

# Pérdidas anómalas de energía en las estrellas enanas blancas

BRENDA E. MELENDEZ

La Plata, marzo de 2012



**Tesis de Licenciatura en Astronomía**

FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS

UNLP

DIRECTOR: DR. MARCELO M. MILLER BERTOLAMI

CO-DIRECTOR: DR. LEANDRO G. ALTHAUS

# Índice general

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Introducción</b>   | <b>3</b>  |
| 1.1. Importancia del estudio de las Enanas Blancas . . . . .           | 3         |
| 1.2. Axión: Generalidades . . . . .                                    | 4         |
| 1.2.1. Cotas astrofísicas para los axiones . . . . .                   | 5         |
| 1.3. Motivación . . . . .  | 6         |
| 1.4. Objetivo . . . . .  | 7         |
| <b>2. Evolución Estelar, aspectos físicos considerados</b>             | <b>11</b> |
| 2.1. Ecuaciones de Evolución Estelar . . . . .                         | 11        |
| 2.2. Detalles del Código de Evolución . . . . .                        | 12        |
| 2.3. Modelos Iniciales y enfriamiento de las EB . . . . .              | 13        |
| 2.4. Física Constitutiva . . . . .                                     | 14        |
| 2.5. Pérdidas de energía por Axiones DFSZ . . . . .                    | 15        |
| <b>3. Función de Luminosidad de EB</b>                                 | <b>17</b> |
| 3.1. Hacia la Función de Luminosidad de Enanas Blancas . . . . .       | 17        |
| 3.2. Construcción de la Función de Luminosidad Teórica de EB . . . . . | 18        |
| <b>4. Resultados Obtenidos</b>   | <b>21</b> |
| 4.1. Impacto de los axiones sobre el enfriamiento de las EB . . . . .  | 21        |
| 4.2. Regiones de dominio de axiones, fotones y neutrinos . . . . .     | 25        |
| 4.3. Comparación con los resultados de Isern . . . . .                 | 28        |
| 4.4. Función de Luminosidad de EB obtenida . . . . .                   | 31        |
| <b>5. Conclusiones y Trabajo a Futuro</b>                              | <b>33</b> |

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Importancia del estudio de las Enanas Blancas

Las enanas blancas (EB) son la etapa final evolutiva de la mayoría de las estrellas. En efecto, se espera que más del 97% de todas las estrellas terminen su vida pasivamente, expulsando sus capas externas y formando EB [1]. Por esta razón, la población actual de EB posee información valiosa acerca de la evolución individual de cada estrella, desde el nacimiento hasta la muerte, y acerca de la tasa de formación estelar a través de la historia de nuestra Galaxia. Estos remanentes estelares son los núcleos de estrellas de masa baja o intermedia y no tienen fuentes de energía nuclear apreciable. Por lo tanto, su evolución puede ser descrita principalmente como un proceso de enfriamiento, es decir, radiarán la energía térmica almacenada, volviéndose cada vez más oscuras.

La sencillez de la física de EB y el hecho de que el estado de su interior no puede ser alcanzado en laboratorios terrestres, las hace particularmente útiles como laboratorios para estudiar la física de partículas elementales. En particular las enanas blancas pueden ser utilizadas como laboratorios para el estudio de partículas fundamentales reales (como el neutrino) o hipotéticas (como el axiÓN)[2]. Además permiten estudiar problemas relacionados con la variación de las constantes fundamentales y con los procesos de separación física a altas densidades. La ocurrencia de los mencionados procesos de separación física en los núcleos de las enanas blancas han sido corroborados, ver [4]. Estos procesos constituyen una pieza importante de la física y deben ser considerados para estimar edades de poblaciones estelares a través de los tiempos de enfriamiento de las enanas blancas. Por consiguiente, estas estrellas son excelentes cronómetros y proveen herramientas para una amplia variedad de aplicaciones, ver [1].

Por otra parte, las enanas blancas son relevantes para la astrofísica a la hora de considerar la evolución química de nuestra Galaxia. Todas las estrellas con una masa inicial cercana a las 7 u 8  $M_{\odot}$  terminarán como enanas blancas con masas menores a  $\sim 1.4 M_{\odot}$ . Es decir, gran parte del material estelar será expulsado al medio interestelar durante la evolución estelar y afectará a la nucleosíntesis futura y a la formación estelar. Una de las formas de entender esta pérdida de material interestelar es a través de la relación de masa inicial-final.

## 1.2. Axión: Generalidades

El mecanismo de Peccei-Quinn (PQ) sigue siendo tal vez la explicación más convincente para la ausencia de efectos de violación de CP (carga-paridad) desde la estructura de vacío de QCD<sup>1</sup>. Una consecuencia inevitable de esto es la existencia del axi3n, el bos3n de Nambu-Goldstone de una nueva simetría  $U(1)_{PQ}$ . Los axiones adquieren una masa  $m_a \sim m_\pi f_\pi / f_a$  por su mezcla natural con mesones neutros, donde  $m_\pi = 135 \text{ MeV}$  y  $f_\pi = 92 \text{ MeV}$  son la masa del p3n y la constante de decaimiento,  $f_a$  es una escala de energ3a referida a la ruptura espont3nea de simetr3a de  $U(1)_{PQ}$ .

La simetr3a quiral unitaria (PQ) para el caso de los axiones deviene en el acoplamiento de Nambu-Goldstone con electrones y puede ser escrito en la forma pseudoescalar como

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_a \bar{\psi}_e \gamma_5 \psi_e a \quad (1.1)$$

donde  $a$  es el campo de Nambu-Goldstone (“axi3n”), y  $g_a$  es la constante de acoplamiento de Yukawa, que est3 referida a par3metros fundamentales del modelo como lo es la escala de ruptura de simetr3a. Argumentos muy sencillos involucran emisi3n de axiones desde las EB, donde las escalas de tiempo de enfriamiento observacionalmente establecidas limitan las posibles p3rdidas por axiones.

Los axiones se pueden acoplar a fotones, electrones y nucleones con una intensidad que depende de la implementaci3n del mecanismo de PQ. Las dos maneras m3s comunes son los modelos de KSVZ y DFSZ, ver [5], [12] y [6]. Para ambas, el acoplamiento es proporcional a la masa y es muy d3bil. En el primero, los axiones se pueden acoplar a hadrones y fotones, mientras que en el segundo se acoplan tambi3n a leptones cargados. El camino libre medio de un axi3n de  $m_a \sim 1 \text{ eV}$  es de  $10^{23} \text{ cm}$  bajo condiciones solares. Para las temperaturas y densidades del interior de las EB, s3lo los axiones DFSZ son importantes, 3stos son emitidos por procesos tales como: scattering Compton, aniquilaci3n de pares y Bremsstrahlung [8].

Como las enanas blancas son densas y fr3as, el proceso dominante de emisi3n de axiones es el Bremsstrahlung de electrones por iones y electrones. La emisividad espec3fica de axiones por este proceso, [7] y [13], esta dada por

$$\epsilon = 1.08 \times 10^{23} \alpha \frac{Z^2}{A} T_7^4 F \text{ ergs g}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad (1.2)$$

donde  $F$ , que depende de  $\Gamma$ , la constante de acoplamiento de Coulomb, es un factor que toma en cuenta los efectos Coulombianos en el plasma degenerado y  $\alpha$  es la constante de acoplamiento del axi3n, que se relaciona con la constante de acoplamiento de Yukawa del electr3n y del axi3n,  $g_{ae}$ , y la masa del axi3n a trav3s de

$$\alpha = \frac{g_{ae}^2}{4\pi} \quad (1.3)$$

---

<sup>1</sup>La cromodin3mica cu3ntica (QCD) es una teor3a cu3ntica de campos que describe la interacci3n fuerte.

$$g_{ae} = 8.5 \times 10^{-11} C_e \left( \frac{m_a}{1 \text{ eV}} \right) \quad (1.4)$$

donde  $C_e = \cos^2 \beta / N_t$ ,  $N_t = 3$  y  $\cos^2 \beta$  es un parámetro libre en la teoría de DFSZ, como mencionamos anteriormente. Esta expresión veremos más adelante que será incluida consistentemente en el código de evolución estelar.

Vale la pena notar que para la interpretación de los resultados numéricos puede considerarse que las enanas blancas son esencialmente isotérmicas, la luminosidad total de axiones puede ser expresada aproximadamente como

$$L_{ax} = 2.15 \times 10^{56} \alpha T_7^4 \int_0^{M_{wd}} \frac{Z^2}{A} F dm \quad (1.5)$$

### 1.2.1. Cotas astrofísicas para los axiones

Las cotas astrofísicas para la masa del axión se describen en [2]. El límite más restrictivo fue obtenido a partir del posible retraso del encendido en la quema de helio en gigantes rojas de baja masa, como consecuencia de la emisión excesiva de axiones. En términos de la constante de acoplamiento de Yukawa para el axión y el electrón esta cota se traduce a que  $g_{ae} \leq 2.5 \times 10^{-13}$ . Además se tiene que

$$m_a C_e \leq 0.003 \text{ eV} \quad \text{y} \quad f_a / C_e \geq 2 \times 10^9 \text{ GeV}$$

Teniendo en cuenta el argumento de transferencia y pérdida de energía propuesto en [2] para bosones pseudoescalares con una masa arbitraria, para el Sol se tiene que  $C_e = 1$  y se excluyen masas del axión por debajo de 50 keV. Por otro lado, en el modelo DFSZ  $N_f = 3$  y resultan las siguientes cotas

$$m_a \cos^2 \beta \leq 0.01 \text{ eV} \quad \text{y} \quad f_a / \cos^2 \beta \geq 0.7 \times 10^9 \text{ GeV}$$

La constante de acoplamiento de los axiones con los fotones está bien delimitada por el tiempo de vida de las estrellas de la rama horizontal. Este límite se traduce a

$$m_a \xi \leq 0.4 \text{ eV} \quad \text{y} \quad f_a / \xi \geq 1.5 \times 10^9 \text{ GeV}$$

donde  $\xi$  está relacionado con la constante de acoplamiento del axión y el fotón  $g_{a\gamma}$ . Además el rango de masas entre 4–14 eV está excluido debido a la búsqueda con telescopios en una línea específica que caracteriza el decaimiento radiativo para axiones cósmicos.

El límite más restrictivo para el acoplamiento de nucleones con axiones proviene de la duración de la señal de neutrinos en la SN 1987A. El rango formalmente excluido para la constante de acoplamiento de Yukawa de axiones y nucleones tiene incertezas porque no existen cálculos confiables de la tasa de emisión de axiones. En términos de la masa del axión y la constante de decaimiento del axión, el rango excluido es

$$0.002 \text{ eV} \leq C_N m_a \leq 2 \text{ eV}$$

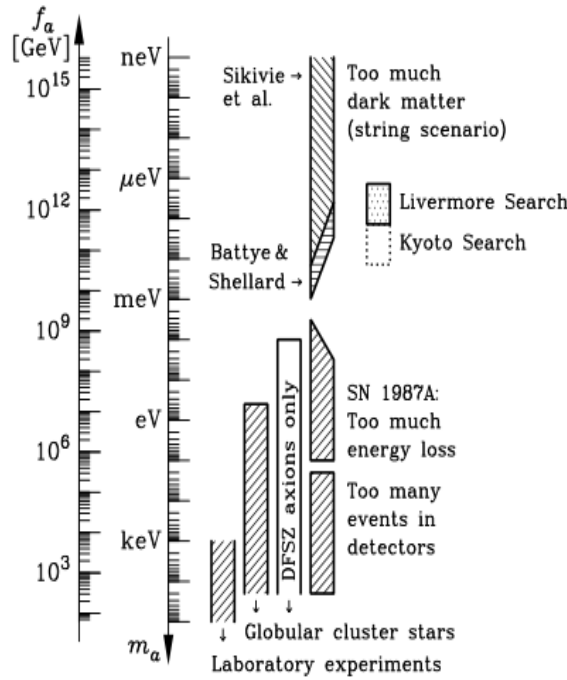
$$3 \times 10^6 \text{ GeV} \leq f_a/C_N \leq 3 \times 10^9 \text{ GeV}$$

Las cotas anteriores fueron derivadas utilizando el mismo acomplamiento para neutrones y protones. Si se asume una fracción de protones de 0.3 para las regiones relevantes del núcleo de la SN I resulta que  $C_N \approx 0.2$  y

$$0.01 \text{ eV} \leq m_a \leq 10 \text{ eV}$$

$$0.6 \times 10^6 \text{ GeV} \leq f_a \leq 0.6 \times 10^9 \text{ GeV}$$

son los parámetros formalmente excluidos para la SN 1987A. Todos los resultados expuestos para la masa del axi3n y la constante de decaimiento se resumen en la Fig.(1.1).



**Fig. 1.1.** Cotas astrofísicas y cosmológicas para los axiones obtenidas de [2]. Las barras indican las regiones excluidas para la masa del axi3n.

### 1.3. Motivación

Recientemente Isern et al. [8] encontraron que la forma de la función de luminosidad de enanas blancas, definida como el número de EB por unidad de volumen por intervalo de magnitud en la vecindad solar, sugiere la existencia de mecanismos extras de enfriamiento en EB. En particular estos autores mostraron que axiones de  $m_a \sim 5 \text{ meV}$ , pueden explicar la forma observada de la función de luminosidad de enanas blancas. Por otra parte, la función

de luminosidad de EB es una herramienta valiosa para estudiar el enfriamiento de estas estrellas. Asimismo, esta función no sólo brinda información relevante acerca de la edad, estructura, y evolución de nuestra Galaxia sino que además proporciona un tratamiento independiente para el análisis de plasmas densos. Isern et al. [8] han demostrado que la forma de la función de luminosidad correspondiente al rango de enanas blancas calientes es una herramienta poderosa para probar la existencia de partículas débilmente interactuantes, porque ésta región es solamente sensible a la tasa de enfriamiento promedio de enanas blancas y no depende de la tasa de formación estelar o de la función de masa inicial. La forma de la función de luminosidad de estas estrellas es afectada por pérdidas anómalas de energía y este cambio puede ser medido. En el caso de que tales pérdidas anómalas de energía se atribuyan exclusivamente a la emisión de axiones, la masa de éstos debería ser del orden de los  $\sim 5$  meV. Además, se ha establecido un límite superior para la masa del axión del orden  $\sim 10$  meV, que es compatible con otras determinaciones.

