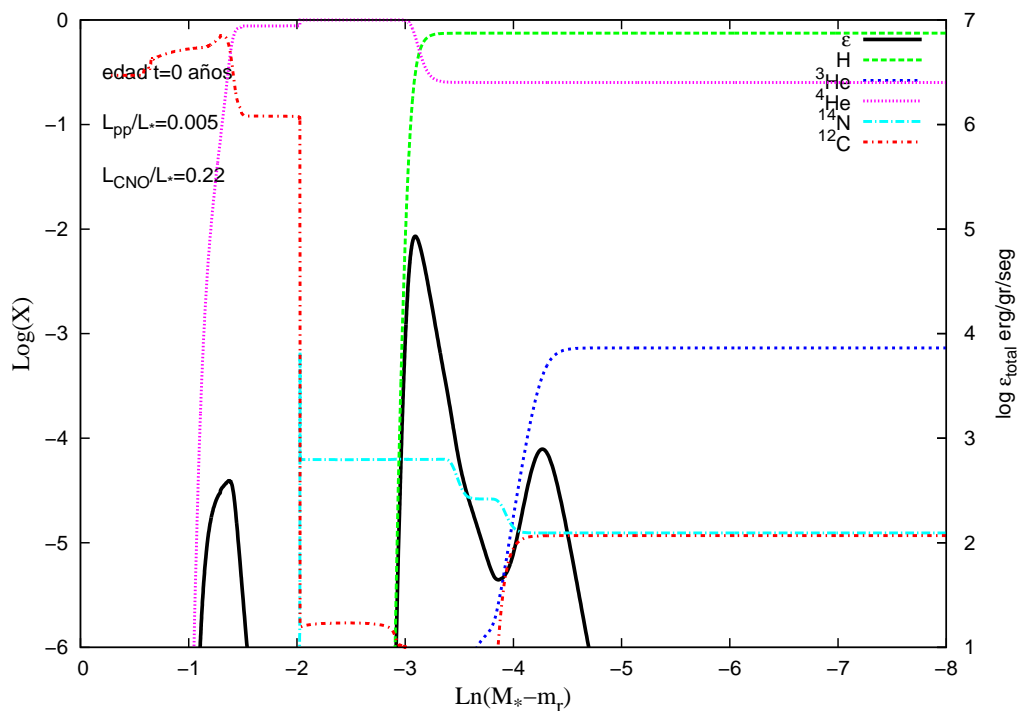
En las figuras 3.10(h) y 3.11(f) también se encuentra sombreada la zona convectiva externa. Estas figuras corresponden, respectivamente, al momento de máxima extensión de la zona convectiva. La zona interna tiene transporte radiativo. Tal como habíamos adelantado en la sección anterior, podemos ver que la zona convectiva nunca alcanza la discontinuidad H-He. Por ende no habrá una variación en las abundancias superficiales a baja luminosidad y la enana blanca no "evolucionará en su tipo espectral".

Si prestamos atención las fracciones L_{pp}/L_\star y L_{CNO}/L_\star , veremos que, al igual que sucedía en la figura 3.10, la contribución a la energética global de la estrella debida a la quema de H vía protón-protón será mayor que la debida al ciclo CNO. Este hecho puede ser visto en la figura 3.12, donde hemos detallado la contribución de la quema CNO y protón-protón a la luminosidad de la estrella con $M = 0.51976M_\odot$. Podemos ver que la quema CNO es importante a altas luminosidades, pero aún así no llega a ser una fuente dominante de energía, caso contrario a la quema protón-protón, que llega a contribuir hasta en un 90%. Es por esto que, el retardo en los tiempos de enfriamiento se debe mayoritariamente a la quema de H vía

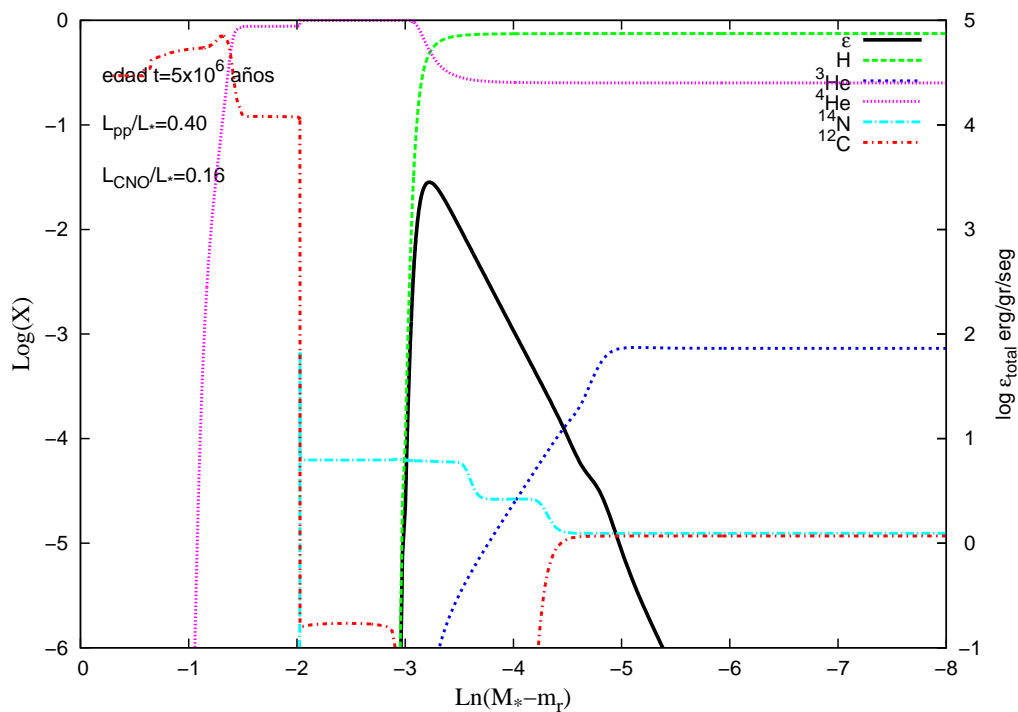
3.3. Abundancias de los elementos químicos en las capas internas de la enana blanca

protón-protón, independiente de si se incluyen o no procesos de difusión.

3. Resultados de las simulaciones

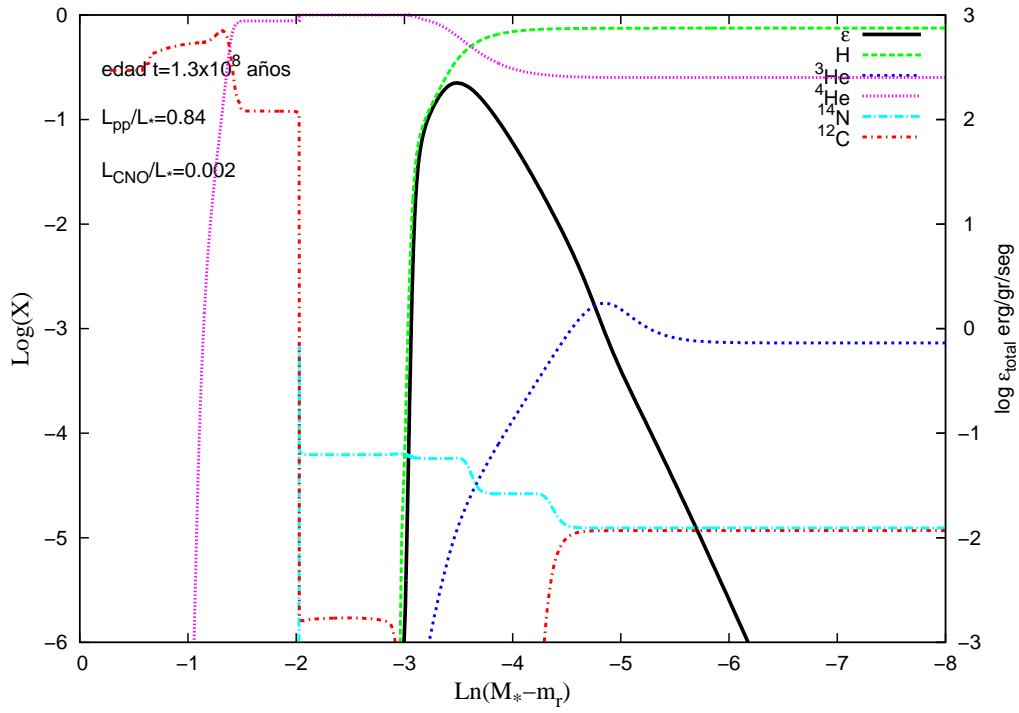


(a)

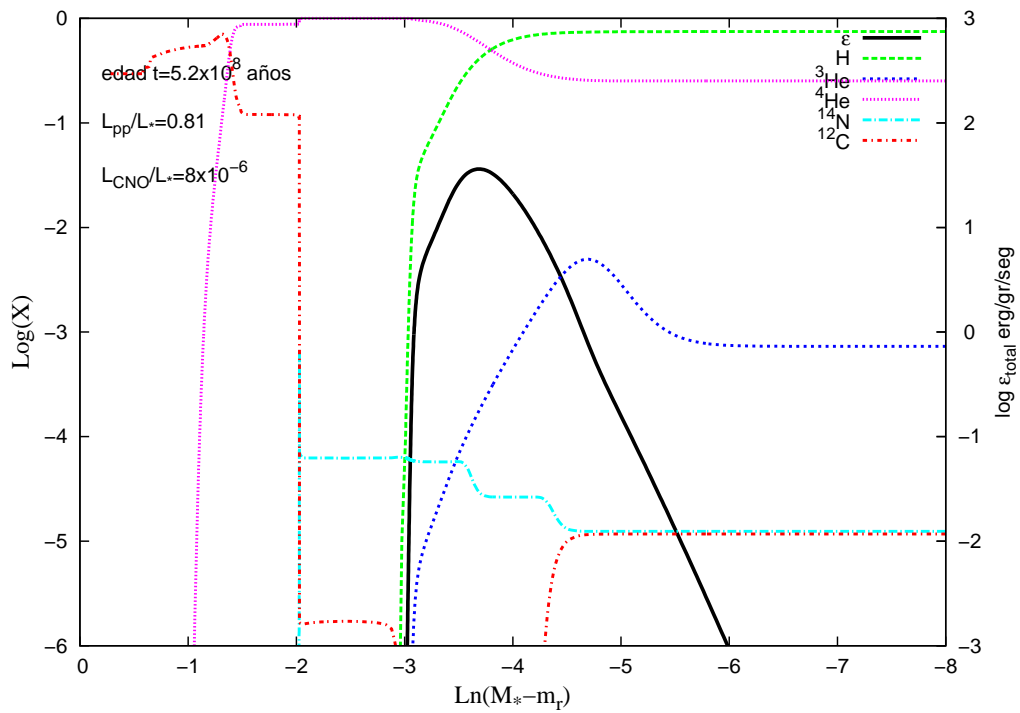


(b)