Por último, cabe destacar que, muchas enanas blancas presentan variaciones multiperiodicas de su luminosidad. Esto las convierte en herramientas independientes para el estudio de diversos procesos físicos. En particular, se las puede utilizar para obtener evidencia adicional acerca de la existencia de los axiones. La evolución de las EB es un proceso lento de enfriamiento que provoca un incremento secular en los períodos de pulsación de algunas EB, por ejemplo en los tipos DAV y DBV [9]. Como los axiones pueden escapar libremente de estas estrellas, éstos aumentan la tasa de enfriamiento y, consecuentemente, la tasa de cambio de los períodos comparados con los valores estándar de los mismos. Los valores presentes de la tasa de cambio de los períodos pulsacionales de G117-B15A, una estrella ZZ Ceti<sup>2</sup>, parecen ser compatibles con la existencia de axiones con las masas sugeridas por la función de luminosidad de EB. En consecuencia, las observaciones astrosismológicas de enanas blancas dan un apoyo adicional e independiente a la posible existencia de un enfriamiento anómalo en estas estrellas.

## 1.4. Objetivo

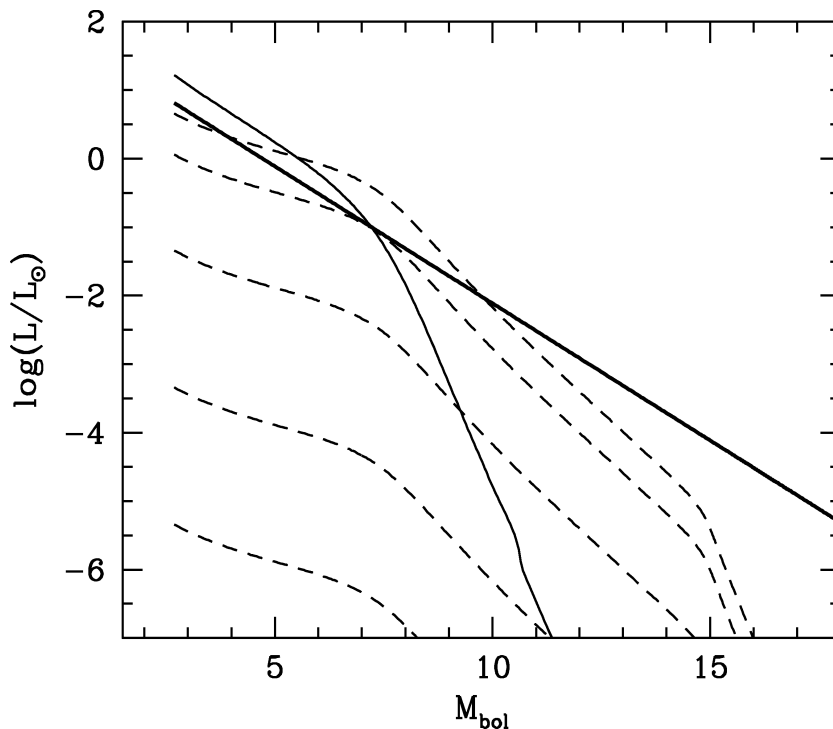
En este trabajo nos proponemos calcular las consecuencias de la existencia del axión a la luz de nuevos modelos construidos por el *Grupo de Evolución Estelar de La Plata*, para estrellas ricas en hidrógeno [10] y [11]. Para ello a partir de 4 modelos iniciales correspondientes a estrellas con masas iniciales de  $1M_{\odot}$ ,  $2M_{\odot}$ ,  $3M_{\odot}$  y  $5M_{\odot}$ , se realizarán simulaciones numéricas del enfriamiento de EB con masas de los axiones de 0 meV, 5 meV, 10 meV, 15 meV, 20 meV, y 30 meV. Es decir un total de 24 simulaciones, que permitirán mejorar las estimaciones realizadas por Isern y colaboradores [8], mediante la incorporación de modelos realistas y autoconsistentes para el enfriamiento de enanas blancas. Para el desarrollo de este procedimiento se va a hacer uso de herramientas numéricas y computacionales, como lo es

---

<sup>2</sup>Las estrellas variables ZZ Ceti son una clase de estrellas variables denominadas así por el prototipo de la clase, la estrella ZZ Ceti, de la constelación de Cetus.

el **LPCODE** desarrollado íntegramente en esta Facultad y diseñado para calcular la formación y evolución de modelos de EB. Las rutinas para el cálculo de la emisión de axiones en diferentes regímenes y distintos procesos, han sido recientemente incorporadas y/o revisadas en el trabajo de Miller Bertolami (2009)[26].

En el trabajo realizado por Isern y colaboradores [8], se calculan las pérdidas de energía de una enana blanca típica de  $0.61M_{\odot}$  como función de la magnitud bolométrica, ver Fig. (1.2). En particular, se incluyen las pérdidas de energías por emisión de axiones del tipo DFSZ, ver [6] y [12], debido a los procesos de bremsstrahlung. La tasa de emisión de axiones ( $\text{erg g}^{-1} \text{s}^{-1}$ ) considerada es la de Nakagawa et al. [13]. Las líneas discontinuas representan la luminosidad de axiones ( $L_a$ ) para diferentes valores de  $m_a \cos^2 \beta$ , donde  $\cos^2 \beta$  es un parámetro libre de la teoría del orden de la unidad. Por otro lado, la línea gruesa representa la luminosidad de fotones ( $L_{\gamma}$ ) calculada por Salaris et al. [14] y la línea fina la emisión de neutrinos ( $L_{\nu}$ ).

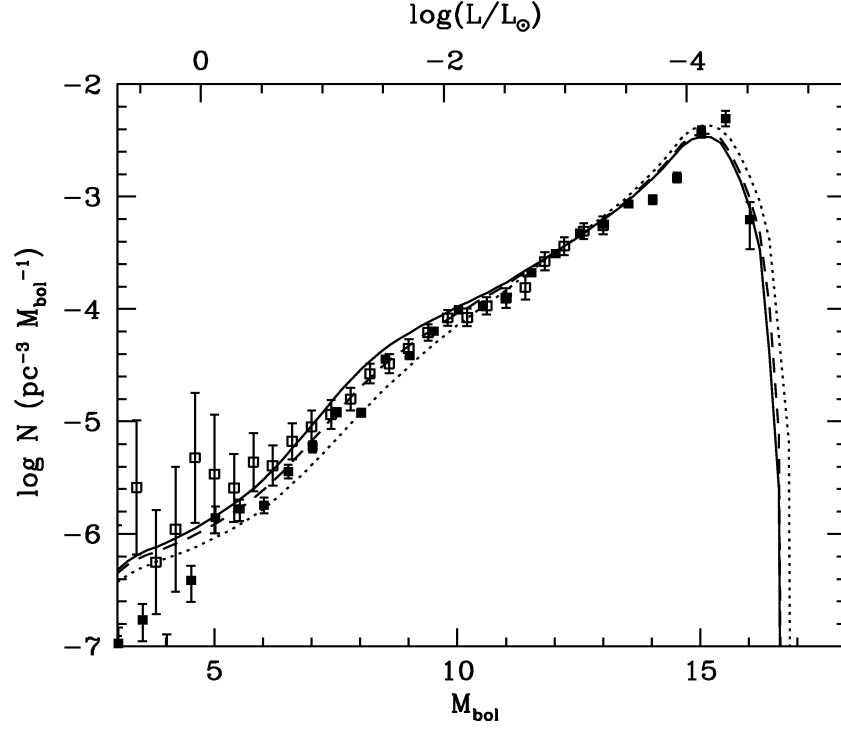


**Fig. 1.2.** Pérdidas de energías para una EB de  $0.61M_{\odot}$  como función de la magnitud bolométrica, descrita por [8]. Desde arriba hacia abajo curvas discontinuas correspondientes a  $m_a \cos^2 \beta = 10, 5, 1, 0.1$  y  $0.01$  meV. La línea continua gruesa representa la luminosidad de fotones y la línea continua fina la emisión de neutrinos.

En el estudio de Isern et al. [8], las pérdidas de energía fueron incluidas mediante un enfoque semianalítico, en el cual no se consideran las alteraciones producidas sobre la luminosidad de fotones y de neutrinos al agregar una pérdida de energía adicional. Ese enfoque tiene sentido cuando  $L_a$  puede entenderse como una perturbación sobre las pérdidas de energía normales de la enana blanca, esto es cuando  $L_a \ll L_{\gamma} + L_{\nu}$ , pero no debiera ser válido



cuando  $L_a \sim L_\gamma + L_\nu$ , situación en la que es de esperarse que la pérdida de energía por emisión de axiones afecte a la emisión de fotones y neutrinos de la estrella. En el presente trabajo, deseamos calcular como varía efectivamente  $L_\gamma$  y  $L_\nu$  al agregar una pérdida anómala de energía por axiones. Como se puede notar en la Fig. (1.2), para  $M_{bol} \sim 7$ , las tres luminosidades son comparables para una masa del axión de  $m_a = 5 \text{ meV}$ , ésto muestra que ya no sería del todo consistente mantener la luminosidad de fotones y la de neutrinos con valores fijos.



**Fig. 1.3.** Función de luminosidad para diferentes valores de la masa del axión por [8]. Las funciones se computaron con los valores de  $m_a \cos^2 \beta = 0$  (línea sólida), 5 (línea discontinua) y 10 (línea punteada) meV.

Por otra parte, con la finalidad de estudiar el impacto de la incorporación autoconsistente de las pérdidas de energías por axiones en la función de luminosidad (FL) de EB, nos proponemos recalculer la mencionada función mediante la utilización de los modelos calculados en esta tesis y el código numérico programado recientemente por el *Grupo de Evolución Estelar de La Plata*. Además vamos a incluir las incertezas observacionales de [15] y [16], así podremos obtener una cota de la masa del axión, a partir de la FL, que resulte de la comparación con las observaciones. Se desea, también, examinar los resultados obtenidos para la función de luminosidad de EB contrastándolos con los obtenidos por Isern et al. [8]. En el desarrollo realizado por Isern y colaboradores [8], se utiliza la función de luminosidad para probar las propiedades evolutivas de las EB y se grafican varias curvas de este tipo, tanto observacionales como teóricas. Las determinaciones observacionales provienen de datos

recientes del Sloan Digital Sky Survey (SDSS). La primera de dichas curvas observacionales [15] fue construida de una muestra de 6000 enanas blancas DA (presentan hidrógeno en su espectro) y no DA con fotometría y movimientos propios precisos. Mientras que la segunda [16] fue obtenida de una muestra de 3528 enanas blancas DA espectroscópicamente identificadas.

Isern y colaboradores [8], muestran varias funciones de luminosidad obtenidas para diferentes masas del axi3n, adoptando una tasa de formación estelar constante y una edad del disco Galáctico de 11 Gyr como se puede ver en la Fig. (1.3). Por otra parte, para poder realizar una comparación entre la determinación teórica y observable de la función de luminosidad, es necesario normalizar el número de estrellas EB por unidad de volumen. En el análisis de Isern y colaboradores [8], todas estas funciones están normalizadas al bin de luminosidad  $\log(L/L_\odot) = -3$ , o equivalentemente  $M_{\text{bol}} = 12.2$ . El mejor ajuste que obtienen a partir de la función de luminosidad de EB, es para  $m_a \cos^2 \beta \approx 5 \text{ meV}$ , y excluyen las soluciones con  $m_a \cos^2 \beta > 10 \text{ meV}$ . Por esto, queremos analizar si nuestros resultados coinciden con esta cota y sí, además, efectivamente es posible encontrar un valor particular de la masa del axi3n.

# Capítulo 2

## Evolución Estelar, aspectos físicos considerados

### 2.1. Ecuaciones de Evolución Estelar

En este capítulo se presentan las ecuaciones de estructura y evolución estelar. Estas ecuaciones son resueltas con el código de evolución estelar mencionado en el capítulo anterior. Todos los cálculos están basados en la hipótesis de simetría esférica, que es una muy buena aproximación al problema. Esta imposición introduce una simplificación de las ecuaciones matemáticas que dan lugar a este problema. Las ecuaciones escritas en formulación lagrangiana (con  $m$  y  $t$  como variables independientes) son

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu - c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = F(X_j, T, P, r, l, \text{ en todos los puntos de la estrella}), \quad (2.5)$$

donde  $r(m, t)$  es la distancia radial al centro de la estrella, la luminosidad  $l(m, t)$ , la temperatura  $T(m, t)$ , la presión  $P(m, t)$  y las cantidades derivadas de las mismas: la densidad de masa  $\rho$ ,  $\epsilon_{nuc}$  (liberación de energía nuclear por unidad de masa y de tiempo),  $\epsilon_\nu$  (pérdidas de energía por emisión de neutrinos por unidad de masa y de tiempo),  $c_P$  (calor específico

a presión constante por unidad de masa),  $\delta = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}\right)_P$  y  $\nabla = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)$  (gradiente adimensional de temperatura). Los parámetros  $G$  y  $c$  corresponden a las constantes de gravitación universal y a la velocidad de la luz en el vacío, respectivamente.