3.3. Abundancias de los elementos químicos en las capas internas de la enana blanca

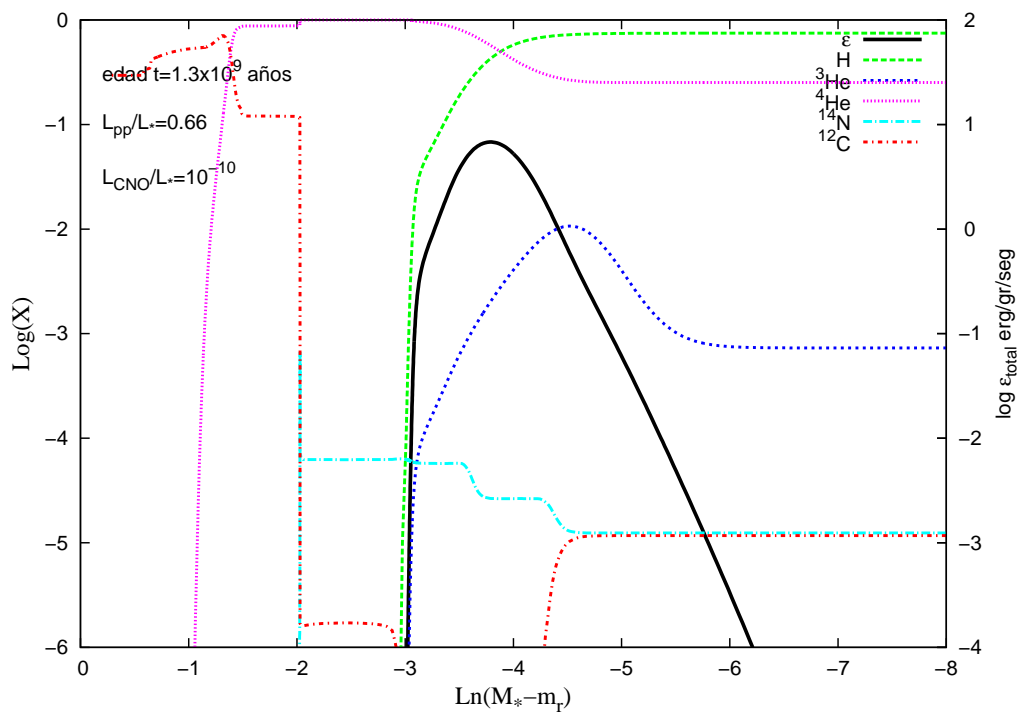


(c)

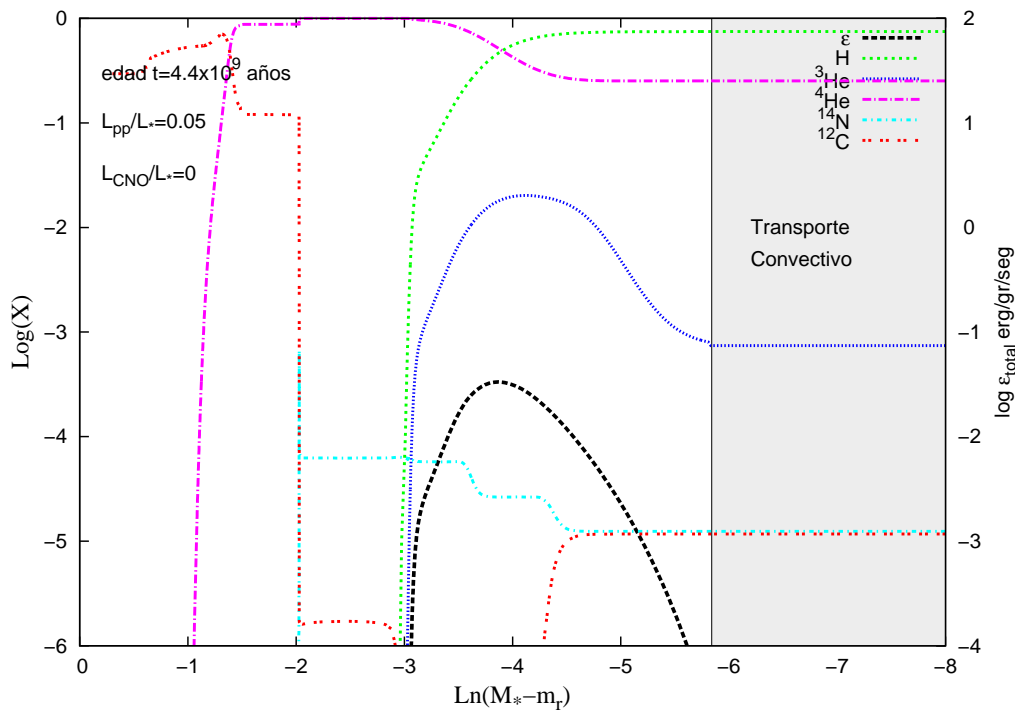


(d)

3. Resultados de las simulaciones



(e)



(f)

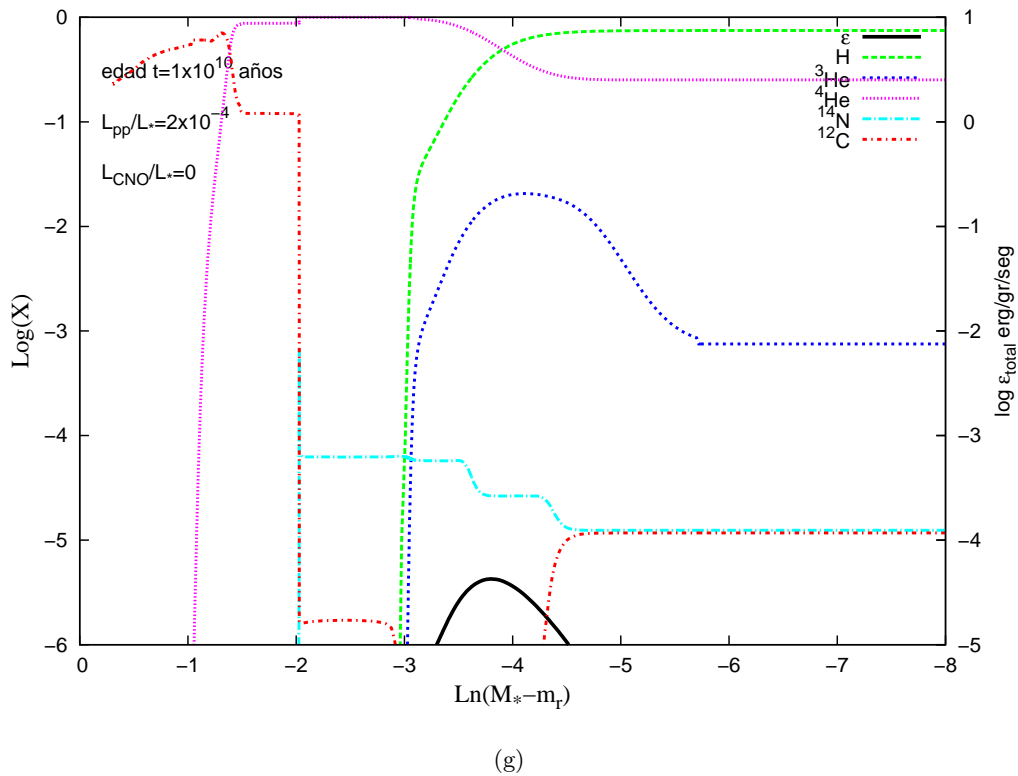


Figura 3.11. Abundancias por masa de los isótopos H, ^3He , ^4He y ^{12}C y ^{14}N y energía liberada por todas las reacciones nucleares; en función de la fracción de masa externa, para una enana blanca de $0.51976M_{\odot}$. Se muestran perfiles para siete épocas distintas. Además, en (f) se indica la máxima extensión de la zona convectiva externa. Las fracciones que aportan a la luminosidad de la estrellas las reacciones de la cadena protón-protón y del ciclo CNO se encuentran detalladas para cada época. Los cálculos no incluyeron difusión.

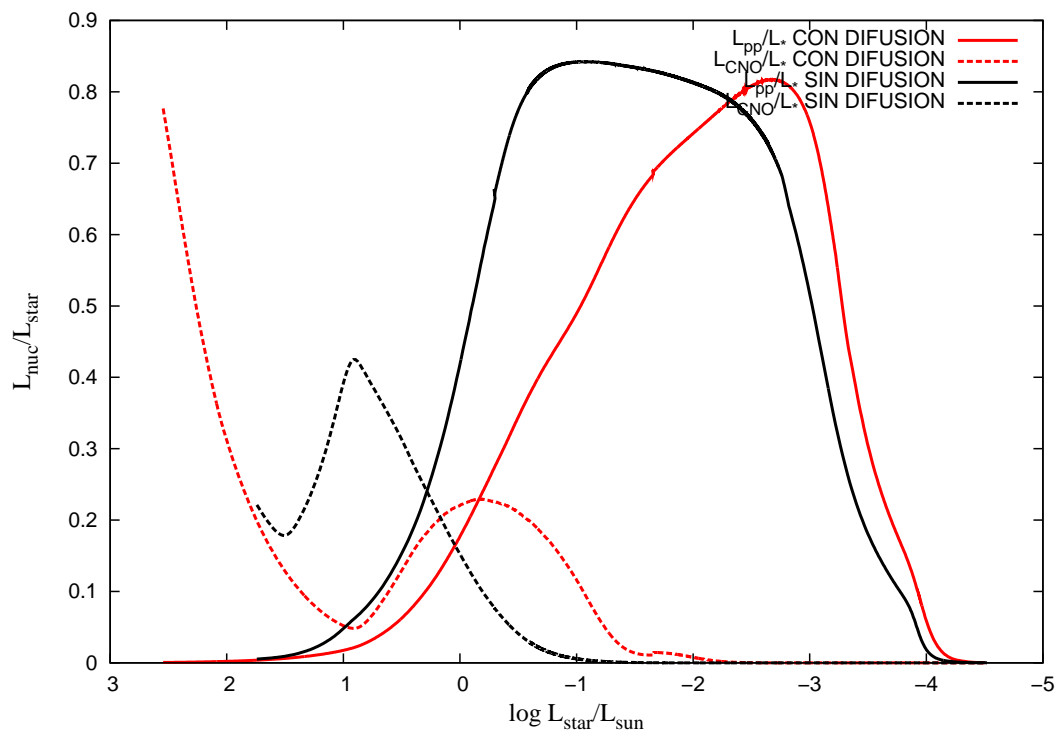


Figura 3.12. Se muestra la contribución de la luminosidad debida a la quema protón protón y la quema CNO en función de la luminosidad para una enana blanca de $0.51976M_{\odot}$

Capítulo 4

Conclusiones

Las enanas blancas constituyen el destino final de la gran mayoría de las estrellas, por ende son objetos muy numerosos que tienen una gran variedad de aplicaciones. Para empezar, estas estrellas contienen información valiosa sobre la historia y evolución estelar, así como también sobre la tasa de formación estelar de nuestra galaxia. Además, en los últimos años, la detección de la secuencia completa de enanas blancas en algunos cúmulos estelares ha hecho posible usar la secuencia de enfriamiento de las enanas blancas como indicadores de edad y de distancia de poblaciones estelares. Por otra parte, las enanas blancas son consideradas “laboratorios cósmicos” propicios para estudiar el comportamiento de la materia a densidades y presiones extremas. En ese sentido, han sido usadas para restringir propiedades de ciertas partículas elementales y hasta para testear teorías alternativas de la gravitación. Desde el punto de vista teórico, estas aplicaciones importantes requieren de una nueva generación de modelos evolutivos de enanas blancas tan precisos como sea posible, que contemplen todas las fuentes y sumideros de energía y un tratamiento completo de las etapas evolutivas previas que conducen a su formación.