De las cinco ecuaciones iniciales, la primera concierne a la definición de la coordenada lagrangiana, la segunda a la ecuación de Euler con simetría esférica (que toma como variables independientes al tiempo y la masa) y la tercera a la conservación de la energía; ésta última se altera en esta práctica mediante el agregado de la pérdida por axiones  $\epsilon_a$  de la siguiente manera

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu - \epsilon_a - c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.6)$$

La cuarta está vinculada con el transporte de energía, a través de  $\nabla$ . Cuando el transporte es por radiación y se cumple la aproximación de difusión,  $\nabla$  debe ser sustituido por el gradiente radiativo

$$\nabla_{rad} = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa l P}{m T^4} \quad (2.7)$$

donde  $\kappa$  es la opacidad radiativa y/o conductiva.

## 2.2. Detalles del Código de Evolución

El código de evolución estelar utilizado en esta tesis para el cálculo de las simulaciones numéricas es el **LPCODE**; el cual ha sido desarrollo íntegramente en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas. Este código ha sido empleado para calcular modelos detallados de enanas blancas y pre-enanas blancas PG1159 [17], a fin de utilizarlos para el estudio de las propiedades pulsacionales de estas estrellas. Además el código evolutivo **LPCODE** se usó para analizar distintos aspectos de la evolución de estrellas de baja masa, tales como la formación y evolución de estrellas deficientes en hidrógeno, PG1159, ver [18] y [19]. También ha sido utilizado para estudiar la formación de enanas blancas DQ calientes [20], la evolución de enanas blancas con núcleos de He con progenitores de alta metalicidad [21] y la evolución de enanas blancas deficientes en hidrógeno [22]. Asimismo, el código se usó para estudiar la relación masa inicial-final de las enanas blancas [23], más recientemente, para evaluar el origen de las He-sdO [24], entre otras aplicaciones.

Este código está basado, en líneas generales, en el método de Henyey tal como fue descrito en [25]. Éste integra las ecuaciones del interior estelar, en un esquema de tipo Henyey totalmente implícito, para garantizar una estabilidad numérica. Por otra parte, las variables utilizadas por el **LPCODE** no son las mismas que las que aparecen en las ecuaciones de estructura, sino otras que brindan mayor estabilidad. Los cambios de variables utilizados son:

$$\xi = \ln(1 - m_r/M_*) \quad (2.8)$$

$$\theta = \ln(T/T_o) \quad T_o \equiv 10^6 K \quad (2.9)$$

$$p = \ln(P/P_o) \quad P_o \equiv 10^{15} \text{ din cm}^{-2} \quad (2.10)$$

$$x = \ln(r/r_o) \quad r_o \equiv 10^{10} \text{ cm} \quad (2.11)$$

$$\lambda = l/\Delta L_o \quad L_o \equiv 10^{33} \text{ erg s}^{-1} \quad (2.12)$$

de manera que la variable independiente utilizada en el código ya no es  $m$  sino  $\xi$  y las variables dependientes son los logaritmos de las cantidades físicas involucradas. A diferencia de la luminosidad, en la cual el tamaño de  $\lambda$  es regulado por la cantidad  $\Delta$ , la cual se reajusta automáticamente para que  $\lambda$  permanezca por debajo del valor 10. Esta particularidad de la luminosidad, reside en que esta puede tomar valores negativos porque el gradiente de temperatura puede ser negativo, y de esta manera, puede aparecer un flujo neto de energía hacia el interior estelar. Esto suele darse tanto debido al enfriamiento por neutrinos como cuando suceden combustiones violentas en algunas capas de las estrellas.

Las ecs.(2.1)–(2.4), se resuelven a través del método de diferencias finitas, descrito en el apéndice A 1.1 de [26].

Por otro lado, en el código de evolución estelar está incluido el tratamiento de los cambios químicos. Los cambios en la composición química en una región de la estrella se deben, principalmente, a dos motivos: las reacciones nucleares y los fenómenos de mezcla. Para cada uno de estos procesos existe un tratamiento numérico diferente, ver el apéndice A 1.2 de [26]. Además, vale la pena mencionar que en el **LPCODE** los cambios químicos no son tratados de una manera totalmente consistente con los cambios en la estructura estelar. Es decir, las ecuaciones de cambio químico no se resuelven en simultáneo con las ecuaciones de estructura, sino que se obtiene primeramente la composición química antes de resolverlas. No resulta necesario disponer de un tratamiento simultáneo, porque si el paso temporal que el código utiliza es pequeño, los cambios en las variables de estructura no serían muy grandes entre paso y paso. Este requerimiento se lleva a cabo en el código de evolución pidiendo que los cambios en  $T$ ,  $P$ ,  $r$ ,  $l$  de un modelo a otro, permanezcan con valores prefijados.

## 2.3. Modelos Iniciales y enfriamiento de las EB

Los modelos iniciales utilizados en esta práctica son los que se calcularon en [10] y [11], para enanas blancas ricas en hidrógeno. Los modelos iniciales para las secuencias de estas EB, fueron derivados de los cálculos evolutivos completos de las estrellas progenitoras de:  $1M_\odot$ ,  $2M_\odot$ ,  $3M_\odot$ ,  $5M_\odot$ ; las EB que resultan de las mismas tienen una masa de  $0.524M_\odot$ ,  $0.609M_\odot$ ,  $0.705M_\odot$  y  $0.877M_\odot$ , respectivamente. En este trabajo, tomamos la metalicidad del progenitor igual a  $Z = 0.01$ , que es representativa de la vecindad solar. Esto nos permite obtener edades precisas para las enanas blancas en el disco local Galáctico.

Todas las secuencias evolucionaron desde la secuencia de edad cero (ZAMS), luego atravesando los pulsos térmicos y la fase de pérdida de masa en la AGB, hasta la fase de enfriamiento de enana blanca; ésto último es de gran importancia para poder tener modelos de

EB realistas. A partir de allí, calculamos el enfriamiento de cada una de las enanas blancas mencionadas anteriormente para 6 masas distintas del axi3n: 0 meV, 5 meV, 10 meV, 15 meV, 20 meV, 30 meV. Se realizaron, entonces, un total de 24 simulaciones que nos permitirán estudiar el enfriamiento de las enanas blancas con la inclusi3n de p3rdidas an3malas de energías por axiones. En esta última etapa, se calcularon consistentemente las reacciones nucleares hasta el momento en que son de relevancia, la evoluci3n (por efecto de la difusi3n) de los elementos en las capas externas y, finalmente, se tomó en cuenta todas las fuentes de energía significativas en el interior estelar de la enana blanca; tales como la liberaci3n de calor latente y energía gravitacional debido a la separaci3n de fase de carbono–oxígeno durante la cristalizaci3n [33]. Adem3s se incluyeron las p3rdidas de energía por neutrinos. Las secuencias evolutivas de enfriamiento de enanas blancas han sido calculadas con la f3sica más actualizada disponible hasta el momento y con un alto grado de detalle y realismo.

Este estudio nos servirá tanto para determinar una cota de la masa del axi3n, como así también, para analizar como es afectada la emisi3n de neutrinos y fotones en la enana blanca por estas hipotéticas partículas.

## 2.4. Física Constitutiva

Las opacidades utilizadas para el cálculo de transporte de calor en la estrella son las opacidades radiativas **OPAL** [27] que abarcan un amplio rango de metalicidades y temperaturas. Las anteriores se completan con las opacidades moleculares a bajas temperaturas [28]. En el caso de las opacidades conductivas, donde los electrones son los que transportan el calor principalmente a causa de la degeneraci3n, el **LPCODE** utiliza las opacidades consideradas en [29].

El código utiliza distintas ecuaciones de estado según la etapa evolutiva y la regi3n de la estrella estudiada. Para etapas previas a la de enana blanca se usa una ecuaci3n de estado, para bajas temperaturas y densidades, que tiene en cuenta el fenómeno de ionizaci3n parcial en un gas ideal y de la presi3n de radiaci3n. Para altas densidades se considera los fenómenos de presi3n de radiaci3n, degeneraci3n electr3nica, interacciones Coulombianas y contribuciones i3nicas. Por otra parte, para la fase de enana blanca, motivo de análisis en este trabajo, esto no es suficiente y se emplea la versi3n actualizada de la ecuaci3n de estado de [30] de 1993 [31]. Esta última incluye correcciones no ideales como efectos de presi3n en la ionizaci3n e incluye las correcciones Coulombianas en el régimen no degenerado. Adem3s se utiliza la ecuaci3n de estado de [32], que tiene en cuenta las fases líquida y s3lida del régimen a altas densidades. Se incorpora por otra parte la emisi3n de energía por separaci3n de fase y calor latente de cristalizaci3n, ver [33].

Adem3s de la emisi3n de neutrinos por reacciones nucleares, los plasmas densos presentes por ejemplo en EB, se caracterizan por una gran emisi3n de los mismos en procesos de dispersi3n tales como:  $\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu$  (“plasm3n”),  $\gamma e^- \rightarrow e^- \bar{\nu}\nu$  (fotoproducci3n),  $e^+ e^- \rightarrow \bar{\nu}\nu$  (aniquilaci3n de pares),  $e^- (Ze) \rightarrow (Ze) e^- \bar{\nu}\nu$  (bremsstrahlung)<sup>1</sup>. La emisi3n de neutrinos

<sup>1</sup>También denominada radiaci3n de frenado.

por pares, plasmón y fotoproducción esta calculada según [34] y su errata, y para el caso de electrones fuertemente degenerados se considera lo desarrollado por [35] y su errata. Para el bremsstrahlung se utiliza lo de desarrollo por [36] para la fase líquida y [37] para la sólida. La pérdida de neutrinos plasmón ha sido incluida según el desarrollo de [38].

El **LPCODE** maneja 16 elementos químicos (H,  $^4\text{He}$ , D,  $^3\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^7\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{15}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{17}\text{O}$ ,  $^{18}\text{O}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ). Además cuenta con 34 reacciones nucleares para describir la quema del H mediante el ciclo protón-protón y el bicicleta CNO, la quema del He y el C para poder monitorear a las estrellas de baja masa e intermedia desde la etapa en la AGB (Rama Asintótica de las Gigantes) hasta su culminación como enana blanca.

## 2.5. Pérdidas de energía por Axiones DFSZ

Las pérdidas de energía por axiones se presentan a través de la constante de estructura hipérfina axiónica  $\alpha_a$  (o  $\alpha_{26} = \alpha_a/10^{-26}$ ) la cual está relacionada con la masa del axión (cantidad que se desea acotar, junto al ángulo  $\beta$  de la teoría) de la siguiente forma

$$\alpha_a = \frac{(2.8 \times 10^{-14} m_{a[\text{meV}]} \cos^2 \beta)^2}{4\pi} \quad (2.13)$$

El código numérico **LPCODE** tiene incorporado la emisión de axiones tanto por efecto Compton como por Bremsstrahlung en condiciones degeneradas y no degeneradas. Para el caso de enanas blancas el primero es irrelevante. Esto se debe a que en el efecto Compton el estado inicial y final del electrón que interactúa con el fotón no es el mismo. Pero para un gas muy degenerado, la cantidad de estados disponibles para un electrón de muy baja energía es pequeña, puesto que éstos están todos ocupados debido al principio de exclusión de Pauli, que impide que dos electrones ocupen el mismo estado cuántico. En consecuencia a un electrón en un plasma muy degenerado le es muy complicado cambiar su estado y es así como la fuerte degeneración complica de sobremanera la producción del efecto Compton. A esto se lo denomina *Bloqueo de Pauli*. Por lo dicho anteriormente, en las enanas blancas el proceso dominante de emisión de axiones es el Bremsstrahlung en condiciones degeneradas.

**Bremsstrahlung en condiciones degeneradas:** Para este caso se debe analizar las correlaciones iónicas fuertes y débiles.

**Correlaciones iónicas débiles** ( $\Gamma < 1$ ): Se utiliza el tratamiento de Raffelt y Weiss [39] para un plasma multicomponente. La tasa de emisión deriva en

$$\epsilon_{\text{BD}(\Gamma < 1)} = 10.85 \alpha_{26} T_8^4 \sum_j \frac{X_j Z_j^2}{A_j} \times F \quad (2.14)$$

donde  $F$  esta dado por

$$F = \frac{2}{3} \ln \left( \frac{2 + \kappa^2}{\kappa^2} \right) + \left[ \frac{2 + 5\kappa^2}{15} \ln \left( \frac{2 + \kappa^2}{\kappa^2} \right) - \frac{2}{3} \right] \times \beta_F^2 \quad (2.15)$$

y donde las cantidades  $\beta_F$  (velocidad de la superficie de Fermi) y  $\kappa$  toman las siguientes expresiones

$$\kappa^2 = \frac{2\pi\alpha\hbar^3c}{m_u k} \sum_j \frac{X_j Z_j^2}{A_j} \frac{1}{p_F^2}, \quad \beta_F^2 = \frac{p_F^2}{m_e^2 c^2 + p_F^2}, \quad p_F^2 = \hbar \left( \frac{3\pi^2 \rho}{\mu_e m_u} \right)^{1/3} \quad (2.16)$$

**Correlaciones Iónicas Fuertes** ( $\Gamma > 1$ ): Para correlaciones iónicas fuertes la formulación con apantallamiento tipo Debye no es correcta y se toma una expresión más elaborada. Se adopta la fórmula de Nakagawa, ver [7], para un plasma degenerado con altas correlaciones iónicas, que tiene la forma

$$\epsilon_{\text{BD}(\Gamma>1)} = 10.8 \alpha_{26} T_8^4 \sum_j^{\text{Nisot}} \frac{X_j Z_j^2}{A_j} F_j \quad (2.17)$$

donde  $F_j$  toma las expresiones de interpolación de Nakagawa, ver [7] y [13], para  $Z \geq 2$ .