En ese sentido, en gran parte de los cálculos evolutivos existentes en la literatura, las reacciones nucleares durante la etapa de enana blanca no son tenidas en cuenta. Esta omisión suele justificarse en el hecho de que, convencionalmente, la energía liberada por reacciones nucleares no aporta una contribución importante a la luminosidad de la estrella cuando se la compara con la energía liberada por el enfriamiento de los iones. Recientemente Miller Bertolami et al. (2013) mostraron que, contrariamente al conocimiento convencional, las reacciones nucleares sí pueden aportar una contribución importante a la luminosidad de enanas blancas provenientes de progenitores de baja metalicidad ($Z = 0.0001$).

En vista de estos resultados consideramos relevante estudiar en esta práctica la importancia de la quema nuclear residual sobre los tiempos de enfriamiento de las enanas blancas. A fin de estimar el efecto de la quema nuclear residual hay varios factores que deberán ser tenidos en cuenta. Para empezar, la masa de la estrella, la masa total de H y la estructura termomecánica de la enana blanca determinarán la importancia de las reacciones nucleares. Es por eso que, para estimar la importancia de la quema nuclear residual de H, es necesario que las secuencias de enanas blancas sean consistentes con los cálculos de las etapas evolutivas previas de sus progenitores. Además, la importancia de la quema nuclear residual es sumamente dependiente de la metalicidad del progenitor, siendo más importante cuanto menor sea la metalicidad del progenitor (Renedo et al. 2010). Por último, tal como se muestra en el trabajo de Iben y MacDonald (1985) los procesos de difusión dentro de la enana blanca juegan un rol preponderante en determinar la importancia de la quema nuclear.

Teniendo en vista estas consideraciones, hemos procedido a estudiar en detalle los resultados obtenidos por Miller Bertolami et al. (2013). En ese sentido, hemos trabajado en conocer

4. Conclusiones

el impacto de la quema nuclear residual en los tiempos de enfriamiento de una enana blanca, centrándonos en el estudio del efecto de los procesos de difusión sobre dicha quema nuclear.

En esta tesis se analizaron un total de trece secuencias de enfriamiento de enanas blancas, de las cuales cuatro fueron calculadas en el presente trabajo. Todas ellas fueron calculadas consistentemente con las etapas evolutivas previas de los progenitores. Para realizar estos cálculos hemos usado el código numérico LPCODE, el cual ha sido desarrollado íntegramente en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata. En particular, el código incluye procesos de difusión química, difusión térmica y sedimentación gravitatoria. A fin de estimar el efecto de la difusión sobre la quema nuclear residual, algunas de nuestras secuencias fueron calculadas omitiendo estos procesos de difusión. Además, a fin de maximizar los efectos de la quema nuclear, hemos tomado $Z = 0.0001$ como metalicidad inicial de los progenitores, característica de algunas poblaciones estelares como cúmulos globulares en el halo de nuestra galaxia.

Nuestros resultados refuerzan las conclusiones obtenidas por Miller Bertolami et al. (2013). La quema nuclear residual impacta fuertemente sobre los tiempos de enfriamiento de enanas blancas provenientes de progenitores de muy baja metalicidad. Hemos encontrado un notorio retraso en los tiempos de enfriamiento respecto a los cálculos donde no se tienen en cuenta las reacciones nucleares, siendo este retraso más importante para enanas blancas menos masivas. Para las enanas blancas más masivas ($M_{\text{wd}} > 0.6$) resulta válida la suposición convencionalmente aceptada de despreciar las reacciones nucleares, ya que no contribuyen de manera significativa a la luminosidad de la estrella. Pero para las enanas blancas menos masivas, la fracción de la luminosidad debida a las reacciones nucleares llega a superar a la energía gravotérmica liberada por el enfriamiento de los iones, por ende no puede ser despreciada para estrellas de baja masa y baja metalicidad.

Además, hemos comparado las secuencias de enfriamiento de enanas blancas que incluyen procesos de difusión con las que los omiten. Nuestros cálculos muestran que, aún en ausencia de procesos de difusión, el retraso en los tiempos de enfriamiento sigue siendo importante para enanas blancas poco masivas. A luminosidades más bien altas, los cálculos que omiten procesos de difusión muestran un retardo mayor que los cálculos que los incluyen. Pero a luminosidades más bajas, donde la estrella pasa la mayor parte de su tiempo de enfriamiento, se da el caso contrario.

Por otra parte hemos estudiado la evolución de la masa de H a lo largo de la secuencia de enfriamiento. Una parte no despreciable de la masa de H se quema durante la etapa de enana blanca. El monto total de H quemado resulta mayor en el caso en el que se omiten los procesos de difusión, así como también sucede con la energía total liberada por reacciones de la cadena protón-protón y del ciclo CNO.

También hemos analizado la posibilidad de que la enana blanca experimente una "evolución espectral" debido a las reacciones nucleares y los procesos de mezcla. Nuestros cálculos muestran que, a pesar de que para las enanas blancas menos masivas, una fracción importante del contenido de H es quemado durante la secuencia de enfriamiento, la convección superficial no alcanza la transición H-He. Es por esto que los procesos de mezcla no alcanzan a modificar la composición química superficial a bajas luminosidades.

Además, hemos estudiado en detalle la evolución química interna de las enanas blancas. Hemos mostrado la variación en las abundancias de los distintos isótopos incluyendo procesos de difusión y en ausencia de ellos. En el caso en el que se incluyen procesos de difusión, la envoltura de la enana blanca se vuelve de H puro a una edad $\approx 10^7 - 10^8$ años. Este hecho repercute sobre la estructura termo-mecánica de la estrella, implicando una envoltura menos densa comparada con la que resulta del caso en el que se omiten los procesos de difusión.

Por último, hemos investigado la importancia de la difusión en llevar el H hacia regiones

internas ricas en ^{12}C , posibilitando su destrucción mediante reacciones CN y NC anteriormente descritas. Nuestros cálculos arrojan como resultado que, si bien estas reacciones se dan, la mayor contribución a la luminosidad de la estrella será debida a las reacciones de la cadena protón-protón. La quema de H vía reacciones del ciclo CNO es importante a luminosidades más altas, cuando la mayor contribución a la luminosidad de la enana blanca está dada por la energía gravotérmica liberada por los iones.

Los resultados de nuestro estudio tienen grandes consecuencias sobre las técnicas que utilizan a las enanas blancas para determinar edades de poblaciones estelares. Las estrellas de muy baja metalicidad se encuentran en poblaciones estelares del halo galáctico o en cúmulos globulares muy viejos. En particular, si se pretende inferir las edades de dichas poblaciones estelares a través de la técnica de ajuste de la función de luminosidad, al construir la función de luminosidad teórica se deberán tener en cuenta los efectos de la quema nuclear residual.

4.1. Trabajo a futuro

En esta tesis hemos mostrado que la quema nuclear es muy importante en la evolución de enanas blancas provenientes de progenitores de muy baja metalicidad. Esto difiere de lo que sucede en el caso de enanas blancas provenientes de progenitores con metalicidad solar. Entonces, sería interesante explorar la posibilidad de que en estas estrellas se desarrollen inestabilidades pulsacionales en modos g (gravedad), mediante el mecanismo de excitación de modos de pulsación denominado "mecanismo Epsilon". Este mecanismo es siempre desestabilizante y es debido, en gran medida, a la sensibilidad de las tasas de las reacciones nucleares con la temperatura. En el contexto de las enanas blancas, existen varias regiones de inestabilidad pulsacional en el diagrama HR. Sin embargo, todas las familias de enanas blancas pulsantes conocidas exhiben pulsaciones con períodos entre 100 y 1200 segundos, excitadas por fenómenos asociados con la opacidad en las regiones superficiales ("mecanismo Kappa"), y no con la combustión nuclear. Planeamos entonces, como un trabajo futuro, realizar cálculos de estabilidad pulsacional sobre modelos de enanas blancas provenientes de progenitores con muy baja metalicidad, y así testear la posibilidad de que se exciten pulsaciones a través del mencionado mecanismo. Esto permitiría, eventualmente, predecir teóricamente nuevas familias de enanas blancas pulsantes.

A su vez, como trabajo a futuro esperamos poder explorar la importancia de la quema nuclear residual en enanas blancas provenientes de progenitores con metalicidades más altas. Se intentará ver si, aún en estrellas con $Z = 5 \times 10^{-4}$ ó con $Z = 10^{-3}$, las reacciones nucleares siguen impicando un retraso significativo en los tiempos de enfriamiento en la etapa de enana blanca. También pretendemos estudiar las posibles aplicaciones de estas secuencias enfriamiento, calculadas incluyendo la quema nuclear residual, al estudio de poblaciones estelares de baja metalicidad a partir de sus enanas blancas. En particular, una posible aplicación sería la construcción de una función de luminosidad teórica a partir de estos modelos, para así contrastar con las funciones de luminosidad observadas en poblaciones estelares de muy baja metalicidad.

Bibliografía

- Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Córscico, A. H., & Montgomery, M. H. 2003. New evolutionary models for massive ZZ Ceti stars. I. First results for their pulsational properties. *A&Ap*, **404**(June), 593–609.
- Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Panci, J. A., Córscico, A. H., García-Berro, E., & Scóccola, C. G. 2005. The formation and evolution of hydrogen-deficient post-AGB white dwarfs: The emerging chemical profile and the expectations for the PG 1159-DB-DQ evolutionary connection. *A&Ap*, **435**(May), 631–648.
- Althaus, L. G., García-Berro, E., Isern, J., Córscico, A. H., & Rohrmann, R. D. 2007. The age and colors of massive white dwarf stars. *A&Ap*, **465**(Apr.), 249–255.
- Althaus, L. G., Córscico, A. H., Isern, J., & García-Berro, E. 2010. Evolutionary and pulsational properties of white dwarf stars. *A&Ap Reviews*, **18**(Oct.), 471–566.
- Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., & Córscico, A. H. 2013. New evolutionary sequences for extremely low-mass white dwarfs. Homogeneous mass and age determinations and asteroseismic prospects. *A&Ap*, **557**(Sept.), A19.
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., Descouvemont, P., Baye, D., Leclercq-Willain, C., Coc, A., Barhoumi, S., Aguer, P., Rolfs, C., Kunz, R., Hammer, J. W., Mayer, A., Paradellis, T., Kossionides, S., Chronidou, C., Spyrou, K., degl’Innocenti, S., Fiorentini, G., Ricci, B., Zavatarelli, S., Providencia, C., Wolters, H., Soares, J., Grama, C., Rahighi, J., Shotton, A., & Laméhi Rachti, M. 1999. A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates. *Nuclear Physics A*, **656**(Aug.), 3–183.
- Arnett, W. D., & Truran, J. W. 1969. Carbon-Burning Nucleosynthesis at Constant Temperature. *ApJ*, **157**(July), 339.
- Burgers, J. M. 1969. *"Flow Equations for Composite Gases"*, Academic Press, New York.
- Cassisi, S., Potekhin, A. Y., Pietrinferni, A., Catelan, M., & Salaris, M. 2007. Updated Electron-Conduction Opacities: The Impact on Low-Mass Stellar Models. *ApJ*, **661**(June), 1094–1104.
- Caughlan, G. R., & Fowler, W. A. 1988. Thermonuclear Reaction Rates V. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **40**, 283.
- Córscico, A. H., & Althaus, L. G. 2005. Can pulsating PG 1159 stars place constraints on the occurrence of core overshooting? *A&Ap*, **439**(Sept.), L31–L34.
- Córscico, A. H., & Althaus, L. G. 2006. Asteroseismic inferences on GW Virginis variable stars in the frame of new PG 1159 evolutionary models. *A&Ap*, **454**(Aug.), 863–881.

- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Romero, A. D., Mukadam, A. S., García-Berro, E., Isern, J., Kepler, S. O., & Corti, M. A. 2012a. An independent limit on the axion mass from the variable white dwarf star R548. *J. Cosm. Astropart. Phys.*, **12**(Dec.), 10.
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., Romero, A. D., García-Berro, E., Isern, J., & Kepler, S. O. 2012b. The rate of cooling of the pulsating white dwarf star G117-B15A: a new asteroseismological inference of the axion mass. *MNRAS*, **424**(Aug.), 2792–2799.
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., García-Berro, E., & Romero, A. D. 2013. An independent constraint on the secular rate of variation of the gravitational constant from pulsating white dwarfs. *J. Cosm. Astropart. Phys.*, **6**(June), 32.
- Ferguson, J. W., Alexander, D. R., Allard, F., Barman, T., Bodnarik, J. G., Hauschildt, P. H., Heffner-Wong, A., & Tamanai, A. 2005. Low-Temperature Opacities. *ApJ*, **623**(Apr.), 585–596.
- García-Berro, E., Hernanz, M., Isern, J., & Mochkovitch, R. 1988a. Properties of high-density binary mixtures and the age of the universe from white dwarf stars. *Nat*, **333**(June), 642–644.
- García-Berro, E., Hernanz, M., Mochkovitch, R., & Isern, J. 1988b. The White Dwarf Luminosity Function and the Phase Diagram of the Carbon-Oxygen Dense Plasma. *Page 88 of: Nomoto, K. (ed), IAU Colloq. 108: Atmospheric Diagnostics of Stellar Evolution*. Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, vol. 305.
- García-Berro, E., Hernanz, M., Mochkovitch, R., & Isern, J. 1988c. Theoretical white-dwarf luminosity functions for two phase diagrams of the carbon-oxygen dense plasma. *A&Ap*, **193**(Mar.), 141–147.
- García-Berro, E., Hernanz, M., Isern, J., & Mochkovitch, R. 1995. The rate of change of the gravitational constant and the cooling of white dwarfs. *MNRAS*, **277**(Dec.), 801–810.
- García-Berro, E., Torres, S., Althaus, L. G., Renedo, I., Lorén-Aguilar, P., Córsico, A. H., Rohrmann, R. D., Salaris, M., & Isern, J. 2010. A white dwarf cooling age of 8Gyr for NGC 6791 from physical separation processes. *Nat*, **465**(May), 194–196.
- García-Berro, E., Lorén-Aguilar, P., Torres, S., Althaus, L. G., & Isern, J. 2011. An upper limit to the secular variation of the gravitational constant from white dwarf stars. *J. Cosm. Astropart. Phys.*, **5**(May), 21.
- Hansen, B. M. S., Brewer, J., Fahlman, G. G., Gibson, B. K., Ibata, R., Limongi, M., Rich, R. M., Richer, H. B., Shara, M. M., & Stetson, P. B. 2002. The White Dwarf Cooling Sequence of the Globular Cluster Messier 4. *ApJ Letters*, **574**(Aug.), L155–L158.
- Hansen, B. M. S., Anderson, J., Brewer, J., Dotter, A., Fahlman, G. G., Hurley, J., Kalirai, J., King, I., Reitzel, D., Richer, H. B., Rich, R. M., Shara, M. M., & Stetson, P. B. 2007. The White Dwarf Cooling Sequence of NGC 6397. *ApJ*, **671**(Dec.), 380–401.
- Hernanz, M., García-Berro, E., Isern, J., Mochkovitch, R., Segretain, L., & Chabrier, G. 1994. The influence of crystallization on the luminosity function of white dwarfs. *ApJ*, **434**(Oct.), 652–661.
- Horowitz, C. J., Schneider, A. S., & Berry, D. K. 2010. Crystallization of Carbon-Oxygen Mixtures in White Dwarf Stars. *Physical Review Letters*, **104**(23), 231101.