# Capítulo 3

## Función de Luminosidad de EB

### 3.1. Hacia la Función de Luminosidad de Enanas Blancas

La vida característica de las enanas blancas, sin contar el tiempo que pasan en secuencia principal, es de unos 1 mil millones de años es decir pueden ser considerados como fósiles estelares de los que se puede extraer información sobre el pasado de la Galaxia. El instrumento para obtener esta información, como se mencionó en el capítulo 1, es la función de luminosidad (FL) de enanas blancas, que se define como el número de estrellas de este tipo que se observan por unidad de volumen y por unidad de magnitud. Por lo tanto, si la FL y las propiedades estelares son conocidas, es posible obtener las propiedades galácticas. Esta función se caracteriza por un aumento monótono (hasta un determinado valor de la luminosidad) con la magnitud, lo que indica como mencionamos anteriormente, que efectivamente la evolución de estas estrellas es un proceso de enfriamiento.

La función de luminosidad de enanas blancas está íntimamente ligada con la edad asumida del disco galáctico y con: (1) la relación entre la masa de la EB y la del progenitor, (2) el tiempo de vida del progenitor, (3) la dependencia con la masa en las curvas de enfriamiento y (4) la posible evolución en la tasa de formación estelar galáctica [40].

La función de luminosidad de enanas blancas teórica ha sido el centro de atención de varias investigaciones durante el transcurso de los años. Los desarrollos clásicos de la teoría de evolución de enanas blancas fueron descritos por Kaplan [41], Mestel [42], y Schatzman [43]. Ellos analizaron las funciones de luminosidad observacionales de EB obtenidas con los datos recogidos desde tierra; y las compararon con las curvas de enfriamiento teóricas, con la finalidad de poner a prueba la teoría.

La historia de la formación estelar está relacionada con las curvas de enfriamiento<sup>1</sup>. D'Antona y Mazzitelli [45] mostraron que la falta de EB a bajas luminosidades era debido a la edad finita de la Galaxia (una abrupta caída en la distribución observada en un punto, donde el tiempo requerido para que la EB llegue allí, es igual a la edad del disco).

---

<sup>1</sup>Introducido primeramente por Schmidt [44].

Estos autores desarrollaron un formalismo sencillo para la construcción de la función de luminosidad, asumiendo conocidos: las curvas de enfriamiento de EB como una función de la masa “ $m$ ” de la EB; la tasa de formación estelar  $\phi(t)$  dependiente del tiempo; una función de masa estelar  $dN/dM$ , donde  $M$  es la masa de la estrella progenitora y  $N$  es la densidad espacial de progenitores; la duración de la secuencia principal  $t_{\text{evo}}(m)$  para los progenitores; y una relación masa inicial–masa final entre la masa de la EB y la masa del progenitor. Se puede estimar en principio la edad del disco Galáctico, construyendo varias funciones luminosidad con diferentes edades del disco y comparando las curvas teóricas con las funciones luminosidad de EB observadas. Usando esta idea, [45], construyeron funciones teóricas para 10 y 11 Gyr, y mostraron que la caída en la curva se encontraba en luminosidades menores a  $\sim 10^{-4}L_{\odot}$ .

Liebert y colaboradores [46] notaron también la caída de la FL observada y se preguntaron si esto era debido a la falta de datos observacionales o a la existencia de algún defecto en la teoría. Winget y colaboradores [47] aceptaron la caída como verídica y ajustando FL observadas con las teóricas, obtuvieron una edad estimada del disco de  $T_d = 9.3 \pm 2$  Gyr.

El código numérico utilizado en esta tesis, construido por el *Grupo de Evolución Estelar de La Plata* para el cálculo de la función de luminosidad, se basa en el enfoque de D’Antona y Mazzitelli, y más estrictamente, en el desarrollo propuesto por Iben y Laughlin. Elegiremos una relación de masa de la EB, tomando explícitamente los tiempos de vida en la secuencia principal del progenitor y adoptaremos una función de masa inicial de Salpeter. Por otra parte, incluiremos una tasa de formación estelar independiente del tiempo.

## 3.2. Construcción de la Función de Luminosidad Teórica de EB

A continuación se dan los lineamientos teóricos para la construcción de la FL de EB en la vecindad solar. Se asume que se tiene a disposición un conjunto de curvas de enfriamiento, que dependen de la masa. Se define el parámetro  $t_{\text{enf}}$  que es el tiempo que un modelo toma para llegar a  $l_{\text{enf}}$ . Se supone una metalicidad fija de aquí en adelante, que en nuestro caso será una metalicidad típica del vecindario solar  $Z_{\text{zams}} \sim 0,01$ . Además en nuestros cálculos el tiempo de enfriamiento será adoptado de acuerdo a las simulaciones realizadas con el **LPCODE**, donde se tendrá en cuenta los cambios en la velocidad de enfriamiento producidos por la emisión de axiones. Por lo tanto

$$t_{\text{enf}} = t_c(l, m). \quad (3.1)$$

Luego se adopta una relación entre la masa  $m$  de la enana blanca y la masa  $M$  de su progenitora en secuencia principal

$$m = m(M). \quad (3.2)$$

En nuestro caso la relación (3.2) se tomará de acuerdo con el reciente trabajo de [23], en el cuál se ha hecho un análisis detallado de la misma.

Además se hace uso del tiempo de vida de quema nuclear del progenitor

$$t_{\text{quema nuclear}} = t_{\text{evo}}(M). \quad (3.3)$$

Los tiempos de pre-enana blanca anteriores, se tomaron en nuestro caso utilizando los valores de BaSTI [48] y los artículos siguientes.

Tomando un intervalo de luminosidad fijo entre  $l$  y  $l + dl$ , se determina el rango de masas de los progenitores correspondientes entre las estrellas formadas al tiempo  $t$  después del comienzo de la formación estelar en el disco Galáctico, que contribuyen a la FL observada ( $dn/dl$ ) al tiempo presente  $T_d$ . La ecuación que se resuelve junto con la ec. (3.1) es

$$t + t_{\text{evo}}(M) + t_c(l, m) = T_d. \quad (3.4)$$

Para cada elección de  $l$  y  $t$ , se puede resolver la ecuación trascendental (3.4) para cada valor de  $m$  y  $M$ . Diferenciando las ecuaciones (3.2) y (3.4) se tiene

$$dM = - \frac{(\partial t_c / \partial l)_m}{(dt_{\text{evo}}/dM) + (\partial t_c / \partial m)_l (dm/dM)} dl \quad (3.5)$$

donde  $dM$  es el rango de masas para las estrellas formadas al tiempo  $t$  que pueden poblar la función de luminosidad en un intervalo  $dl$  alrededor de  $l$  al tiempo  $T_d$ .

La contribución actual de estrellas, formadas al tiempo  $t$ , a la función de luminosidad depende básicamente de la tasa de formación estelar y de la función de masa de ese momento. Se supone que la densidad numérica de estrellas  $d^2n(t)$  con masas entre  $M$  y  $M + dM$  que se formaron entre  $t$  y  $t + dt$  esta dada por

$$d^2n(t) = \phi(t) \left( \frac{\partial N}{\partial M} \right)_t dM dt \quad (3.6)$$

donde  $\phi(t)$  es la tasa de nacimiento y  $(\partial N / \partial M)_t$  es una función de masa que define como la densidad espacial de progenitores  $N$  varía con la masa del progenitor al tiempo  $t$ .

Integrando la ec.(3.6), ésta se transforma en

$$\frac{dn}{dl} = - \int_{M_1}^{M_2} \phi(t) \left( \frac{dN}{dM} \right) \left( \frac{\partial t_c}{\partial l} \right)_m dM \quad (3.7)$$

donde los límites sobre  $M$  son:  $M_1$  la masa dada por la ec.(3.4) cuando  $t = 0$  y  $M_2$  la masa máxima de un progenitor que puede producir una enana blanca.

*El Grupo de Evolución Estelar de La Plata* realizó un código numérico que resuelve la ec.(3.7) por el método de integración numérica de Simpson. Éste último está programado para cualquier tasa de formación estelar  $\phi(t)$ . En esta práctica utilizaremos  $\phi(t) = cte$ , para poder comparar con la función de luminosidad de enanas blancas con axiones descrita por Isern et al. [8]. Las FL obtenidas a partir del código nos permitirán obtener una cota de la masa del axión al realizar las comparaciones correspondientes con las observaciones de [15] y [16].

# Capítulo 4

## Resultados Obtenidos

### 4.1. Impacto de los axiones sobre el enfriamiento de las EB

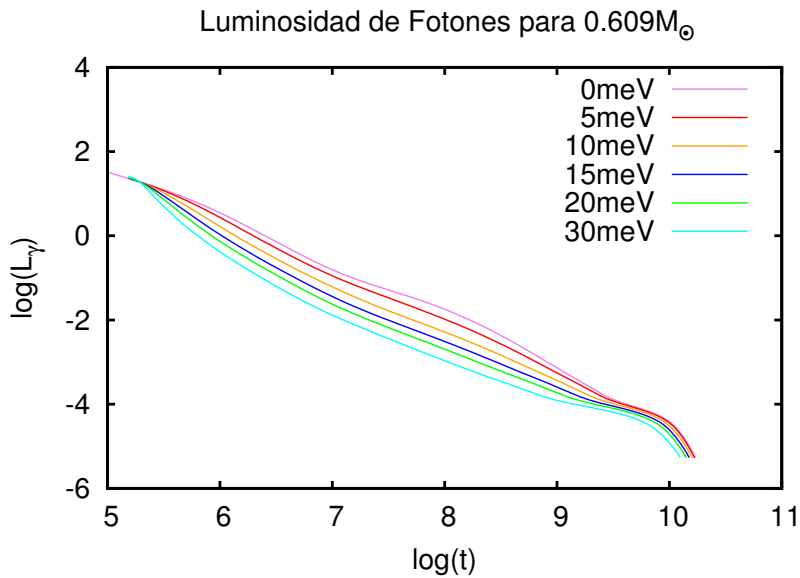
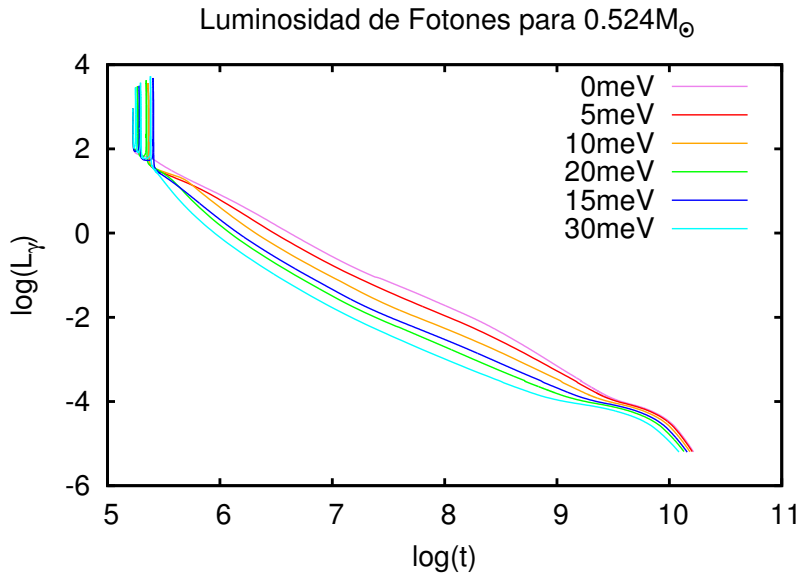
A continuación se describirán los resultados obtenidos al realizar 24 simulaciones. Éstas se llevaron a cabo a partir de 4 modelos iniciales con  $Z = 0.01$ , correspondientes a estrellas progenitoras de  $1M_{\odot}$ ,  $2M_{\odot}$ ,  $3M_{\odot}$  y  $5M_{\odot}$  calculados en [10] y [11]. Se hicieron simulaciones numéricas del enfriamiento de enanas blancas con masas de los axiones de 0 meV, 5 meV, 10 meV, 15 meV, 20 meV y 30 meV. El caso de 0 meV corresponde a la situación estándar de enana blanca, es decir, a la física conocida donde el enfriamiento está dado por fotones y neutrinos solamente. Cabe mencionar que en todos los modelos se incluyó la difusión química dependiente del tiempo de manera consistente con el enfriamiento de la EB.

Se analizó el proceso enfriamiento de las EB, teniendo en cuenta las pérdidas de energía anómalas por axiones, variando la masa de los mismos. En la Fig.(4.1) y Fig.(4.2) se muestra la evolución de la luminosidad de la EB como función del tiempo de enfriamiento, para cada una de las masas de las EB consideradas.

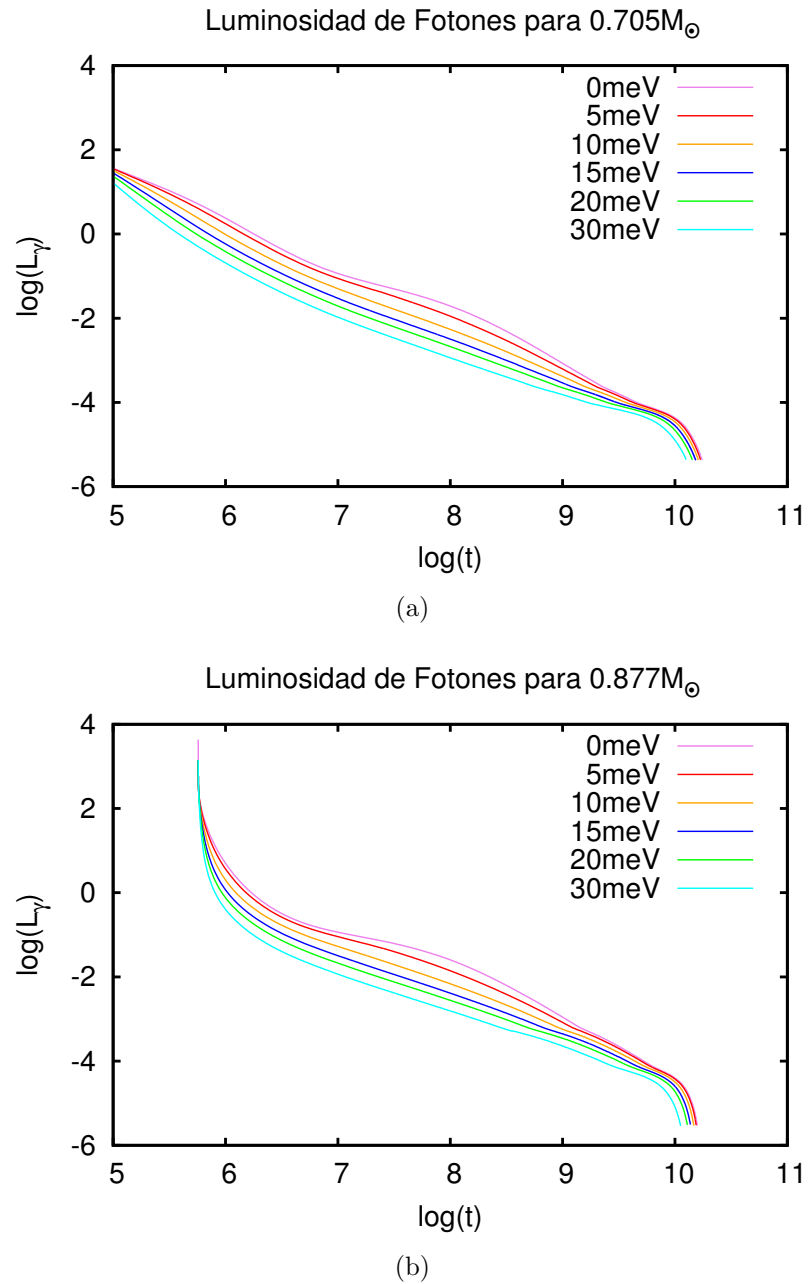
Como se observa en la Fig.(4.1) y Fig.(4.2), lo primero que cabe destacar es que para todos los modelos de enana blanca calculados, al aumentar la masa del axión de 0 meV hasta 30 meV el enfriamiento es más rápido. Es decir que al pasar el tiempo, las EB se enfrían de forma acelerada si se incrementa la masa del axión. Debe notarse además que los gráficos correspondientes a EB de diferentes masas difieren poco entre sí, es decir, no se evidencian grandes cambios en la etapa de enana blanca para las distintas masas involucradas.

Además es interesante remarcar que, al analizar con detalle, se puede apreciar dos cambios de pendiente en las curvas de las Fig.(4.1) y Fig.(4.2). El primer cambio es más pronunciado en general para la curva correspondiente a 0 meV, principalmente en la zona de edades tempranas y altas luminosidades. El segundo cambio, por otra parte, es similar para las distintas masas de los axiones, pero en la región de bajas luminosidades y edades avanzadas. Tomando como ejemplo la Fig.(4.2)(b), en particular la curva correspondiente a 0 meV, vemos que el primer cambio de pendiente se encuentra en  $\log(L_{\gamma}) \sim -1$  y  $\log(t) \sim 6.9$ . Es allí donde las pérdidas de energía por neutrinos comienzan a ser menores que la luminosidad de fotones,

ver Fig.(4.6)(b) y, por lo tanto, se muestra un retraso en el enfriamiento de la EB, el cual es apreciable en la curva. El segundo cambio, por otro lado, se produce cuando desaparece la pérdida de energía por axiones y se observa nuevamente un leve retraso en el enfriamiento. Por último, en la Fig.(4.1)(a), se observan los sub-flashes de H que experimenta la estrella progenitora de  $1M_{\odot}$  para altas luminosidades ( $\log(t) < 5.5$ ).

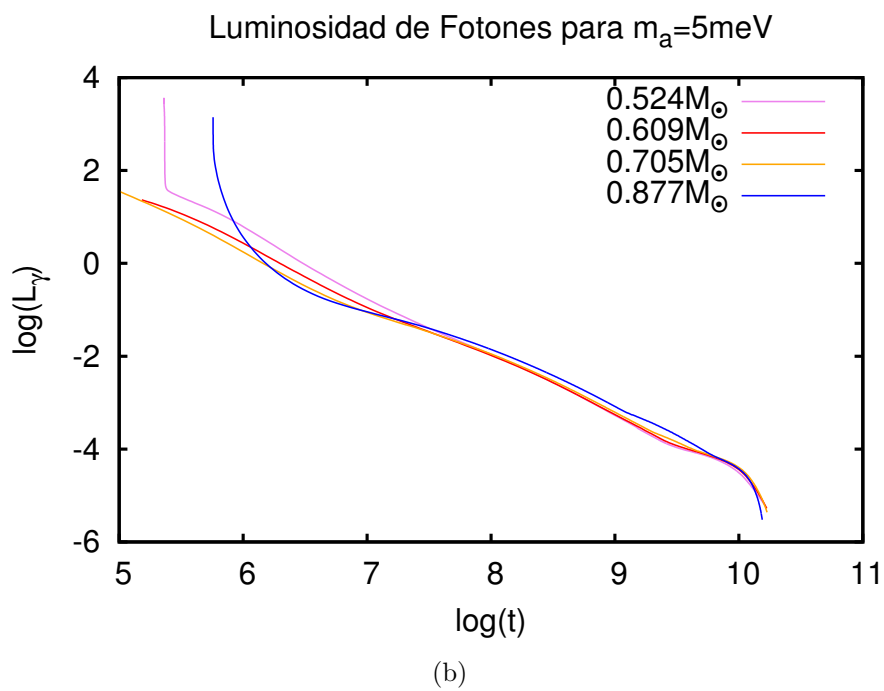
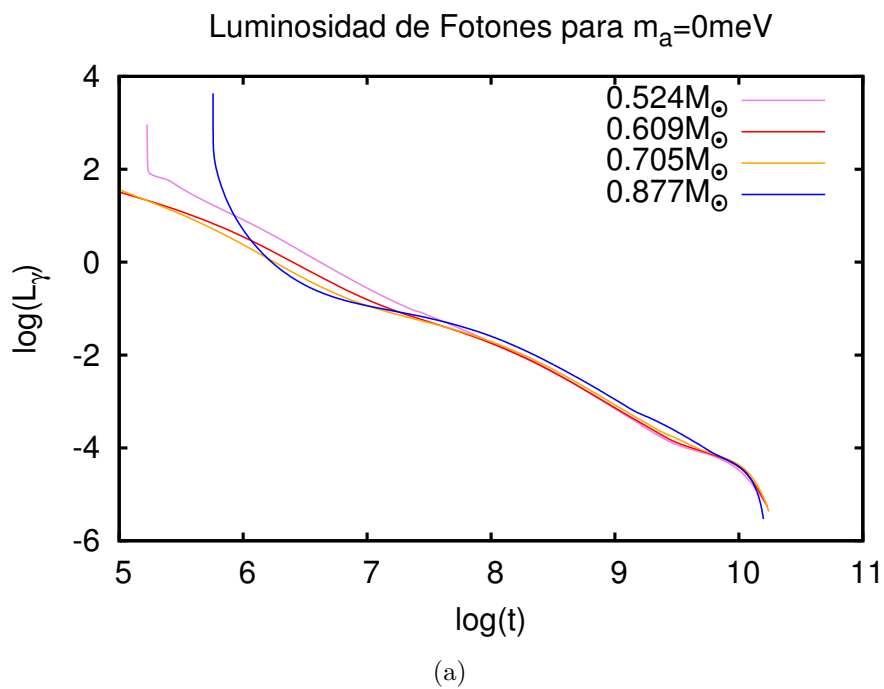


**Fig. 4.1.** Curvas de enfriamiento representativas para las distintas enanas blancas. Los colores indican la inclusión de las diferentes masas de los axiones.



**Fig. 4.2.** Continuación de la Fig.(4.1).

Se analizó además como se presenta el enfriamiento de las EB consideradas en este trabajo, ver Fig.(4.3) y Fig.(4.4), para cada masa del axi3n. En particular, la familia de curvas presentes en las figuras anteriormente mencionadas, nos permitirán construir una función de luminosidad de enanas blancas para cada masa del axi3n considerada.



**Fig. 4.3.** Curvas de enfriamiento para las masas estelares consideradas, tomando valores fijos de la masa del axi3n, en este caso: 0 meV, 5 meV, 10 meV, 30 meV.



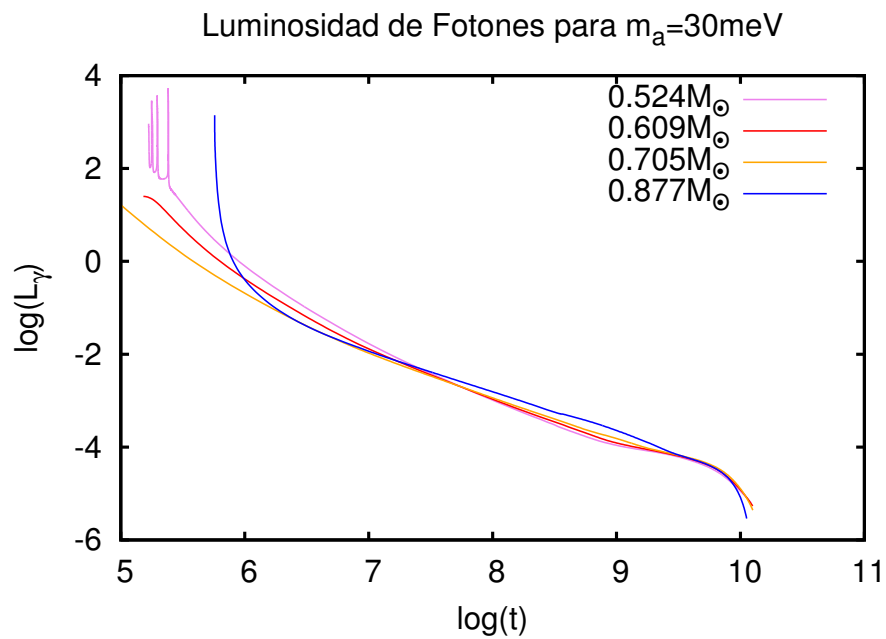
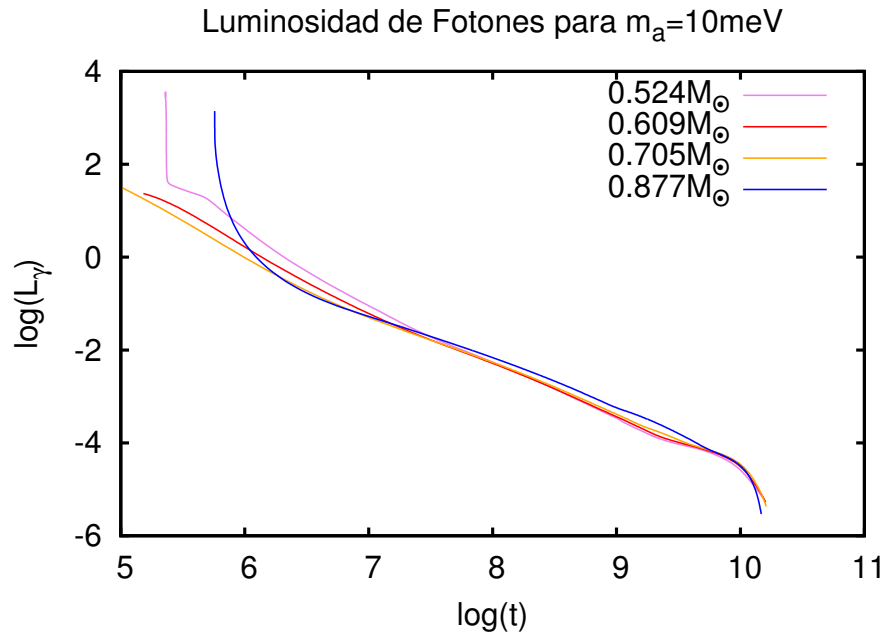
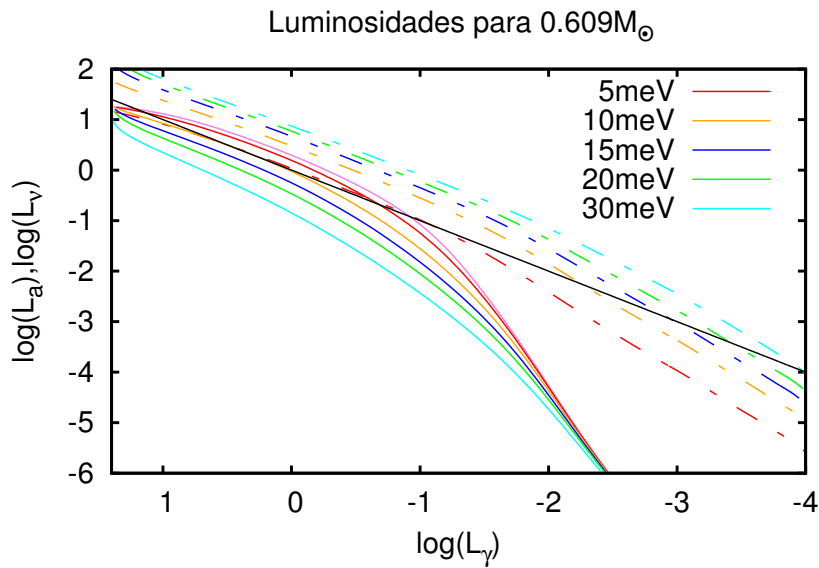
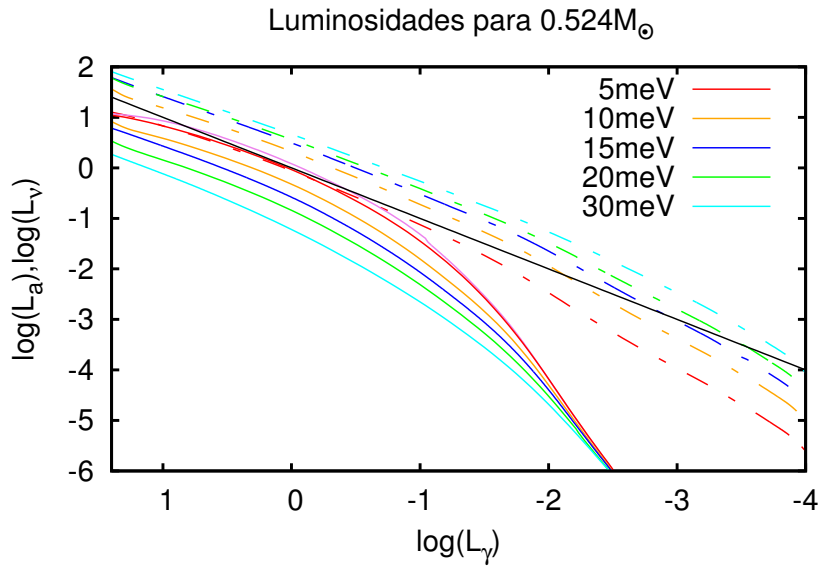


Fig. 4.4. Continuación de la Fig.(4.3).