- Iben, Jr., I., & MacDonald, J. 1985. The effects of diffusion due to gravity and due to composition gradients on the rate of hydrogen burning in a cooling degenerate dwarf. I - The case of a thick helium buffer layer. *ApJ*, **296**(Sept.), 540–553.
- Iben, Jr., I., & MacDonald, J. 1986. The effects of diffusion due to gravity and due to composition gradients on the rate of hydrogen burning in a cooling degenerate dwarf. II - Dependence on initial metallicity and on buffer mass. *ApJ*, **301**(Feb.), 164–176.
- Iglesias, C. A., & Rogers, F. J. 1996. Updated Opal Opacities. *ApJ*, **464**(June), 943.
- Isern, J., Mochkovitch, R., García-Berro, E., & Hernanz, M. 1997. The Physics of Crystallizing White Dwarfs. *ApJ*, **485**(Aug.), 308.
- Isern, J., García-Berro, E., Hernanz, M., & Chabrier, G. 2000. The Energetics of Crystallizing White Dwarfs Revisited Again. *ApJ*, **528**(Jan.), 397–400.
- Isern, J., García-Berro, E., Torres, S., & Catalán, S. 2008. Axions and the Cooling of White Dwarf Stars. *ApJ Letters*, **682**(Aug.), L109–L112.
- Itoh, N., Hayashi, H., Nishikawa, A., & Kohyama, Y. 1996. Neutrino Energy Loss in Stellar Interiors. VII. Pair, Photo-, Plasma, Bremsstrahlung, and Recombination Neutrino Processes. *ApJ Supplement*, **102**(Feb.), 411.
- Kippenhahn, R., & Weigert, A. 1990. *"Stellar Structure and Evolution"*, Springer-Verlag, Berlin.
- Kippenhahn, R., Weigert, A., & Weiss, A. *"Stellar Structure and Evolution"*, 2012, Springer-Verlag, Berlin.
- Magni, G., & Mazzitelli, I. 1979. Thermodynamic properties and equations of state for hydrogen and helium in stellar conditions. *A&Ap*, **72**(Feb.), 134–147.
- Miller Bertolami, M. 2009. *Tesis Doctoral: Formación de estrellas deficientes en hidrógeno por medio de flashes tardíos del helio*. Ph.D. thesis, Universidad Nacional de La Plata.
- Miller Bertolami, M. M., Althaus, L. G., & García-Berro, E. 2013. Quiescent Nuclear Burning in Low-metallicity White Dwarfs. *ApJ Letters*, **775**(Sept.), L22.
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. 1986a. Diffusion coefficients for stellar plasmas. *ApJ Supplement*, **61**(May), 177–195.
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. 1986b. Diffusion in white dwarfs - New results and comparative study. *ApJ Supplement*, **61**(May), 197–217.
- Press, W. H., Flannery, B. P., & Teukolsky, S. A. 1986. *"Numerical recipes. The art of scientific computing"*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Renedo, I., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., Romero, A. D., Córscico, A. H., Rohrmann, R. D., & García-Berro, E. 2010. New Cooling Sequences for Old White Dwarfs. *ApJ*, **717**(July), 183–195.
- Richer, H. B., Fahlman, G. G., Ibata, R. A., Pryor, C., Bell, R. A., Bolte, M., Bond, H. E., Harris, W. E., Hesser, J. E., Holland, S., Ivanans, N., Mandushev, G., Stetson, P. B., & Wood, M. A. 1997. White Dwarfs in Globular Clusters: Hubble Space Telescope Observations of M4. *ApJ*, **484**(July), 741.

BIBLIOGRAFÍA

- Rohrman, R. D., Althaus, L. G., García-Berro, E., Córscico, A. H., & Miller Bertolami, M. M. 2012. Outer boundary conditions for evolving cool white dwarfs. *A&Ap*, **546**, A119.
- Romero, A. 2012. *Tesis Doctoral: Astrosismología de estrellas blancas variables ZZ Ceti*. Ph.D. thesis, Universidad Nacional de La Plata.
- Romero, A. D., Córscico, A. H., Althaus, L. G., Kepler, S. O., Castanheira, B. G., & Miller Bertolami, M. M. 2012. Toward ensemble asteroseismology of ZZ Ceti stars with fully evolutionary models. *MNRAS*, **420**(Feb.), 1462–1480.
- Salaris, M., Cassisi, S., Pietrinferni, A., Kowalski, P. M., & Isern, J. 2010. A Large Stellar Evolution Database for Population Synthesis Studies. VI. White Dwarf Cooling Sequences. *ApJ*, **716**(June), 1241–1251.
- Segretain, L., Chabrier, G., Hernanz, M., Garcia-Berro, E., Isern, J., & Mochkovitch, R. 1994. Cooling theory of crystallized white dwarfs. *ApJ*, **434**(Oct.), 641–651.
- Serenelli, A. 2002. *Tesis Doctoral: Evolución de enanas blancas de masas bajas en intermedias*. Ph.D. thesis, Universidad Nacional de La Plata.
- Sugimoto, D. 1970. On the Numerical Stability of Computations of Stellar Evolution. *ApJ*, **159**(Feb.), 619.
- Torres, S., García-Berro, E., Burkert, A., & Isern, J. 2002. High-proper-motion white dwarfs and halo dark matter. *MNRAS*, **336**(Nov.), 971–978.
- von Hippel, T., & Gilmore, G. 2000. The White Dwarf Cooling Age of the Open Cluster NGC 2420. *AJ*, **120**(Sept.), 1384–1395.
- von Hippel, T., Jefferys, W. H., Scott, J., Stein, N., Winget, D. E., De Gennaro, S., Dam, A., & Jeffery, E. 2006. Inverting Color-Magnitude Diagrams to Access Precise Star Cluster Parameters: A Bayesian Approach. *ApJ*, **645**(July), 1436–1447.
- Weiss, A., & Ferguson, J. W. 2009. New asymptotic giant branch models for a range of metallicities. *A&Ap*, **508**(Dec.), 1343–1358.
- Winget, D. E., & van Horn, H. M. 1987. The physics of cool white dwarfs. *Pages 363–374 of: Philip, A. G. D., Hayes, D. S., & Liebert, J. W. (eds), IAU Colloq. 95: Second Conference on Faint Blue Stars*.
- Winget, D. E., Sullivan, D. J., Metcalfe, T. S., Kawaler, S. D., & Montgomery, M. H. 2004. A Strong Test of Electroweak Theory Using Pulsating DB White Dwarf Stars as Plasmon Neutrino Detectors. *ApJ Letters*, **602**(Feb.), L109–L112.
- Winget, D. E., Kepler, S. O., Campos, F., Montgomery, M. H., Girardi, L., Bergeron, P., & Williams, K. 2009. The Physics of Crystallization From Globular Cluster White Dwarf Stars in NGC 6397. *ApJ Letters*, **693**(Mar.), L6–L10.