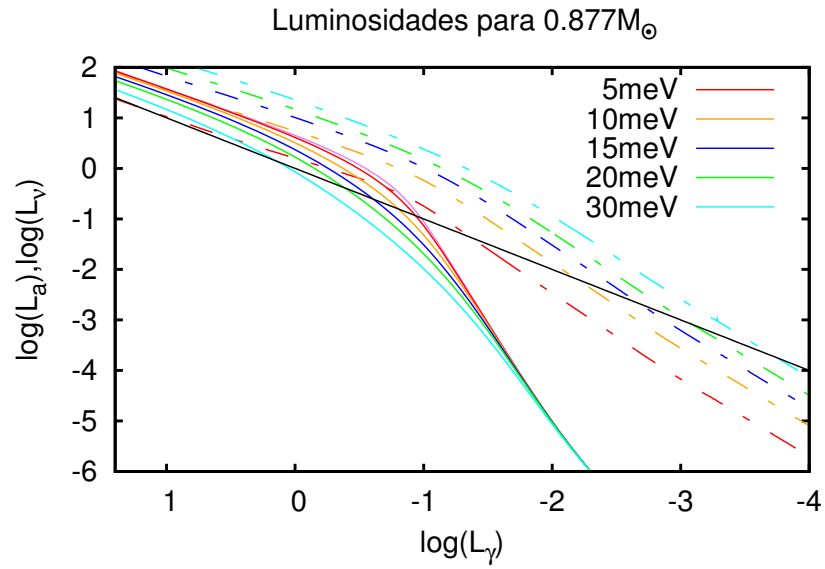
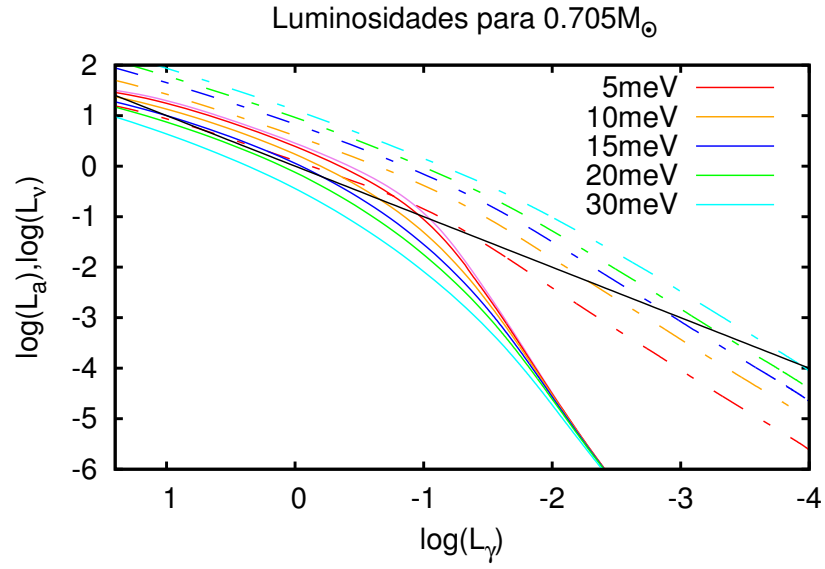
## 4.2. Regiones de dominio de axiones, fotones y neutrinos

En esta sección vamos a mostrar los resultados obtenidos para las distintas pérdidas de energía en función de la luminosidad de fotones, en las 4 enanas blancas de  $0.524M_\odot$ ,

$0.609M_{\odot}$ ,  $0.705M_{\odot}$  y  $0.877M_{\odot}$  consideradas en esta práctica.



**Fig. 4.5.** Pérdidas de energía para EB de  $0.524M_{\odot}$ ,  $0.609M_{\odot}$ ,  $0.705M_{\odot}$  y  $0.877M_{\odot}$ . Las líneas discontinuas coloreadas representan las pérdidas de energía anómalas por axiones para los distintos valores de  $m_a = 5, 10, 15, 20, 30$  meV desde abajo hacia arriba. Los mismos colores se toman para la pérdida de energía por neutrinos afectada por la emisión de axiones. La luminosidad de fotones está representada por la recta negra.



**Fig. 4.6.** Continuación de la Fig.(4.5).

Como se nota en la Fig.(4.5) y Fig.(4.6), la presencia de los axiones afecta a la pérdida de energía por neutrinos, para todas las masas de las enanas blancas consideradas. Nótese que  $L_{\nu}$  se ve afectada en varios órdenes de magnitud para las distintas masas del axión en cada uno de los modelos de EB, disminuyendo así su valor con respecto al valor sin axiones. Para  $L_{\nu} \sim -6$  las curvas de la luminosidad de neutrinos correspondientes a las distintas masas de

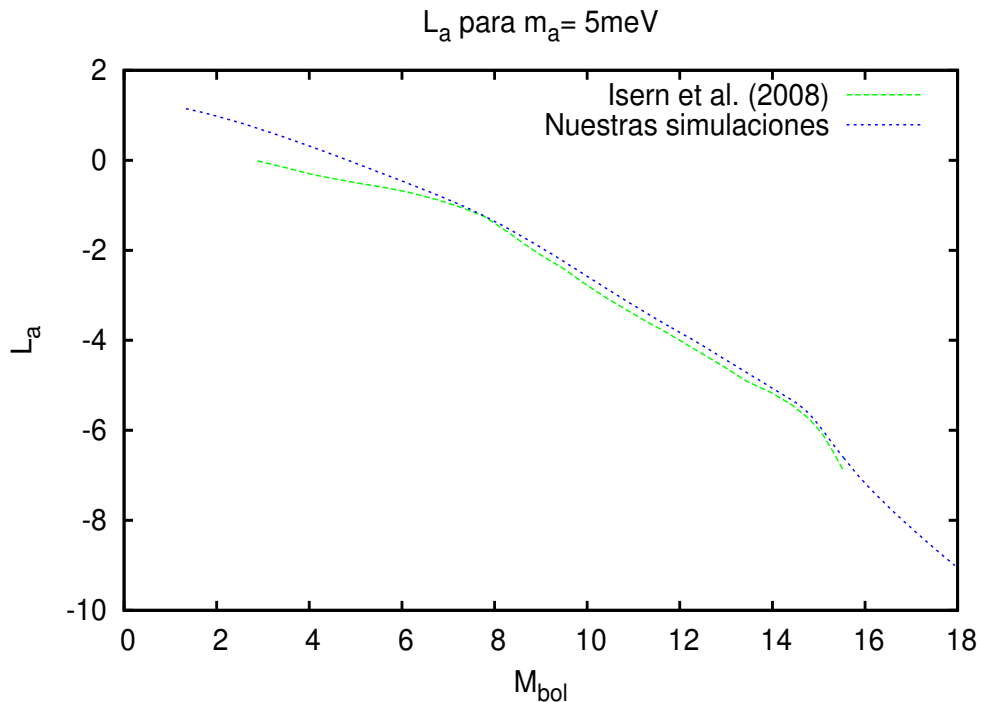
los axiones convergen, a diferencia de lo que ocurre a luminosidades altas. Por otro lado, al aumentar la masa de la enana blanca la luminosidad de los neutrinos se incrementa para las masas de los axiones consideradas con respecto a la luminosidad de los fotones. Esto se debe principalmente, a que las estrellas más masivas poseen temperaturas elevadas en el interior y  $L_\nu$  depende fuertemente de la temperatura central mientras que  $L_\gamma$  depende mucho menos.

Se puede ver que en el estudio realizado por Isern et al. para la EB de  $0.61M_\odot$  [8], más precisamente en la Fig.(1.1) presentada al comienzo de este trabajo, la curva correspondiente a la luminosidad de fotones es del mismo orden que la de la pérdida de energía por axiones con masas de 5 meV sólo en un punto donde  $M_{\text{bol}} \sim 7$ , esta última curva siempre toma valores menores a la correspondiente luminosidad de fotones. Asimismo, se puede comparar con la enana blanca de  $0.609M_\odot$  de nuestras simulaciones, ver Fig.(4.5)(b). Aquí observamos que  $L_a$  es comparable a  $L_\gamma$  en toda una región,  $-1 < \log(L_\gamma) < 1$ , y no solamente en un punto. Por lo tanto, se concluye que los axiones tienen mayor relevancia respecto a las pérdidas de energía que en el análisis de Isern et al. [8]. Esta diferencia se debe probablemente a que en los modelos utilizados en el desarrollo de Isern et al. [8], se supone que el núcleo de la EB es casi isotérmico y se utiliza su temperatura para el cálculo de la tasa de emisión de axiones. Las simulaciones realizados en esta práctica no utilizan dicha suposición, ya que los cálculos son realizados de forma autoconsistente con la evolución estelar a cada momento. Se puede destacar, en este caso particular, que para  $\log(L_\gamma) \sim -1$  la curva de las pérdidas por axiones correspondiente a 5 meV, la de neutrinos y la de fotones coinciden.

Siguiendo con el análisis de la EB de  $0.609M_\odot$ , se puede apreciar las distintas regiones de dominio de los axiones, neutrinos y fotones. Para  $\log(L_\gamma) > -1$  las pérdidas de energía anómalas por axiones superan a la luminosidad de fotones, para todo el rango de masas del axión consideradas; en cambio  $L_\gamma$  toma valores menores a los correspondientes a  $L_\nu$  para 0 meV y 5 meV. En particular, la curva de  $L_a$  correspondiente a 30 meV supera a la luminosidad de fotones en el rango bajo consideración, es decir  $-4 < \log(L_\gamma) < 1.5$ . Por último, se puede notar que a medida que se aumenta la masa del axión considerada en el modelo, las curvas de  $L_\nu$  y  $L_a$  se separan; ésta característica ocurre para cada una de las EB y no solamente para el ejemplo considerado. En conclusión, las características físicas de la EB bajo consideración difieren en gran parte de aquellas propuestas en el desarrollo de Isern. En la siguiente sección se mostrará un análisis detallado de dichas diferencias.

### 4.3. Comparación con los resultados de Isern

A continuación se representa la luminosidad de axiones en función de la magnitud bolométrica para las simulaciones realizadas en nuestro trabajo y en el desarrollo de Isern et al. [8], ver Fig.(4.7).

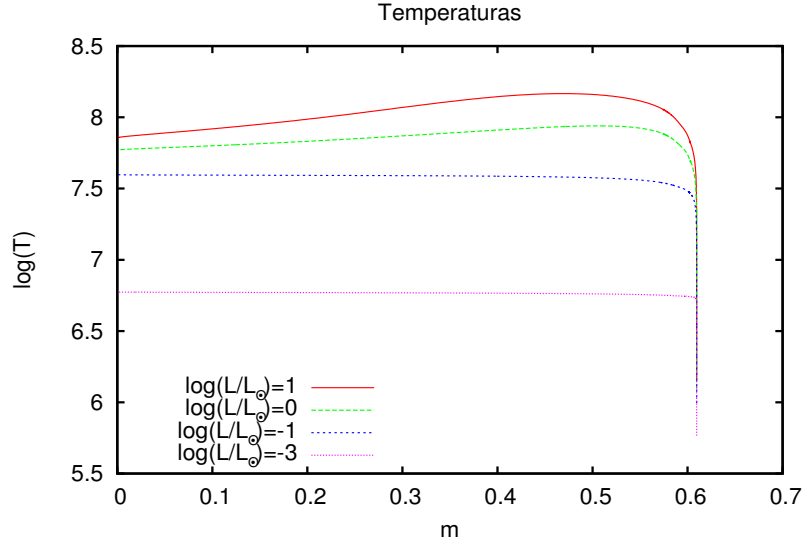


**Fig. 4.7.** Luminosidad de axiones en función de la magnitud bolométrica. La curva punteada azul representa nuestras simulaciones y la verde las correspondientes a Isern et al. [8].

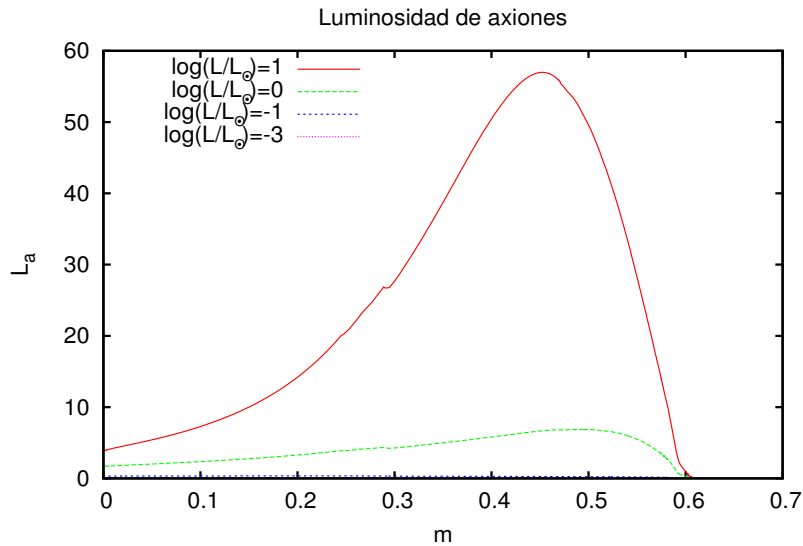
Como se puede observar, la curva azul correspondiente a las simulaciones realizadas en este trabajo se encuentra por encima de la curva verde, la cual representa los datos de Isern et al. [8], para todo el rango de  $M_{bol}$ . La emisión de axiones es levemente mayor en nuestro trabajo, salvo para  $2 < M_{bol} < 6$  (altas luminosidades) donde se evidencia una mayor discrepancia. Como se mencionó antes esto es probable debido a la suposición de núcleo isotérmo en el trabajo propuesto por Isern. Es decir, estas partículas débilmente interactuantes tienen mayor relevancia en las pérdidas anómalas de energía en nuestro trabajo que en lo obtenido por Isern et al. [8]. Esta característica particular puede estar ligada a la temperatura utilizada en los cálculos de nuestros modelos y en los de Isern, como mencionamos en la sección anterior.

Para comprender mejor el comportamiento anteriormente mencionado, se analizó la variación de la temperatura con respecto a la masa de la EB para diferentes luminosidades como se puede apreciar en la Fig.(4.8). Para bajas luminosidades,  $\log(L/L_\odot) = -1 \dots -3$ , el núcleo de la EB es isotermo para nuestras simulaciones, esto estaría en concordancia con el desarrollo de Isern et al. [8]. Puesto que ellos utilizan para el cálculo de emisión de axiones un núcleo esencialmente isotermo. Por el contrario para altas luminosidades,  $\log(L/L_\odot) = 1 \dots 0$ , el núcleo no presenta este comportamiento, es decir se evidencia un cambio apreciable en la temperatura interior de la EB al variar la masa de la misma. Esto tiene un impacto en la emisión de axiones y ya no se presenta una similitud con el caso desarrollado por Isern. Esta diferencia es aún mayor cuando se trata de la emisión de axiones para las distintas luminosidades.

dades, ver Fig.(4.9), puesto que la luminosidad de axiones depende de la cuarta potencia de la temperatura de la EB.



**Fig. 4.8.** Temperatura interior de la EB en función de la masa de la misma para  $\log(L/L_{\odot}) = 1, 0, -1, -3$ .

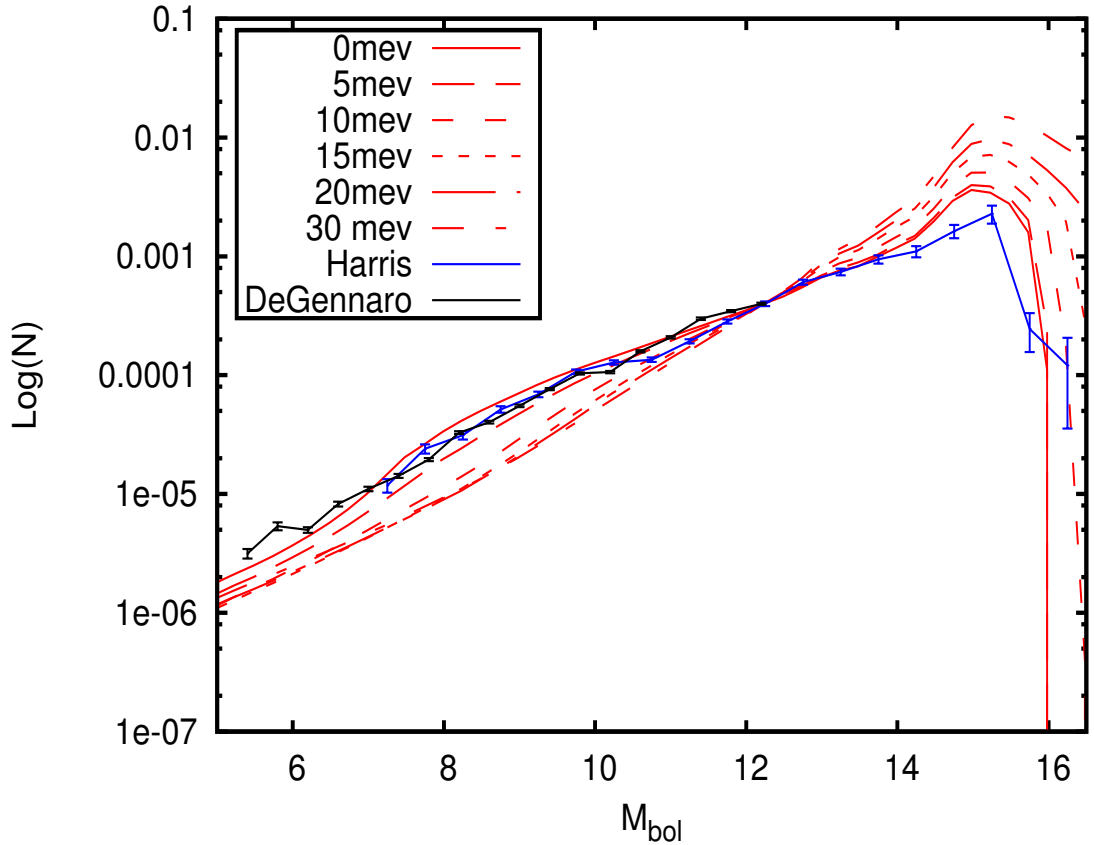


**Fig. 4.9.** Luminosidad de axiones en función de la masa de la EB para  $\log(L/L_{\odot}) = 1, 0, -1, -3$ .

En conclusión, las curvas de la Fig.(4.9) casi no difieren salvo para altas luminosidades, allí nuestras simulaciones no presentan un comportamiento isotérmico a diferencia de lo desarrollado por Isern. Por esta razón se podría entender el mayor espaciamiento entre ambas curvas.

#### 4.4. Función de Luminosidad de EB obtenida

Como mencionamos en el cap. 3, se utilizó un código numérico diseñado específicamente para obtener funciones de luminosidad de enanas blancas. Éste último fue realizado por el *Grupo de Evolución Estelar de La Plata*. Se obtuvieron 6 curvas, cada una se corresponde a una masa del axión determinada para las distintas masas de las enanas blancas, como se muestra a continuación



**Fig. 4.10.** Funciones de luminosidad de enanas blancas para distintas masas del axión. Las FL han sido construidas con los siguientes valores de  $m_a = 0, 5, 10, 15, 20, 30$  meV.

Por simplicidad y porque no afecta sensiblemente los resultados, se utilizó una tasa de formación estelar constante y una edad del disco Galáctico de 11 Gyr. Además, se tomó el

punto de normalización de la FL de EB teórica en  $\log(L/L_{\odot}) \simeq -3$  ( $M_{bol} \simeq 12.2$ ) de manera similar a lo realizado por Isern y se ajustó la tasa de formación estelar para poder comparar con las observaciones. Además dichas curvas se contrastaron con los datos observacionales de [15] y de [16], como se puede apreciar en la Fig.(4.10).

En principio, lo que se puede observar de la Fig.(4.10) es que la curvas correspondientes a 20 meV y 30 meV están casi solapadas, ésto es debido a la elección del punto de normalización. Este último comienza a ser afectado por la emisión de axiones para masas mayores a 20 meV y 30 meV, ver Fig.(4.10). Por otra parte, las diferencias entre ambos conjuntos de observaciones podrían ser entendidas como las verdaderas incertezas presentes en las curvas, y no las barras de error que cada una de ellas presenta. El anterior análisis es lícito realizarlo antes del punto de normalización, donde las observaciones son confiables; este punto es el mismo que el considerado en el estudio de Isern et al. [8].

Las observaciones de [15] y de [16] están comprendidas entre los valores de la FL de enanas blancas para 0 meV y 5 meV. Por lo tanto, podemos encontrar una cota superior de la masa del axi3n, es decir  $m_a < 5$  meV, pero no un valor particular de la masa del axi3n en el rango de  $0 \text{ meV} < m_a < 5 \text{ meV}$ . Vale la pena mencionar que un análisis estadístico cuantitativo sería necesario para establecer el nivel de confianza de estas conclusiones. Cabe destacar que en el análisis de Isern et al. [8], se encuentra un valor determinado de la masa del axi3n. Se presenta la masa del mismo como cercana a  $\sim 5$  meV. En el trabajo de Isern et al. [8], se excluyen los valores de  $m_a > 10$  meV. Éste último resultado sí está en concordancia con nuestros resultados, puesto que en este trabajo se descartan las masas del axi3n  $> 10$  meV como se puede observar en la última figura.

Nuestros resultados no son concluyentes sobre la posibilidad de la existencia del axi3n. Si bien son consistentes con la probabilidad de la existencia de axiones de 5 meV sugeridos por Isern et al. [8], tampoco parecen excluir de manera evidente la posibilidad de la no existencia de axiones ( $m_a = 0$  meV). Por último, es importante notar que los valores utilizados para la masa del axi3n tanto en esta práctica como en el trabajo de Isern et al. [8], no son consistentes con los obtenidos a partir de la astrosismología, lo cual plantea interrogantes, ver [49] y [50].



# Capítulo 5

## Conclusiones y Trabajo a Futuro

En esta práctica, se ha analizado la incorporación de las pérdidas anómalas de energía por axiones en los modelos de enfriamiento de enanas blancas mencionados en los capítulos anteriores. Se pudo determinar como era esperable, que a medida que la masa del axión incrementa su valor, las EB se enfrían con mayor rapidez. Asimismo, durante el desarrollo de este trabajo hemos encontrado que la presencia de axiones afecta a las pérdidas de energía por neutrinos, para todas las masas de las enanas blancas incluidas en este trabajo; a contraposición de lo que ocurre en el análisis realizado por Isern et al. [8]. La luminosidad de neutrinos se ve disminuida en varios órdenes de magnitud bajo la presencia de pérdidas anómalas de energía por axiones, puesto que al incluir estas hipotéticas partículas se produce una disminución del contenido térmico del núcleo de la enana blanca. Además, se encontró que estas partículas tienen mayor relevancia en las pérdidas anómalas de energía que lo obtenido en el trabajo de Isern et al. [8].

Se pudo determinar, teniendo en cuenta los datos observacionales de [15] y [16], a través de la función de luminosidad de enanas blancas calculada en esta práctica una cota superior para la masa del axión; ésta resultó ser cercana a los 5 meV y está en concordancia con los resultados del estudio de Isern et al. [8] y con el orden de magnitud para las cotas astrofísicas y cosmológicas para los axiones obtenidas en [2]. Es interesante notar la coincidencia entre los resultados de este trabajo con los resultados presentados por Isern, a pesar de la importante diferencia en como se ha calculado la emisión de axiones en ambos trabajos. En efecto, mientras en el trabajo de Isern et al. [8] la emisión de axiones está calculada de manera no autoconsistente y en cierto modo de forma perturbativa, es decir, no se considera el impacto del enfriamiento por axiones en la emisión de neutrinos, por ejemplo. En nuestro trabajo la emisión de axiones (y neutrinos) es computada de manera completamente autoconsistente con la estructura estelar obtenida a cada momento. Este resultado, a priori no esperable, podría deberse a una compensación de dos efectos diferentes y antagonicos. Mientras en el trabajo de Isern se supone una estructura isotérmica adoptando el valor de la temperatura central como la temperatura del núcleo, en los modelos realistas (como los utilizados en este trabajo) quizás sea relevante la diferencia en la composición de los modelos en el rango de interés de la FL. Por otro lado, al realizar los cálculos de manera autoconsistente hemos visto que la emisión de neutrinos es significativamente disminuida como consecuencia del enfriamiento

por axiones, lo que lleva a que en los modelos de Isern et al. [8] se sobreestime la pérdida de energía por neutrinos, compensando de manera accidental la subestimación de la emisión de axiones mencionada anteriormente. Este último argumento es válido para  $\log(L_\gamma) > -1$ . Asimismo, se concluyó que se descartan valores de la masa del axión  $> 10 \text{ meV}$ , al igual que lo expuesto por Isern et al. [8]. A diferencia del trabajo de Isern et al. [8], nuestros resultados no son concluyentes sobre la existencia de los axiones, siendo la no existencia de éstos una posibilidad consistente con los resultados.

Por lo tanto, en esta práctica se encontró una posible cota superior de la masa del axión, en caso de que esta partícula existiera, y como ésta misma afecta a la luminosidad de neutrinos y fotones a la luz de diferentes modelos evolutivos y observaciones. Estos resultados parecen estar en contra de los derivados recientemente mediante estudios astrosismológicos de G117–B15A [49] y [50]. En ambos trabajos se encontró (utilizando modelos diferentes) necesaria la existencia de axiones con masas entre  $10.4 \text{ meV}$  y  $26 \text{ meV}$  [49] ( $m_a < 19 \text{ meV}$  [50]), para poder explicar la tasa de cambio de períodos inferida en G117–B15A. Esto claramente indica una inconsistencia entre ambos enfoques, el cual deberá ser investigado en el futuro. En este sentido vale la pena notar que en el caso del trabajo de Córscico et al. [50], los modelos evolutivos utilizados para el estudio astrosismológico son similares en microfísica e historia evolutiva previa a los modelos adoptados en este trabajo.

Se pudo comprobar que la función de luminosidad de enanas blancas brinda argumentos sólidos como para resolver el problema de violación de CP como Isern y colaboradores propusieron en su trabajo [8]. Finalmente, en caso de que se obtengan resultados negativos con respecto a la existencia del axión, una función de luminosidad de enanas blancas precisa puede ayudar a resolver otros problemas: como el corrimiento hipotético de la constante de gravitación o el momento magnético de neutrinos.

Los trabajos futuros a realizar serían:

- Realizar un análisis cuantitativo estadístico de confianza, esto es, obtener una significancia estadística de las masas del axión o su existencia, derivadas de la forma de la función de luminosidad de enanas blancas.
- Tener en cuenta el efecto de los axiones sobre otros ingredientes de la función de luminosidad de enanas blancas tales como:  $m(M)$ , estructura química,  $t_{evo}(M)$ . Es decir, es necesario computar secuencias evolutivas pre-EB teniendo en cuenta el efecto de los axiones.
- Evaluar el impacto de la tasa de formación estelar (SFR) sobre la función de luminosidad de enanas blancas como así también el impacto de cambiar el punto de normalización de la FL sobre la determinación de la masa del axión.
- Construir una función de luminosidad teórica para estrellas enanas blancas DB, a partir de secuencias evolutivas numéricas, ver [51]; y considerar datos observacionales, ver [52], para comparar la FL observada con la teórica.

- Analizar el impacto de las propiedades electromagnéticas anómalas del neutrino en el enfriamiento de las enanas blancas. La rutina para el cálculo de la emisión de neutrinos como consecuencia de una hipotética existencia del momento magnético dipolar, ha sido incorporada al **LPCODE** por [26].
- Extender el estudio de los efectos de la pérdidas anómalas de energía a otra etapa de la evolución estelar como la rama de las gigantes [2]. Las rutinas para la emisión de axiones en esta etapa ya han sido incorporadas por [26].

# Bibliografía

- [1] Leandro G. Althaus, Alejandro H. Córscico, Jordi Isern and Enrique García-Berro, *Evolutionary and pulsational properties of white dwarf stars*, A&A rev. 471–566, (2010).
- [2] Raffelt G., *Stars as Laboratories for Fundamental Physics, The Astrophysics of Neutrinos, Axions, and Other Weakly Interacting Particles*, University of Chicago Press (1996).
- [3] Peccei, R. D.; Quinn, Helen R.; *CP conservation in the presence of pseudoparticles*, Physical Review Letters, **38**, 1440–1443, (1977).
- [4] García-Berro, Enrique; Torres, Santiago; Althaus, Leandro G.; Renedo, Isabel; Lorén-Aguilar, Pablo; Córscico, Alejandro H.; Rohrmann, René D.; Salaris, Maurizio; Isern, Jordi, *A white dwarf cooling age of 8Gyr for NGC 6791 from physical separation processes*, Nature, **465**, 194–196, (2010).
- [5] Kim, Jihn E., *Weak-interaction singlet and strong CP invariance*, PhRvL, **43**, 103–107 (1979).
- [6] Dine, Michael; Fischler, Willy; Srednicki, Mark; *A simple solution to the strong CP problem with a harmless axion*, PhL B, **104**, 199–202, (1981).
- [7] Nakagawa, Masayuki; Adachi, Tomoo; Kohyama, Yasuharu; Itoh, Naoki, *Axion bremsstrahlung in dense stars. II–Phonon Contributions*, ApJ, **326**, 241–248, (1988).
- [8] J. Isern, E. García-Berro, S. Torres, and S. Catalán, *Axions and the cooling of white dwarf stars*, ApJ, **682** 109–112, (2008).
- [9] J. Isern, E. García-Berro, L. G. Althaus, and A. H. Córscico, *Axions and the pulsation periods of variable white dwarfs revisited*, A&A 512, A86 (2010).
- [10] I. Renedo, L. G. Althaus, M. M. Miller Bertolami, A. D. Romero, A. H. Córscico, R. D. Rohrmann, and E. García-Berro, *New cooling sequences for old white dwarfs*, ApJ, **717** 183–195, (2010).
- [11] Tesis Doctoral en preparación de Romero A. D, (2011).

- [12] Zhitnitskii, A. P., *Sovietic J. Nucl. Phys. B*, **31**, 260.
- [13] Nakagawa, Masayuki; Kohyama, Yasuharu; Itoh, Naoki; *Axion Bremsstrahlung in Dense Stars*, *ApJ*, **322**, p. 291, (1987).
- [14] Salaris, M.; García-Berro, E.; Hernanz, M.; Isern, J.; Saumon, D.; *The Ages of Very Cool Hydrogen-rich White Dwarfs*; *ApJ*, **544**, 1036–1043, (2000).
- [15] Harris, Hugh C.; Munn, Jeffrey A.; Kilic, Mukremin; Liebert James; Williams, Kurtis A.; von Hippel, Ted; Levine, Stephen E.; Monet, David G.; Eisenstein, Daniel J.; Kleinman, S. J. and 9 coauthors, *The white dwarf luminosity function from Sloan Digital Sky Survey*, *AJ*, **131**, 571–581 (2006).
- [16] Steven DeGennaro, Ted von Hippel, D. E. Winget, S. O. Kepler, Atsuko Nitta, Detlev Koester, and Leandro Althaus, *White dwarf luminosity and mass functions from Sloan Digital Sky Survey*, *AJ*, **135**, 1–9 (2008).
- [17] Althaus, L. G.; Serenelli, A. M.; Córscico, A. H.; Montgomery, M. H., *New evolutionary models for massive ZZ Ceti stars. I. First results for their pulsational properties*, *A&A*, **404**, 593–609, (2003).
- [18] Althaus, L. G.; Serenelli, A. M.; Panei, J. A.; Córscico, A. H.; García-Berro, E.; Scóccola, C. G., *The formation and evolution of hydrogen-deficient post-AGB white dwarfs: The emerging chemical profile and the expectations for the PG 1159-DB-DQ evolutionary connection*, *A&A*, **435**, 631–648, (2005).
- [19] Miller Bertolami, M. M.; Althaus, L. G., *Full evolutionary models for PG 1159 stars. Implications for the helium-rich O(He) stars*, *A&A*, **454**, 845–854, (2006).
- [20] Althaus, L. G.; García-Berro, E.; Córscico, A. H.; Miller Bertolami, M. M.; Romero, A. D., *On the Formation of Hot DQ White Dwarfs*, *ApJ*, **693**, 23–24, (2009).
- [21] Althaus, L. G.; Panei, J. A.; Romero, A. D.; Rohrmann, R. D.; Córscico, A. H.; García-Berro, E.; Miller Bertolami, M. M., *Evolution and colors of helium-core white dwarf stars with high-metallicity progenitors*, *A&A*, **502**, 217–216, (2009).
- [22] Althaus, L. G.; Panei, J. A.; Miller Bertolami, M. M.; García-Berro, E.; Córscico, A. H.; Romero, A. D.; Kepler, S. O.; Rohrmann, R. D., *New Evolutionary Sequences for Hot H-Deficient White Dwarfs on the Basis of a Full Account of Progenitor Evolution*, *ApJ*, **704**, 1605–1615, (2009).
- [23] Salaris, Maurizio; Serenelli, Aldo; Weiss, Achim; Miller Bertolami, Marcelo, *Semi-white dwarf inicial-final mass relationship: a thorough Analysis*, *ApJ*, **692**, 1013–1032, (2009).
- [24] Miller Bertolami M. M. ; Althaus, L. G.; Unglaub K.; Weiss A. *Modeling He-rich subdwarfs through the Hot-Flasher Scenario.*, *A&A*, 491, 253, (2008).

- [25] Kippenhahn R., Weigert A., Hofmeister E., 1967, in Alder B, Fernbach S., Rottenberg M., eds, *Methods in Computational Physics*. New York Academic Press, New York, p.129.
- [26] Miller Bertolami, Marcelo M.; *Tesis Doctoral: Formación de estrellas deficientes en hidrógeno por medio de flashes tardíos del helio*; (2009).
- [27] Iglesias, C. A.; Rogers, F. J.; *Updated Opal Opacities*, ApJ, **464**, p. 943, (1996).
- [28] Ferguson, J. W.; Alexander, D. R.; Allard, F.; Barman, T.; Bodnarik, J. G., Hauschildt, P. H.; Heffner–Wong, A; Tamanai, A.; *Low–Temperature Opacities*, ApJ, **623**, 585–596, (2005).
- [29] Cassisi, S.; Potekhin, A. Y.; Pietrinferni, A.; Catelan, M.; Salaris, M.; *Updated Electron-Conduction Opacities: The Impact on Low-Mass Stellar Models*, ApJ, **661**, p. 1094–1104, (2007).
- [30] Magni G.; Mazzitelli, I.; *Thermodynamic properties and equations of state for hydrogen and helium in stellar conditions*, A&A, **72**, 134–147, (1979).
- [31] Althaus, L. G.; Benvenuto, O. G.; *Evolution of DB white dwarfs in the Canuto and Mazzitelli theory of convection*, M.N.R.A.S., **278**, 981–984, (1996).
- [32] Segretain, L.; Chabrier, G.; Hernanz, M.; García–Berro, E.; Isern, J.; Mochkovitch, R.; *Cooling theory of crystallized white dwarfs*, AJ P.1, **434**, 641–651, (1994).
- [33] Althaus, L. G.; García–Berro, E.; Isern, J; Córscico, A. H.; Miller Bertolami, M. M.; *New phase diagrams for dense carbon–oxygen mixtures and white dwarfs evolution*, A&A, **537**, (2012).
- [34] Itoh, N.; Adachi, T.; Nakagawa, M.; Kohyama, Y; Munakata, H.; *Neutrino energy losses in stellar interiors. III–Pair, photo-, plasma, and bremsstrahlung processes*, ApJ P.1, **339**, 354–364, (1989).
- [35] Itoh, Naoki; Mutoh, Haruhiko; Hikita, Atsushi; Kohyama, Yasuharu; *Neutrino energy loss in stellar interiors. IV - Plasma neutrino process for strongly degenerate electrons*, ApJ, **395**, 622–631, (1992).
- [36] Itoh, N.; Kohyama, Y.; *Neutrino-pair bremsstrahlung in dense stars. I - Liquid metal case*, ApJ P.1, **275**, 858–866, (1983).
- [37] Munakata, Hiroharu; Kohyama, Yasuharu; Itoh, Naoki; *Neutrino-pair bremsstrahlung in dense stars. V - Partially degenerate electrons*, ApJ p. 1, **316**, 708–715, (1987).
- [38] Haft, Martin; Raffelt, Georg; Weiss, Achim; *Standard and nonstandard plasma neutrino emission revisited*, ApJ p. 1, **425**, 222–230, (1994).

- [39] Raffelt, Georg; Weiss, Achim; *Red giant bound on the axion-electron coupling reexamined*, Physical Review D, **51**, 1495–1498, (1995).
- [40] Icko Iben, Jr., and Gregory Laughlin, *A study of the white dwarf luminosity function*, ApJ, **341**, 312–326, (1989).
- [41] Kaplan, S. A. 1950, Astr. Zh, **27**, 31.
- [42] Mestel, L.; *On the theory of white dwarf stars. I. The energy sources of white dwarfs*, M.N.R.A.S., **112**, p. 583, (1952).
- [43] Schatzman, Evry; *Sur certaines réactions nucléaires d'importance astrophysique. IV. Sensibilité des réactions thermonucléaires*, Annales d'Astrophysique, **16**, p. 162, (1953).
- [44] Schmidt, Maarten; *The Rate of Star Formation*, ApJ, **129**, p. 243, (1959).
- [45] Dantona, F.; Mazzitelli, I.; *The progenitor masses and the luminosity function of white dwarfs*, A& A, **66**, 453–461, (1978).
- [46] Liebert, J.; Dahn, C. C.; Gresham, M.; Strittmatter, P. A.; *New results from a survey of faint proper-motion stars - A probable deficiency of very low luminosity degenerates*, ApJ p. 1, **233**, 226–238, (1979).
- [47] Winget, D. E.; van Horn, H. M.; *The physics of cool white dwarfs*, IN: Conference on Faint Blue Stars, 2nd, Tucson, AZ, June 1-5, 1987, Proceedings (A89-17526 05-90). Schenectady, NY, L. Davis Press, Inc., 1987, p. 363-374; Discussion, p. 375, 376.
- [48] Pietrinferni, Adriano; Cassisi, Santi; Salaris, Maurizio; Castelli, Fiorella; *A Large Stellar Evolution Database for Population Synthesis Studies. I. Scaled Solar Models and Isochrones*, ApJ, **612**, 168–190, (2004).
- [49] A. Bischoff-Kim, M. H. Montgomery, and D. E. Winget, *Strong limits on the DFSZ axion mass with G117-B15A*, ApJ, **675**, 1512–1517, (2008).
- [50] A. H. Córscico, L. G. Althaus, A. D. Romero, M. M. Miller Bertolami, E. García-Berro, J. Isern, *Constraining the axion mass through the asteroseismology of the ZZ Ceti star G117-B15A*, ARXIV, (2011).
- [51] Althaus L. G.; Panei, J. A.; Miller Bertolami, M. M.; García-berro, E.; Córscico, A. H.; Romero, A. D.; Kepler, S. O.; Rohrmann, R. D.; *New evolutionary sequences for hot h-deficient white dwarfs on the basis of full account of progenitor evolution*, ApJ, **704**, 1605–1615, (2009).
- [52] Krzesinski J. et al.; *A hot white dwarf luminosity function from the Sloan Digital Sky Survey*, A&A, **508**, 339, (2009).
- [53] Miller Bertolami, Marcelo M.; *Tesis de Licenciatura: Procesos de mezcla en estrellas de masa intermedia*; (2004).